

## 免震支承とRC橋脚がともに塑性化する場合の地震応答特性

庄司学<sup>1</sup>・川島一彦<sup>2</sup>・齋藤淳<sup>3</sup>

1 修（工）東京工業大学助手 工学部土木工学科（〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1）

2 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科（同上）

3 東京工業大学 工学部開発システム工学科（同上）

### 1. はじめに

1995年の兵庫県南部地震を契機として、橋梁に対する免震設計の適用が普及しつつある。免震設計においては、免震支承に変形を集中させることによりエネルギー吸収を図り、橋脚や基礎の損傷を防止することが基本である<sup>1)</sup>。しかし、兵庫県南部地震のような激甚な地震動が作用した場合には、免震支承のみならず橋脚にも塑性化が生じると考えられる。免震支承および橋脚がともに塑性化する場合の地震応答特性については、解析的・実験的に従来ほとんど検討されていないのが実状であり、早急な検討が求められている。

Kawasima and Shoji<sup>2)</sup>、飯山ら<sup>3)</sup>は、免震支承～RC橋脚系において、免震支承と橋脚がともに非線形化する場合の地震応答特性について、履歴吸収エネルギーと固有周期の長周期化の程度に着目し、数値解析的に検討している。鋼製橋脚については子林ら<sup>4)</sup>が、コンクリート部分充填および免震支承を有する単柱式鋼製橋脚に対して、橋脚の最大変位や残留変位を指標として耐震性能の評価を行っている。また、Park and Otsuka<sup>5)</sup>は、免震支承で支持された橋梁を2質点2自由度系でモデル化し、免震支承の最適な降伏震度をパラメトリックスタディにより求めている。

実験的な検討としては、家村ら<sup>6)</sup>が、LRB型免震支承を有する橋梁モデルに対してサブストラクチャー・ハイブリッド実験を行い、免震支承による加速度低減効果を定量的に示している。また、免震支承と橋脚がともに塑性化するという観点に立ったものとしては、足立ら<sup>7)</sup>が、LRB型免震支承を有するRC橋脚に対して振動台実験を行い、両者が塑性化した場合の全体系応答を等価1自由度系モデルによって定量的に評価している。中島ら<sup>8)</sup>は、LRB型免震支承を有する鋼製橋脚に対してハイブリッド実験を行い、免震支承～鋼製橋脚の復元力モデルの精緻化を試みている。

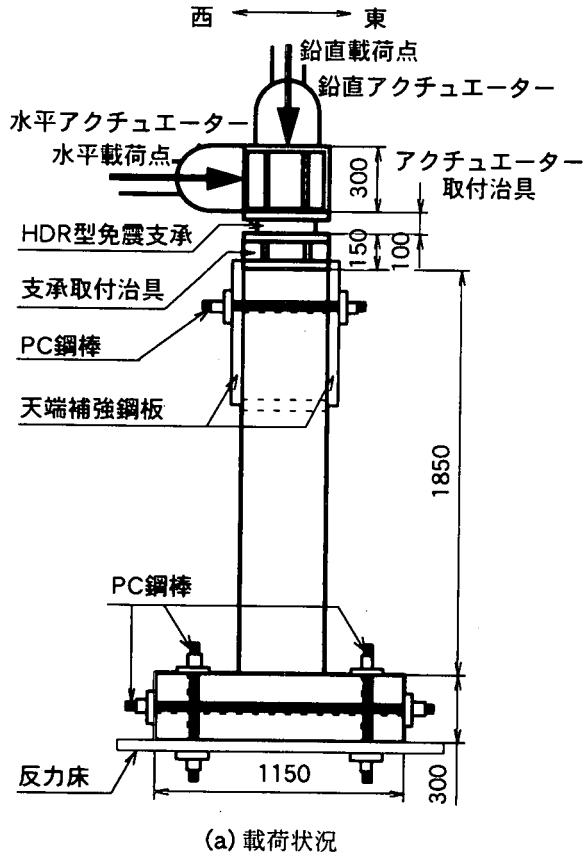
以上を踏まえ、本論文では、高減衰積層ゴム支承（以下、HDR）を有するRC橋脚に対して、正負交番載荷実験およびハイブリッド地震応答実験を行い、免震支承および橋脚がともに塑性化した場合の非線形地震応答特性について検討したので、その結果を報告する。

### 2. 実験供試体および実験方法

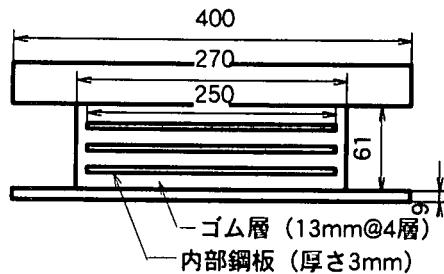
本実験で対象とする供試体は、図-1に示すようなHDR型免震支承を有するRC橋脚である。

HDR型免震支承は、図-1(b)に示すように、ゴム総厚 $\sum t_e = 52\text{mm}$  ( $13\text{mm} \times 4$ 層) の高減衰ゴム（せん断弾性係数 $G = 1.2\text{MPa}$ ）と $3\text{mm} \times 3$ 枚の内部鋼板で構成されており、その平面形状は $270 \times 270\text{mm}$ 、有効平面形状は $250 \times 250\text{mm}$ である。最大支承反力 $R_{\max}$ を $160\text{kN}$  (RC橋脚基部に $1\text{MPa}$ の軸応力が作用した状態)、最小支承反力 $R_{\min}$ を $100\text{kN}$  (RC橋脚基部に $0.625\text{MPa}$ の軸応力が作用した状態)と仮定して、設計変位 $u_B$ を $80\text{mm}$ 、有効設計変位 $u_{Be}$ を $56\text{mm}$  (せん断ひずみ $\tau = u_{Be}/\sum t_e = 108\%$ ) として設計されている。本免震支承に対して、 $2.56\text{MPa}$ の面圧が作用した状態でせん断ひずみ $\tau = 200\%$  (振幅 $u = \pm 104\text{mm}$ ) まで周波数 $0.02\text{Hz}$ で正弦波加振し、性能試験を行った結果を図-2に示す。図-2には性能試験より得られた免震支承の履歴曲線をバイリニア型モデルでモデル化した結果も併せて示している。なお、モデル化にあたっては、降伏力 $P_y^b$ と降伏変位 $u_y^b$ を仮定し、1次剛性 $K_1^b$ を定め、2次剛性 $K_2^b$ は有効設計変位 $u_{Be}$ と降伏点から求めることとした。表-1は、以上の免震支承のモデル化の結果を示したものである。

