

等価線形化法による多自由度非線形系の地震応答推定精度

足立幸郎¹・運上茂樹²

¹正会員 工修 建設省土木研究所 耐震研究室主任研究員 (〒305 茨城県つくば市大字旭1番地)

²正会員 工博 建設省土木研究所 耐震研究室室長 (〒305 茨城県つくば市大字旭1番地)

1. はじめに

震度法および許容応力度設計法から構成されてきた耐震設計では力を基本とした体系化がなされている。変形性能を耐震性能評価に取り入れた平成8年道路橋示方書¹⁾ (以下「道示」)においても、体系的には力を基本としている。一方諸外国においては、構造物の保有変形性能と地震応答変位の直接的な比較によって耐震性を照査する変形を基本とした設計体系の構築が検討されはじめている^{2), 3)}。

構造物の変形性能はプッシュオーバー解析に基づき評価される場合が多い。構造物の地震応答変位については、エネルギー一定則、変位一定則に基づいた推定が行われる場合が多い。しかしながら、両推定法は固有周期に依存する地震応答特性を十分評価できないことが指摘されている。一方、Priestlyら⁴⁾やMahinら⁵⁾は等価線形化法を用いた変位を基本とした耐震設計法を提案している。Kowalskyら⁶⁾は1自由度系を対象とした橋梁に、またMahinら⁵⁾は主に橋脚が塑性化しない状態における免震橋梁に、等価線形化法を用いた変位を基本とした設計法の提案を行っている。

免震橋梁は、免震支承と橋脚の剛性差が一般的に大きく、また橋脚と免震支承の両者が降伏する場合には、両者の剛性の大小関係が変化するため複雑な地震応答特性を有する。このような地震時挙動を有する免震橋梁に対して、等価線形化法を用いた変位を基本とした免震橋梁の地震応答評価の可能性および妥当性について検証した研究はまだ行われていない。

ここでは、多自由度系構造物として免震橋梁に着目し、さらに免震支承と橋脚とが非線形挙動する場合における、等価線形化法による地震応答の推定精度について検討を行った。まず、一自由度系の応答推定に提案されている等価線形化法の免震橋梁への適用性を検討するとともに、等価線形化法による応答推定の問題点を明らかにした。さらに地震応答推定精度を高める

方法として、支承の動的増幅係数を導入した等価線形化法を提案した。

2. 等価線形化法

本研究に用いた等価線形化法についてその概要を以下に簡単に説明する。

(1) Dynamic Stiffness 法 (Caughey の手法)⁷⁾

非線形系と等価線形系の応答に対して、弾塑性系の復元力と等価線形系の誤差の二乗平均が最小化されるよう等価剛性および等価減衰定数を設定する方法である。標準バイリニア型の復元力特性を有する場合は、解析的に等価剛性および等価減衰定数の設定法が求められる。一方剛性低下型の復元力特性を持つ場合は解析的に等価剛性および等価減衰定数を設定することは難しい。ここでは、最大塑性時の定常ループを標準バイリニア型で近似し、近似した特性に対応した等価剛性および等価減衰定数を設定した。

(2) Geometrical Stiffness 法 (Jacobsen の手法)⁸⁾

最大変位点剛性を用いて等価剛性を算出し、エネルギーの釣合いにより等価減衰定数を算出する方法である。幾何学的な関係から簡易的に等価線形化に要する係数が算出できるため広く用いられている。また、最大変位点剛性ではなく70%程度の有効変位を用いて等価剛性および等価減衰定数を評価する場合についても検討を行った。

(3) Substitute 法 (Gulkan の手法)⁹⁾

等価剛性については最大変位点剛性を用いる。等価減衰定数については、非線形系の地震入力エネルギーと線形系の吸収エネルギーが同一となるよう等価減衰定数を設定する手法である。GulkanらはTakedaモデルの等価減衰定数の設定法を提示しているが、本検討ではエネルギーの釣合いから求められる等価減衰定数に対する低減率を本検討で用いた武藤モデルに対しても同様に用いることとした。