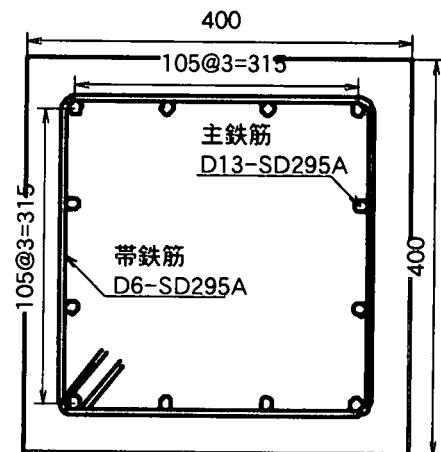
RC橋脚の配筋としては、主鉄筋としてD13/SD295Aを12本配置し（主鉄筋比 $\rho_l$ （面積比）=0.95%）、帯鉄筋としてD6/SD295Aを $50\text{mm}$ 間隔で橋脚軸体の全高（1.85m）にわたって配置した



(a) 載荷状況



(b) HDR型免震支承



(c) RC橋脚断面図

図-1 実験供試体

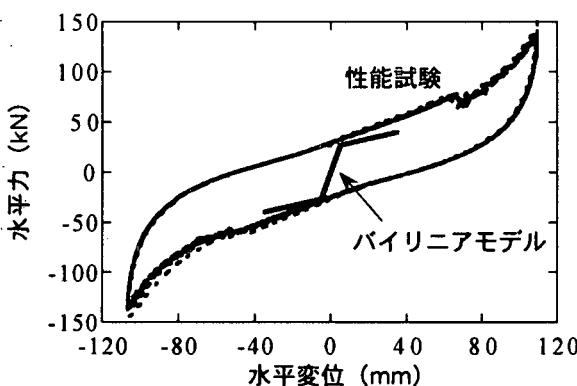


図-2 性能試験より求めた免震支承の水平力～水平変位関係

表-1 免震支承のバイリニアモデル

降伏変位 $u_y^b$	降伏力 $P_y^b$	1次剛性 $K_1^b$	2次剛性 $K_2^b$
5.00 mm	29.40 kN	5.88 kN/mm	0.91 kN/mm

(帶鉄筋比  $\rho_s$  (体積比) = 0.77%). 地震時保有水平耐力法に基づき<sup>1)</sup>、タイプ II 地震動に対して降伏変位  $u_y^P$ 、降伏耐力  $P_y^P$ 、終局変位  $u_u^P$ 、終局耐力  $P_u^P$ を求めるに、図-3、表-2 のようになる。なお、橋脚の降伏変位  $u_y^P$ にはフーチングからの抜け出しの影響は含まれていない。

また、主鉄筋の軸方向ひずみを計測するために、載荷面側(西面)の主鉄筋に橋脚基部から高さ 25mm

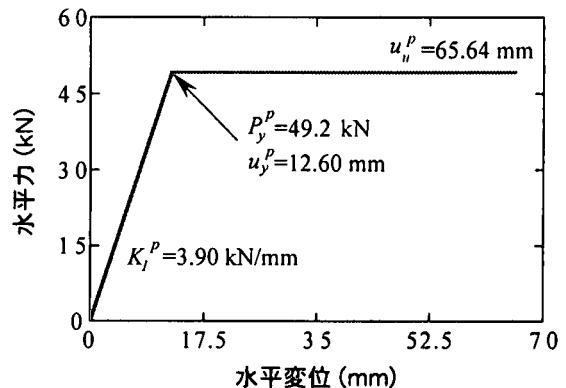


図-3 地震時保有水平耐力法より求めたRC橋脚の水平力～水平変位関係

表-2 地震時保有水平耐力法より求めたRC橋脚の特性

降伏変位 $u_y^P$	降伏耐力 $P_y^P$	終局変位 $u_u^P$	終局耐力 $P_u^P$
12.60 mm	49.2 kN	65.64 mm	49.2 kN

の位置より 50mm 間隔でひずみゲージを 6 点貼り付けた。なお、各点において、ひずみゲージはかぶりコンクリート側とコアコンクリート側の 2箇所に貼り付けた。

本実験は東京工業大学の耐震部材載荷装置を用いて、図-1(a)で示したように 1.23 MPa に相当する一定軸力を免震支承上部に作用させ、変位制御により水平方向に載荷を行った。正負交番載荷実験では、