上記の3手法によって評価される等価剛性および等価減衰定数の比較例を図-1および図-2に示す。本研究では、免震支承には二次剛性比が1/6.5である標準バイリニアモデル、RC橋脚には二次剛性比がゼロの武藤モデルを用いていることから、それぞれのモデルについて比較結果を示す。免震支承については橋脚の降伏耐力相当の力が作用した場合の塑性率が15~25程度で用いる場合が多いことから、等価線形化法の違いが等価剛性および等価減衰定数に及ぼす影響が小さいことがわかる。一方、RC橋脚の塑性率は5前後であることが多いため、その塑性率の範囲では等価剛性および等価減衰定数は等価線形化法の選択によって大きく変化することがわかる。

3. 等価線形化法による地震応答変位の推定精度

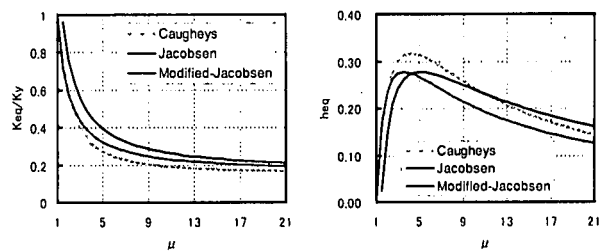
(1) 動的解析モデル

等価線形化法による多自由度系の地震応答変位の推定精度を検証するために動的解析との比較を行った。

図-3に示す免震橋梁を想定した2質点2自由度系を検討対象とした。上部構造重量は一般的な高架橋を対象として8,014kN、橋脚天端には上部構造重量の1/5である1,603kNを与えた。免震支承の復元力特性は標準バイリニアモデルを用い、二次剛性比を1/6.5とした。橋脚の復元力特性は武藤モデルを用い、二次剛性比をゼロとした。粘性減衰としては免震支承に0%、橋脚に2%を用いた。入力地震動は、道示に規定されるレベル2用タイプIおよびタイプII地震動の各地盤種別毎の標準加速度応答スペクトルに適合するよう振動数領域で振幅調整した18種の標準加速度波形を用いた。結果は、各地震動タイプ、各地盤種別毎に3波の平均値を動的解析の結果とした。応答計算における積分法は、Newmarkの β 法を用い $\beta=1/4$ とした。

動的解析においては橋脚の固有周期と免震支承の固有周期を変化させた。上部構造重量と橋脚天端位置重量と橋脚の降伏剛性から算定される橋脚の固有周期 T_p は、0.2~2.0秒まで変化させた。上部構造重量と免震支承の1次剛性から算定される免震支承の固有周期 T_b についても同様に0.2~2.0秒まで変化させた。なお、免震支承の等価固有周期は橋脚の降伏耐力相当の荷重が作用した場合の割線剛性を用いて算出している。橋脚の降伏耐力には、上部構造重量と橋脚天端位置重量との合計重量の40%の慣性力が作用した場合に降伏するように設定した。同様に、免震支承の降伏耐力は橋脚の降伏耐力の30%を設定した。

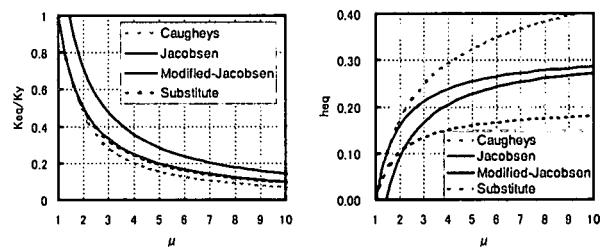
等価線形化法を用いた地震応答推定には、以下のケースを検討した。①免震支承およびRC橋脚ともにDynamic Stiffness法を用いるケース（Caugheyの方法と



(a)等価剛性

(b)等価減衰定数

図-1 標準バイリニア型復元力モデルの等価線形化



(a)等価剛性

(b)等価減衰定数

図-2 武藤型復元力モデルの等価線形化

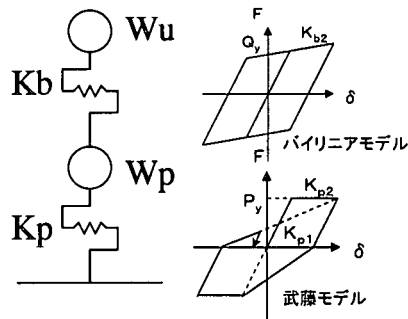


図-3 動的解析に用いた免震橋梁モデル

略記)、②免震支承およびRC橋脚ともに Geometrical Stiffness法を用いる方法（Jacobsenの方法と略記）、③免震支承およびRC橋脚ともに有効変位を最大変位の70%とした Geometrical Stiffness法を用いる方法（Modified Jacobsenの方法と略記）、④免震支承に Geometrical Stiffness法およびRC橋脚に Substitute法を用いる方法（Substitute+Jacobsenの方法と略記）の4ケースを検討した。なお等価線形化にあたっては、各部材の変形を仮定しそれに対応する各部材の等価剛性および等価減衰定数を各手法によって求め、全体系の1次固有振動数およびひずみエネルギー比例法を用いて算出した全体系の減衰定数に対応する動的解析の変形量に対して1次モード形状によって各部材の変形量を算出し、その値と各部材の仮定した変形量とが一致するまで収束計算させた。

(2) 上部構造位置の地震応答変位の推定精度

図-4に支承条件を固定とした場合の橋梁の固有周期が0.4秒である場合に、免震支承の等価固有周期を変化させた場合に算定される上部構造位置の動的解析変位

と各等価線形化法による推定変位との比較結果を示したものである。

本固有周期条件の下では、タイプⅠ地震動よりもタイプⅡ地震動に対する場合に応答変位の推定精度が劣る傾向にあることがわかる。地盤種別に着目した場合、Ⅰ種地盤の推定精度が比較的良好、Ⅲ種地盤の推定精度は他の地盤種別と比較して劣る傾向にあることがわかる。本計算条件下では、タイプⅠ地震動ではいずれの地盤種別においても、Caughey、Jacobsen の方法を用いた場合に動的解析により得られる変位を比較的良好に近似することがわかる。タイプⅡ地震動では、タイプⅠ地震動と傾向が異なり、Substitute+Jacobsen の方法を用いた場合に動的解析により得られる変位を比較的良好に近似する傾向にある。

(3) 橋脚天端位置の地震応答変位の推定精度

図-5には、図-4で示した計算条件のうち、Ⅱ種地盤における橋脚天端位置の動的解析結果と等価線形化法による応答推定変位の比較結果を示す。上部構造位置の地震応答変位推定においてタイプⅠ地震動とタイプⅡ地震動とではその傾向が異なっていたが、橋脚の応答推定にも同様の傾向が見られることがわかる。すなわち、タイプⅠ地震動ではCaughey、Jacobsen の方法を用いた場合に動的解析により得られる変位を比較的良好に近似し、タイプⅡ地震動に対しては

Substitute+Jacobsen の方法が比較的良好な推定結果を与えることがわかる。このような結果は他の地震種別に対する比較結果でも同様の傾向が得られている。

図-6には、免震支承の等価固有周期を1.54秒に固定し橋脚の降伏固有周期を変化させた場合における橋脚の応答変位の推定精度について示す。明らかに橋脚の降伏固有周期が大きくなるに従い、橋脚天端位置の応答変位を過小に評価する傾向にある。図-5ではタイプⅠ地震動においてはCaughey、Jacobsen の方法を用いた場合に比較的良好な精度が良く、タイプⅡ地震動に対してはSubstitute+Jacobsen の方法が比較的良好な推定精度が得られる傾向にあったが、これは橋脚の固有周期が0.4秒における結果であり、橋脚の固有周期の変化に伴い推定精度に違いが生じることに注意する必要がある。

このように、橋脚の降伏固有周期や免震支承の等価固有周期の組合せにより、最適な推定解を与える等価線形化法の異なるものの、支承条件が固定の場合の一般的な道路橋の固有周期は0.4～0.8秒程度であることを考慮すれば、タイプⅠ地震動およびタイプⅡ地震動ともにSubstitute+Jacobsen の方法が比較的良好な推定精度を有しているといえる。