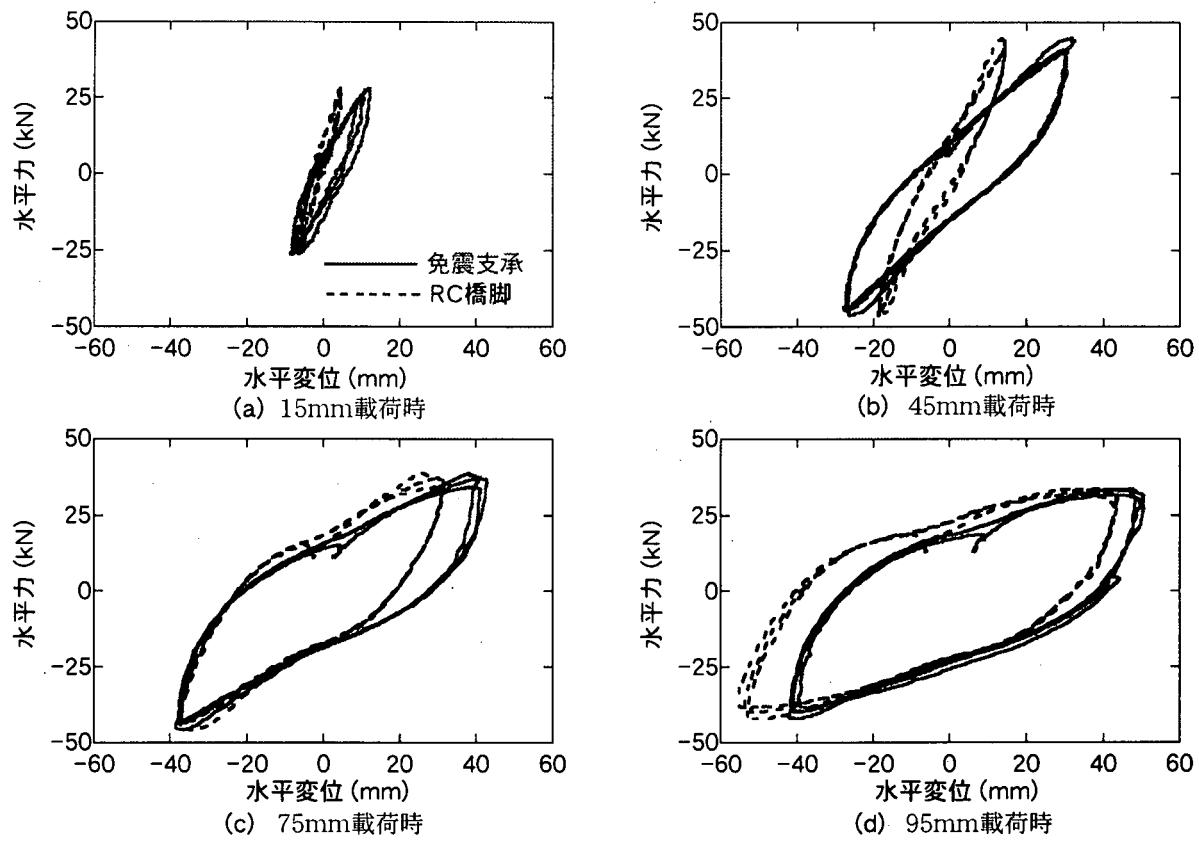


図-4 免震支承およびRC橋脚の水平力～水平変位関係

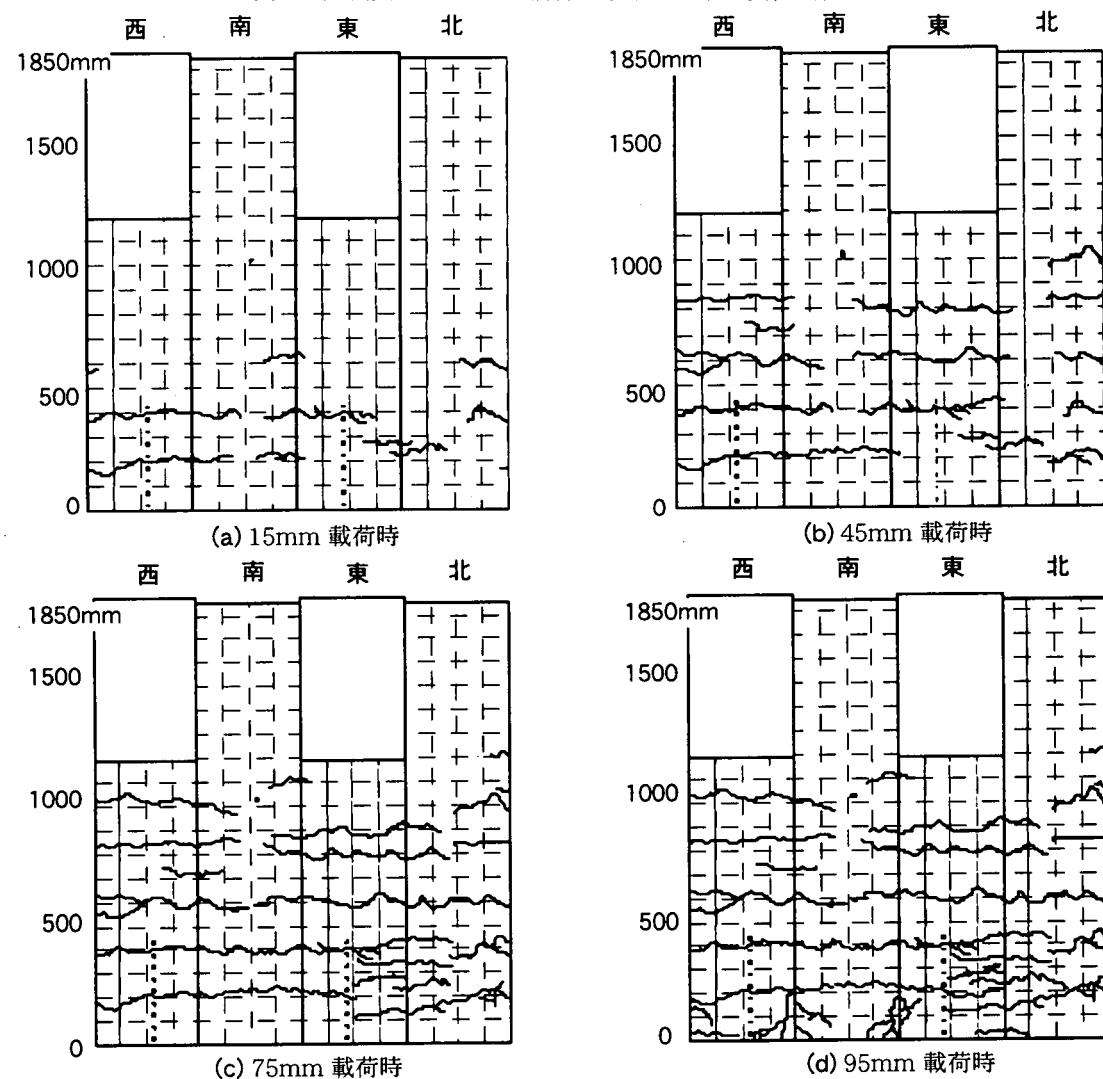


図-5 RC橋脚の損傷状況

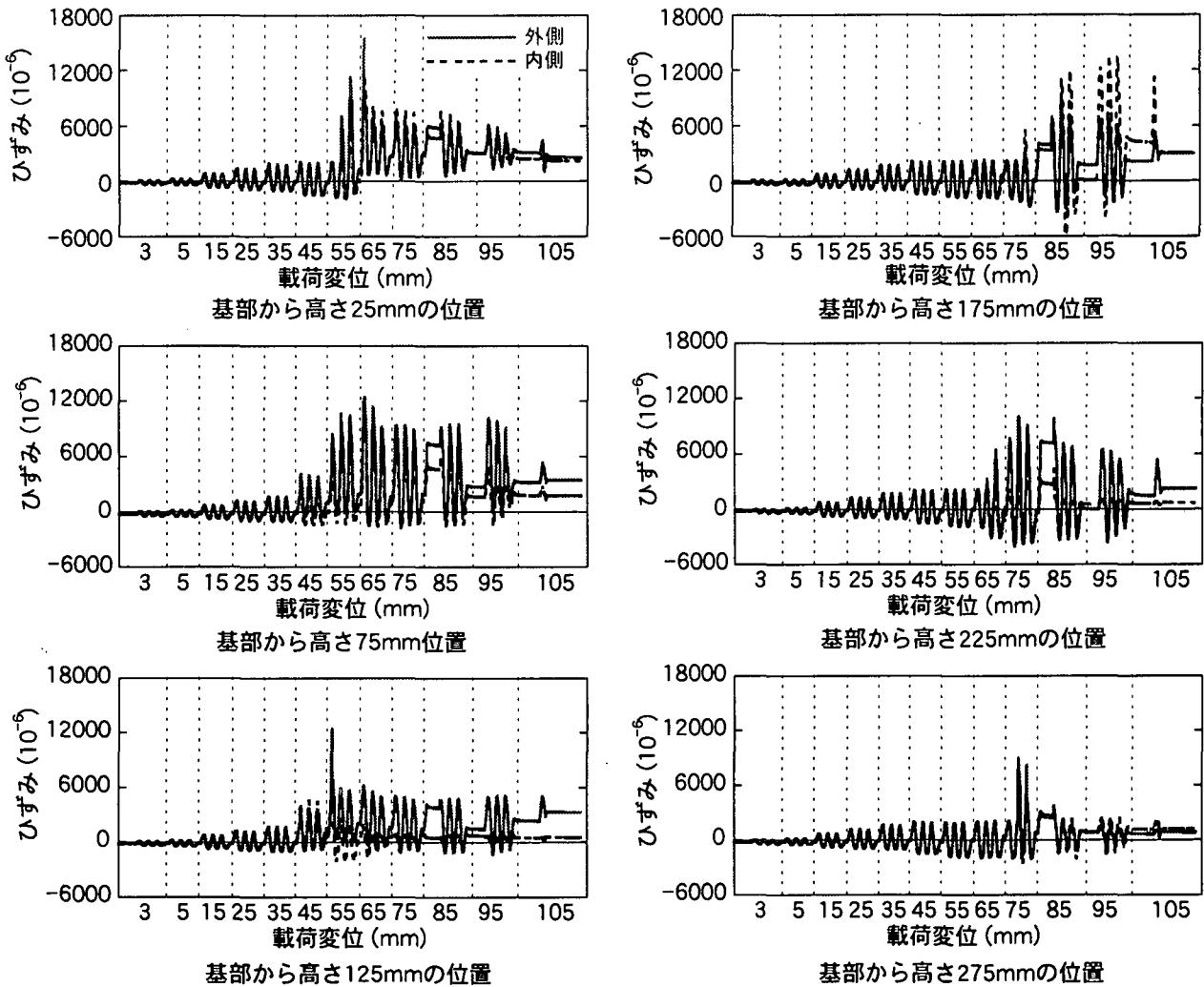


図-6 主鉄筋の軸方向ひずみ

免震支承の降伏変位  $u_y^b = 5\text{mm}$  (表-1 参照) を基準とし、10mm ずつ変位を漸増させて載荷を行った。各載荷ステップにおける繰り返し回数は3回とした。

ハイブリッド実験では、Shing ら<sup>9)</sup>によって開発されたプログラムを用いることとし、兵庫県南部地震の際に神戸海洋気象台で観測された NS 成分記録の振幅を10%に縮小した記録を入力地震動として用いた。

### 3. 免震支承および橋脚の塑性化の相互作用

#### (1) 水平力～水平変位関係と損傷状況

図-4には、正負交番載荷実験より得られた免震支承と橋脚の水平力～水平変位関係を示す。図-4は、図-1(a)に示したように水平アクチュエーターにより免震支承上部に±15mm, ±45mm, ±75mm, ±95mmの変位を与えた場合の免震支承と橋脚の変位の分担を表している。また、図-5はその際の橋脚の損傷状況を軸体側面の展開図として示したものである。

図-4(a)によれば、±15mm 載荷時には、免震支

承は降伏変位  $u_y^b = 5\text{mm}$  を越えて、プラス側 (アクチュエーターの押し出し方向) に12mm、マイナス側 (アクチュエーターの引き込み方向) に9mmまで変形し、水平力～水平変位曲線が履歴を描いている。この時、橋脚はプラス側に7mm、マイナス側に5mmまで変形しており、図-5(a)に示すように橋脚基部から200mmと400mm付近に約0.5mmの細かいクラックが入っている。橋脚の変形は地震時保有水平耐力法により求められる降伏変位  $u_y^p = 12.6\text{mm}$  (表-2 参照) には達していないが、これには前述のようにフーチングからの抜け出しの影響を見込んでいないため、実際には降伏変位  $u_y^p$  以上変形しないと橋脚は降伏しないものと考えられる。±45mm 載荷時には、図-4(b)に示すように、支承はプラス側に33mm、マイナス側に28mmまで変形し、塑性化が進展する。一方、橋脚は塑性化し始め、プラス側に15mm、マイナス側に18mmまで変形し、図-5(b)に示すように基部から600mmと800mm付近には新たにクラックが生じている。しかし、この変形レベルでは支承の塑性化の方が依然として大きい。

±75mm 載荷時には、橋脚は±35mmまで変形し、

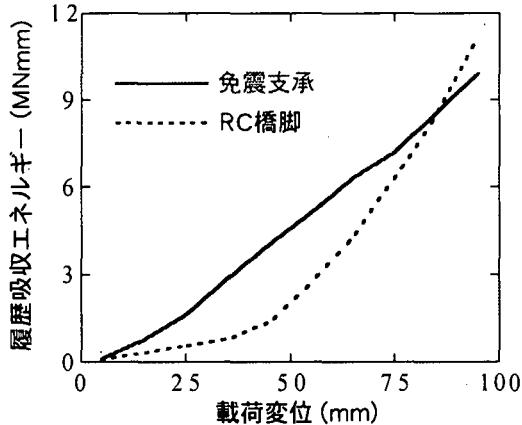


図-7 各載荷ステップの履歴吸収エネルギー

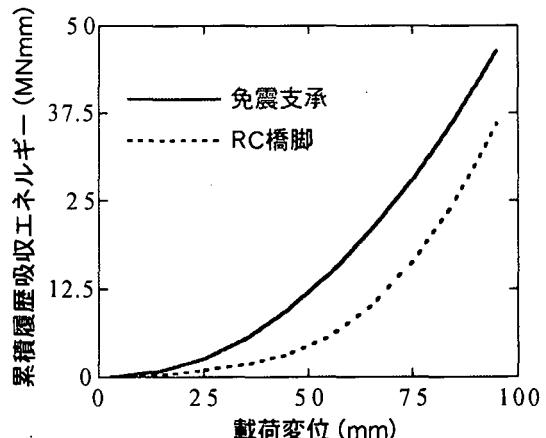


図-8 累積履歴吸収エネルギー

支承と橋脚の履歴曲線は近づいてくる。このことは、図-5(c)に示すように、橋脚基部から400mm付近までのクラックが1mm程度まで太くなり、900mmと1000mm付近には新たにクラックが生じ、損傷が進展したことと対応している。±95mmまで載荷すると、支承はプラス側に50mm、マイナス側に42mmまで変形し、せん断ひずみ $\tau$ が100%に達するが、橋脚はプラス側に44mm、マイナス側に55mmまでさらに変形し、支承の履歴曲線よりも大きくなり、塑性化の程度が逆転する。これは、基部から200mm付近までに斜めクラックが生じ、また、かぶりコンクリートが剥離して損傷が大きくなっていることからも裏付けられる。このため、橋脚には残留変形が生じ、履歴曲線もマイナス側に偏っている。なお、免震支承には、載荷終了時点においても外的な損傷は見あたらなかった。

## (2) 主鉄筋に生じる軸方向ひずみ

図-6は、各載荷ステップにおける主鉄筋の軸方向ひずみの変化を示した結果である。±15mm載荷時にはいずれの位置においても、引張方向に200 $\mu$ 、圧縮方向に450 $\mu$ 程度のひずみが生じているが、降伏するまでは至っていない。±45mm載荷時には、橋脚基部から25~125mmの位置において、引張方向に2000~4000 $\mu$ のひずみが生じ、鉄筋が降伏している。これは、図-4(b)に示すように橋脚が履歴ループを描き始めたことと一致する。±75mmまで載荷が進むと、基部から25~125mmの位置におけるひずみは5000~8000 $\mu$ に達し、また、橋脚基部から175~275mmの位置では5000~10000 $\mu$ のひずみが生じている。これは、図-4(c)、図-5(c)において、橋脚の損傷がすすみ、橋脚の履歴曲線が支承の履歴曲線に近づいたことと対応している。

## (3) 履歴吸収エネルギーの変化

図-4に示した免震支承と橋脚の履歴曲線から各載荷ステップにおける履歴吸収エネルギーとその累積値を求める、図-7、図-8のようになる。ここで、

各載荷ステップの履歴吸収エネルギー $W_d$ および累積履歴吸収エネルギー $W_c$ は、次式で定義する。

$$W_{d,i} = \int_i P_i dx_i \quad (i=1,2,\dots,10) \quad (1)$$

$$W_c = \sum_{i=1}^{10} W_{d,i} \quad (i=1,2,\dots,10) \quad (2)$$

ここで、 $x_i$ :  $i$  載荷ステップにおける水平変位、 $P_i$ :  $i$  載荷ステップにおける水平力で、第1載荷ステップ

は±5mm載荷、第10載荷ステップは±95mm載荷である。

図-7に示すように、±45mm載荷時には、支承の履歴吸収エネルギー $W_d^b$ は4.0 MN·mmとなり、橋脚の履歴吸収エネルギー $W_d^p$ は1.3 MN·mmの3倍程度大きくなる。しかし、±55mm載荷時以降、橋脚の履歴吸収エネルギーが増加し、±75mm載荷時には、支承の履歴吸収エネルギー $W_d^b=7.2$  MN·mmに対し、橋脚の履歴吸収エネルギー $W_d^p$ は6.3 MN·mmまで近づく。±95mm載荷時には、橋脚の履歴吸収エネルギー $W_d^p$ は11.2 MN·mmとなり、支承の履歴吸収エネルギー $W_d^b=9.9$  MN·mmを逆転する。一方、累積履歴吸収エネルギー $W_c$ は、常に支承の方が大きい。これは、±75mm載荷時までの支承の履歴吸収エネルギー $W_d^b$ が橋脚の履歴吸収エネルギー $W_d^p$ より1.1倍~3倍大きいため、それらが累積値に大きく寄与するためである。

## (4) 等価剛性および等価減衰の変化

図-9は、各載荷ステップにおける免震支承と橋脚の等価剛性 $K_e$ を比較した結果である。ここで、等価剛性 $K_e$ は次式により定義することとした。

$$K_e = (P(u_{\max}) - P(u_{\min})) / (0.7 \times (u_{\max} - u_{\min})) \quad (3)$$

ここで、 $u_{\max}$ 、 $u_{\min}$ : 履歴曲線の最大変位、最小変位である。これによれば、±15mm載荷時には、橋脚の等価剛性 $K_e^p$ は6.7kN/mmとなり、支承の等価