(4) 免震支承の相対変位の推定精度

図-7には、図-4で示した計算条件のうち、Ⅱ種地盤における免震支承の相対変位の動的解析結果と等価線

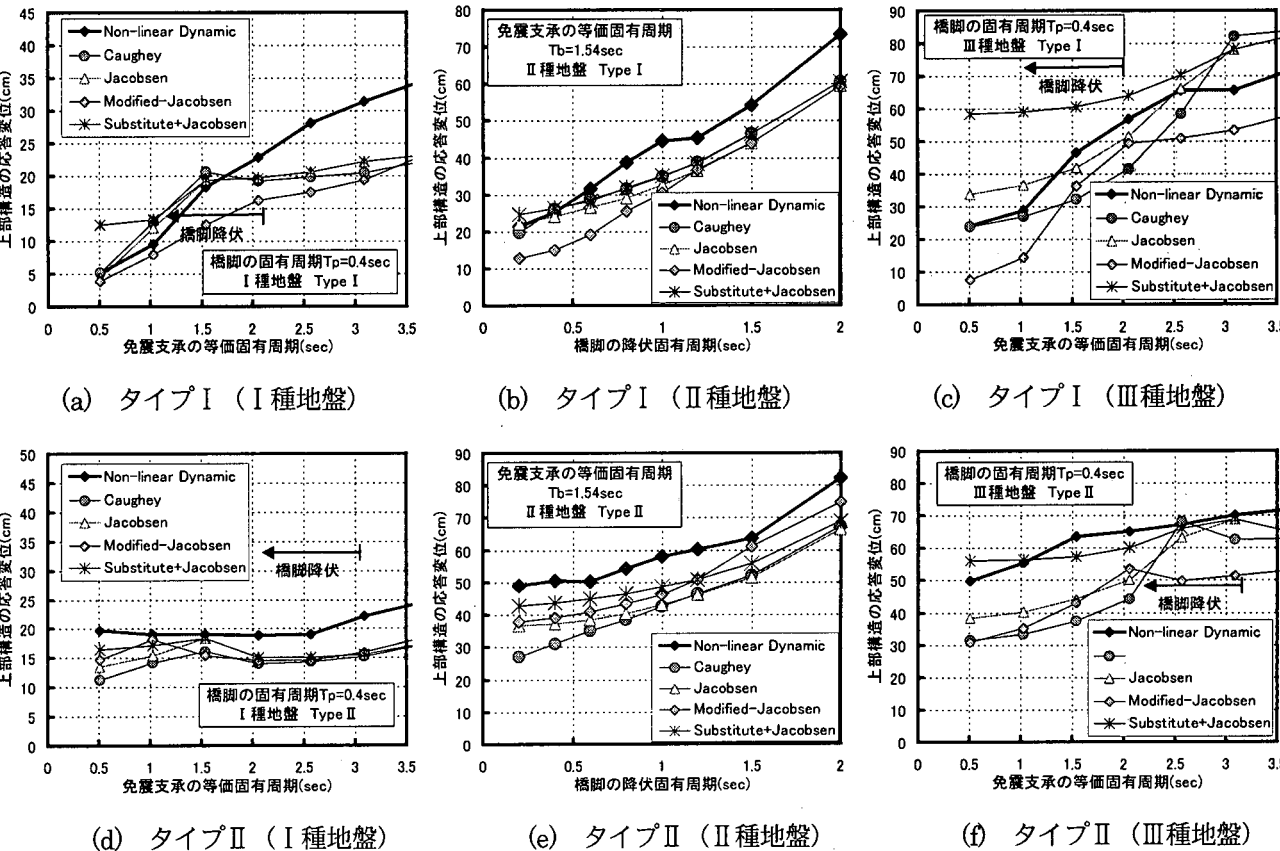
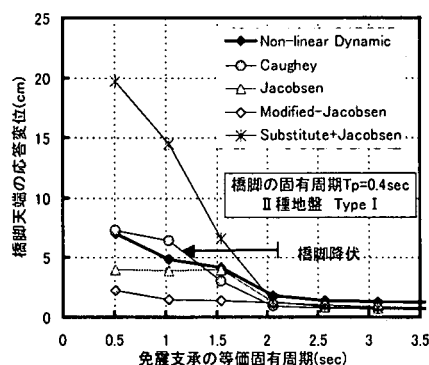
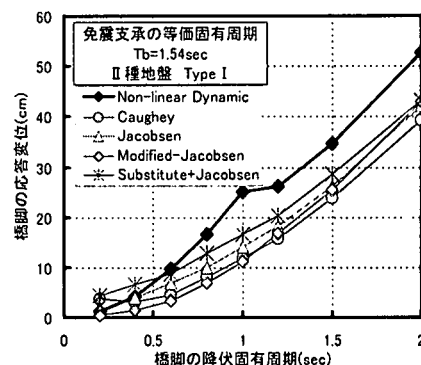