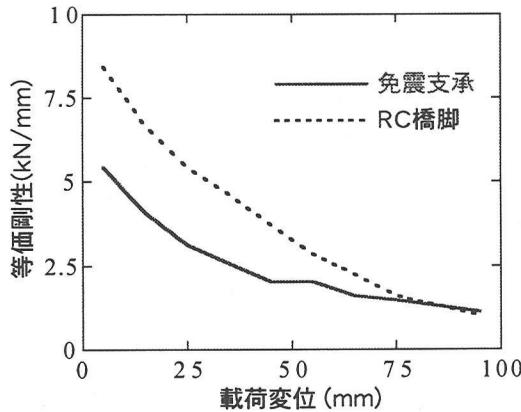


図-9 等価剛性

剛性  $K_e^b = 4.1 \text{kN/mm}$  のほぼ 1.6 倍となる。±75mm 載荷時には両者の差は 10% 程度まで縮み、±95mm まで載荷が進むと、橋脚の等価剛性  $K_e^p = 1.0 \text{kN/mm}$  と支承の等価剛性  $K_e^b = 1.1 \text{kN/mm}$  はほぼ等しくなる。

同様に、図-10 は各載荷ステップにおける免震支承と橋脚の等価減衰定数  $h_e$  を比較した結果である。ここでは、等価減衰定数  $h_e$  は図-11 に示すように 1 サイクルにおける履歴吸収エネルギー  $W_d$  と弾性エネルギー  $W$  を用いて

$$h_e = W_d / 4\pi W \quad (4)$$

により求めることとした。

図-10 によれば、免震支承の等価減衰定数  $h_e^b$  は緩やかに増加していくが、橋脚の等価減衰定数  $h_e^p$  は±45mm 載荷時までほぼ一定値  $h_e^p = 0.11$  をとり、±55mm 載荷時以降、増加していく。これは、図-4(b)、図-5(b)に示したように、±45mm 載荷を境として橋脚の塑性化が進展し始めることと対応している。±75mm 載荷時には、両者はほぼ等しくなり、±95mm まで載荷が進むと、橋脚の等価減衰定数  $h_e^p$  は 0.35 となり、支承の等価減衰定数  $h_e^b = 0.32$  よりも大きくなる。

以上のように、±45mm 載荷時までは、免震支承の変形が卓越し、その履歴吸収エネルギーの寄与が大きいが、±75mm 以上載荷すると、橋脚の塑性化が支承と同等、あるいはそれ以上に進展するようになる。このように、免震支承～RC 橋脚系に作用する変位荷重が漸増していく中で、免震支承と橋脚の塑性化の進展に伴い、橋脚の塑性化が支承の塑性化よりも卓越してくる現象を、ここでは免震支承と RC 橋脚の塑性化の相互作用と考える。

#### 4. ハイブリッド地震応答実験

##### (1) モデル化とパラメータの設定

ハイブリッド地震応答実験では、図-12 に示すよ

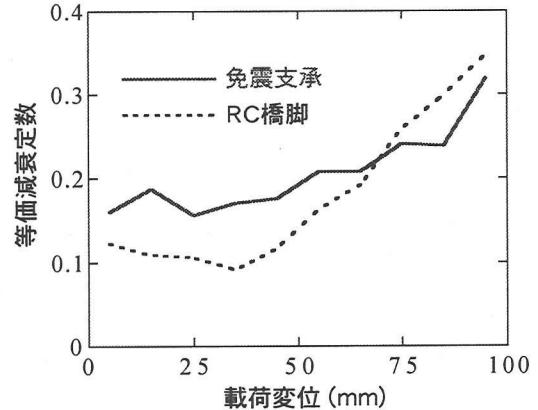


図-10 等価減衰定数

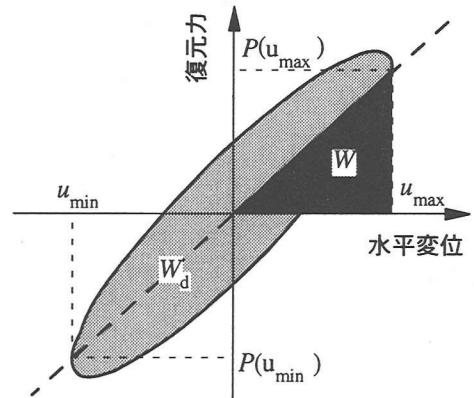


図-11 等価減衰定数の求め方

うに免震支承～RC 橋脚系を等価 1 質点 1 自由度系でモデル化することとした（以下、ESDOF モデル）。ここで、ESDOF モデルにおけるばねの復元力特性としては、図-2、図-3 の免震支承と橋脚のバイリニア型モデルを重ね合わせ、図-13 に示すトライリニア型でモデル化した。

Shing らが開発した本ハイブリッド実験プログラムでは、数値積分法として Hilber ら<sup>10)</sup>の HHT  $\alpha$ -法を採用している。HHT  $\alpha$ -法は Newmark  $\beta$  法に基づいており、高周波ノイズによる数値積分計算の不安定性を解消するために、数値解析アルゴリズムの中で数値減衰を与えるように改良されたものである<sup>11)</sup>。HHT  $\alpha$ -法の基本となる運動方程式は以下に示すとおりである。

$$Ma_{n+1} + (1+\alpha)Cv_{n+1} - \alpha Cv_n + (1+\alpha)r_{n+1} - \alpha r_n = (1+\alpha)F_{n+1} - \alpha F_n \quad (5)$$

ここで、 $M$  : ESDOF モデルにおける等価質量、 $C$  : ESDOF モデルにおける減衰係数、 $r_n$  : 第  $n$  ステップにおける復元力、 $d_n$  : 第  $n$  ステップにおける変位、 $F_n$  : 第  $n$  ステップにおける外力である。

また、第  $n+1$  ステップでの変位と速度は、積分時間間隔  $\Delta t$  および  $\beta = (1-\gamma)^2/4$ 、 $\gamma = 1/2 - \alpha$  を用いて以下のように求められる。

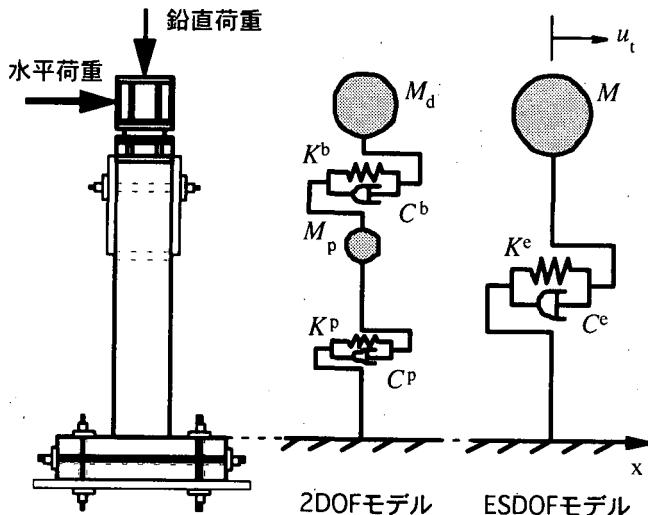


図-12 ハイブリッド実験のモデル化

$$\left. \begin{aligned} d_{n+1} &= d_n + \Delta t v_n + \Delta t^2 [(1/2 - \beta) a_n + \beta a_{n+1}] \\ v_{n+1} &= v_n + \Delta t [(1 - \gamma) a_n + \gamma a_{n+1}] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$(n = 0, 1, \dots, N-1)$$

以上の式(5), 式(6)を以下の初期条件のもとで解くものとする。

$$\left. \begin{aligned} d_0 &= d \\ v_0 &= v \\ a_0 &= M^{-1} (F_0 - Cv_0 - r_0) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここで,  $d$ ,  $v$ : 初期変位および初期速度である。なお, 式(5)の等価質量  $M$  は Rayleigh 法の考え方に基づき, 桁質量  $M_d$  に橋脚の質量  $M_p$  を加え, 次式により求めることとした。<sup>12)</sup>

$$M = M_d + 0.236 M_p \quad (8)$$

また, 本実験では免震支承と RC 橋脚の履歴減衰が卓越すると考え, 減衰係数  $C$  はゼロとした。

積分時間間隔  $\Delta t$  は  $\Delta t = 0.02\text{sec}$  とした。Hilber らは  $\alpha$  を積分時間間隔  $\Delta t$  と系の固有周期  $T_n$  の比  $\Delta t/T_n$  を指標とし, 以下のように定めることを提案している。すなわち,  $\Delta t/T_n$  が次式の範囲においては,  $\alpha$  の寄与により減衰比  $\bar{\gamma}$  が大きくなり, 数値計算の安定性が高くなることを示している。

$$10^{-2} < \Delta t/T_n < 1 \quad (9)$$

特に,

$$\Delta t/T_n \rightarrow 1 \quad (10)$$

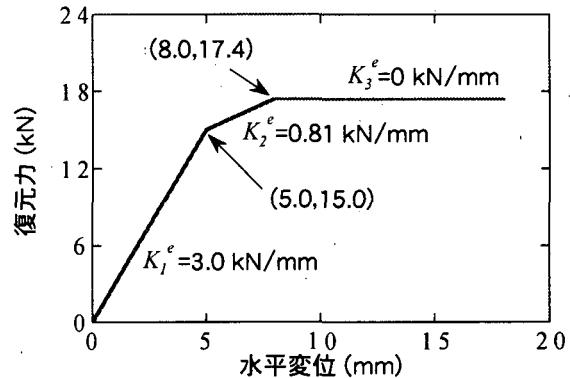


図-13 ESDOFモデルの水平力～水平変位関係

に近づくに従って, その効果は増大する。

いま, 本実験で対象とした免震支承～RC 橋脚系の等価固有周期  $T_e$  は, 式(8)の等価質量  $M$  と ESDOF モデルによる 1 次剛性  $K_1^e$  (図-12 参照) を用いると以下のようになる。

$$T_e = 2\pi\sqrt{M/K_1^e} = 0.57\text{sec} \quad (11)$$

ここで, 積分時間間隔は  $\Delta t = 0.02\text{sec}$  としているので,

$$\Delta t/T_e = 0.035 \approx 10^{-2} \quad (12)$$

したがって, 本実験では  $\Delta t/T_e$  は式(10)の条件を満足せず,  $\alpha$  による数値減衰の効果がそれ程見込めないため, 本実験では  $\alpha = 0$  とした。

## (2) ハイブリッド実験と数値解析の比較

図-14 は, ハイブリッド実験と ESDOF モデルによる数値解析を比較した結果である。これによれば, ハイブリッド実験における全体系の応答変位  $u'$  は -12mm～11mm であり, 正負交番載荷実験における ±15mm 載荷時 (図-4(a)参照) の変形レベルに近い。すなわち, ハイブリッド実験における -12mm～11mm 程度の変形レベルでは支承の塑性化が卓越し, 橋脚の塑性化はそれほど進展していないが, 支承および橋脚がともに塑性化しているレベルである。ハイブリッド実験および ESDOF モデルによる数値解析から求められた加速度応答, 速度応答, 変位応答は, このように支承と橋脚がともに塑性化した変形レベルにおいてもよく一致している。