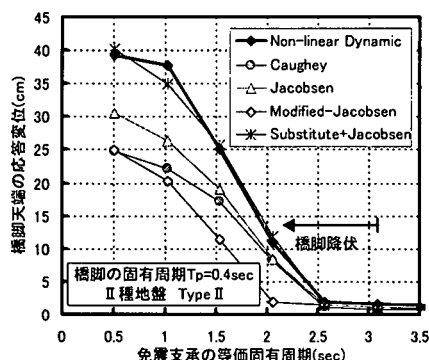
図-4 等価線形化法による免震橋梁の上部構造変位の地震応答推定精度（レベルⅡ地震動）



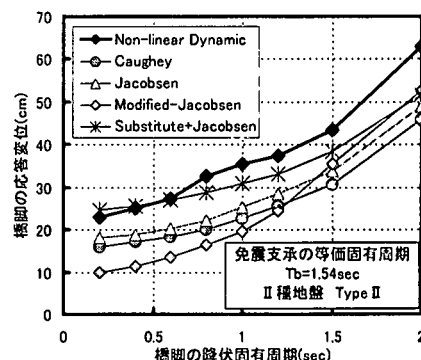
(a) レベルIIタイプI地震動 (II種地盤)



(a) レベルIIタイプI地震動 (II種地盤)



(b) レベルIIタイプII地震動 (II種地盤)



(b) レベルIIタイプII地震動 (II種地盤)

図-5 等価線形化法による免震橋梁の橋脚部材変位の地震応答推定精度 (Tp=0.4sec の場合)

図-6 等価線形化法による免震橋梁の橋脚部材変位の地震応答推定精度 (Tbeq=1.54sec の場合)

形化法による応答推定変位の比較結果を示す。タイプ I 地震動では等価線形化法の違いによる推定精度の違いはほとんど見られない。一方タイプ II 地震動では等価線形化法による応答推定値が動的解析値と比較して小さい傾向にある。

図-8 ではさらに免震支承の等価固有周期を 1.54 秒に固定し橋脚の降伏固有周期を変化させた場合における免震支承の相対変位の推定精度について示す。タイプ I 地震動においては Caughey の方法が最もよい推定変位を与えるが極端に差があるわけではない。一方タイプ II 地震動では推定精度に差が生じている。比較的 Modified-Jacobsen の方法がよい推定精度を有している。

免震支承の等価固有周期を一定とした場合は、橋脚の降伏耐力相当の力が作用した場合の変形が一定であることを意味する。これは地震動の種類には依存しない。しかしながら、図-8 では明らかに動的解析による免震支承の相対変位の結果に地震動タイプによる差が見られる。タイプ II 地震動の結果がタイプ I 地震動の結果と比較して大きい傾向にある。これは地震動の特性による差とも考えられるが、タイプ II 地震動が作用した場合の橋脚の変形量が大きく、そのため非線形挙動の相互作用により、動的な増幅作用が大きくなっていると考えられる。一方、このような動的な増幅効果が見られる場合は等価線形化法による免震支承の推定