## 5. 結論

本論文では, 高減衰積層ゴム支承を有する RC 橋脚に対して, 正負交番載荷実験およびハイブリッド地震応答実験を行い, 免震支承および橋脚がとともに

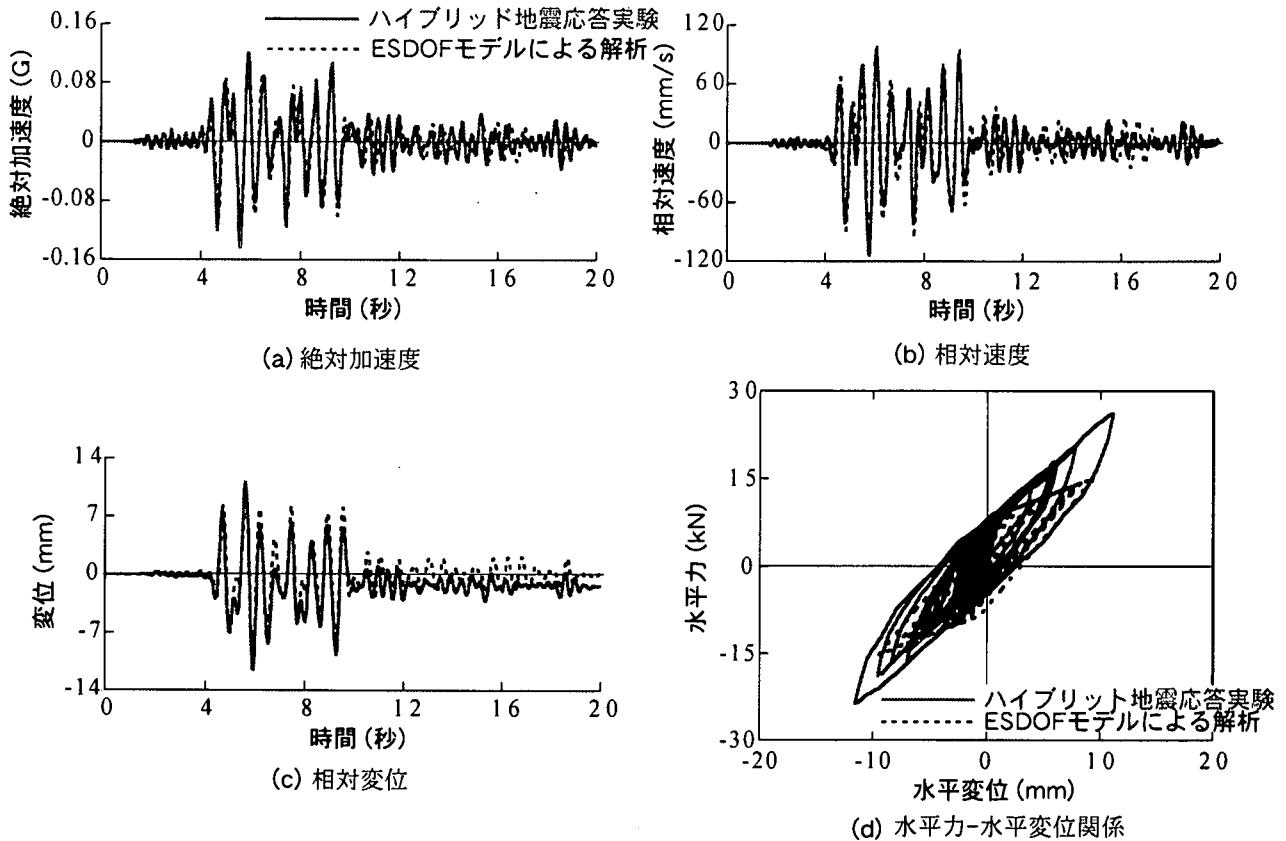


図-14 ハイブリッド実験とESDOFモデルによる数値解析

塑性化した場合の非線形地震応答特性について検討した。得られた知見をまとめると以下の通りである。

- 1) 正負交番載荷実験において、±45mm 載荷時までは免震支承の変形が卓越し、支承の履歴吸収エネルギーの寄与が大きいが、±75mm 以上載荷すると、橋脚の塑性化が支承と同等、あるいはそれ以上に進展する。このように、免震支承～RC 橋脚系に作用する変位荷重が漸増していくに従って、橋脚の塑性化が支承の塑性化よりも卓越し、免震支承～RC 橋脚間で塑性化の相互作用が生じるようになる。
- 2) ハイブリッド実験においては、橋脚の塑性化が支承の塑性化より卓越するまでには至らなかったが、支承および橋脚がともに塑性化する変形レベルまで応答が生じた。その際の応答波形は等価 1 質点 1 自由度系モデルを用いた数値解析によって精度良くシミュレートできた。

**謝辞：**本実験で用いた HDR 型免震支承は（株）ブリヂストンに製作していただきました。免震支承の基本物性の設定や寸法の決定に当たっては、免震・道路資材開発部の須藤千秋課長、潤田久也課長補佐、加藤享二氏に御指導いただきました。また、本実験の準備におきましては東京工業大学川島研究室の研究員ならびに大学院生に大変お世話になりました。ここに記して謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編, 1996.11.
- 2) Kawasima, K. and Shoji, G. : Interaction of Hysteretic Behavior

between Isolator/Damper and Pier in an Isolated Bridge, *Journal of Structural Engineering*, JSCE, Vol.44A, pp.733-741, 1998.3.

- 3) 飯山かほり、川島一彦、庄司学：免震効果を得るために必要な橋梁の長周期化に関する一検討、構造工学論文集、土木学会、Vol.44A, pp.701-709, 1998.3.
- 4) 子林稔、宇佐美勉、葛西昭：免震および非免震橋脚の動的解析による耐震性能評価、土木学会論文集、NO.619/I-47, pp.117-192, 1999.4.
- 5) Park, J. and Otsuka, H. : Optimal Yield Level of Bilinear Seismic Isolation Devices, *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, Vol.28, pp.941-955, 1999.
- 6) 家村浩和、山田善一、伊津野和行、南莊淳、野村武司、渡邊典男：強震下における免震橋のサブストラクチャー・ハイブリッド実験、第 22 回地震工学研究発表会講演概要集、土木学会、pp.807-810, 1993.5.
- 7) 足立幸郎、運上茂樹、近藤益央、加賀山泰一；振動台実験による免震支承を有する RC 橋脚の非線形地震応答に関する研究、構造工学論文集、土木学会、Vol.45A, pp.879-890, 1999.3.
- 8) 中島大輔、宇佐美勉、金田一智章：免震支承を有する鋼製橋脚のハイブリッド地震応答実験、土木学会第 25 回地震工学研究会講演論文集、土木学会、pp.733-736, 1999.7.
- 9) Shing, P. B., Vannan, M. T. and Cater, E. : Implicit Time Integration for Pseudodynamic Tests, *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, Vol.20, pp.551-576, 1991.
- 10) Hilber, H. M., Hughes, T. J. R. and Taylor, R. L. : Improved Numerical Dissipation for Time Integration Algorithms in Structural Dynamics, *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, Vol.5, pp.283-292, 1977.
- 11) 本田利器、澤田純男：ディジタルフィルタを内蔵した時間積分法、応用力学論文集、1, pp.389-396, 1998.
- 12) 小坪清真：土木振動学、森北出版、1973.4.