精度が劣る傾向にある。このような傾向を補正するためには、橋脚と支承の非線形性にある変位の関係を持ち込むことによって、応答推定精度の改善が行えるものと考えられる。

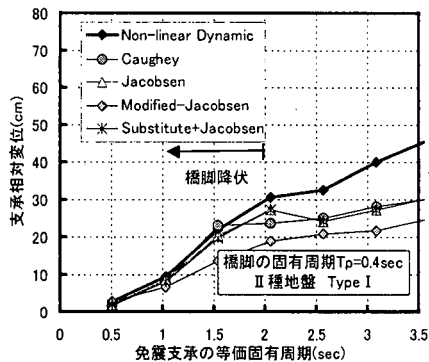
4. 支承の動的増幅係数と橋脚の塑性率との関係

免震支承には橋脚降伏耐力相当の力が作用した場合に生じる変形よりも大きな変形が見られる効果をここでは動的増幅係数をして定義する¹¹⁾。

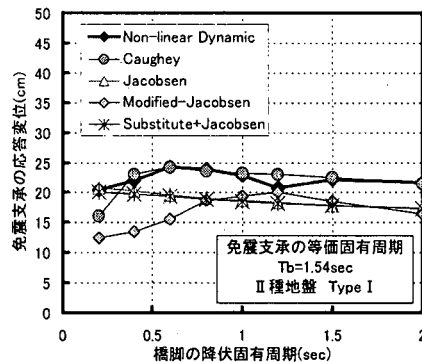
$$\beta = \frac{\delta_{dyn}}{\delta_{st}} \quad (1)$$

ここに、 β : 動的増幅係数、 δ_{dyn} : 動的な免震支承の変位、 δ_{st} : 静的な免震支承の変位

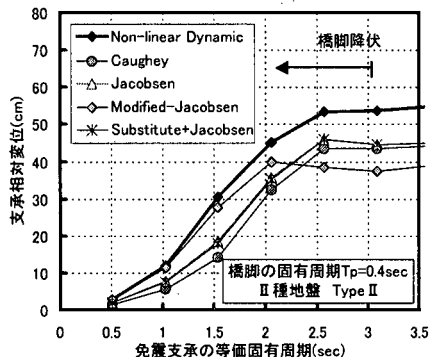
本来等価線形化法による応答推定において、橋脚と免震支承の両者の収束精度が高い場合は、動的増幅効果は当然推定解に反映される。しかしながら、モード形状に依存した収束法では理論的には解が一つではない。すなわち、複数の剛性と減衰条件の組合せが解として考えられる。したがって、橋脚と免震支承の剛性および減衰定数を自由に变化させた場合は、動的解析



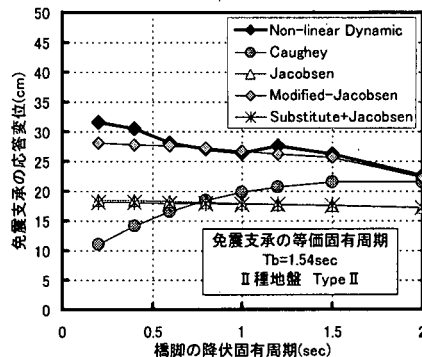
(a) レベルⅡタイプⅠ地震動（Ⅱ種地盤）



(a) レベルⅡタイプⅠ地震動（Ⅱ種地盤）



(b) レベルⅡタイプⅡ地震動（Ⅱ種地盤）



(b) レベルⅡタイプⅡ地震動（Ⅱ種地盤）

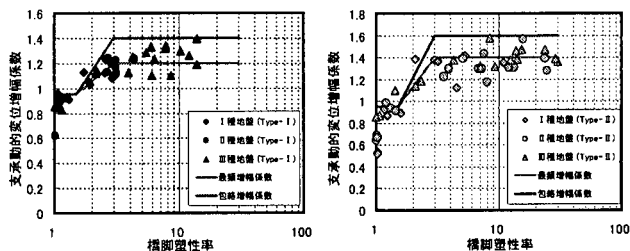
図-7 等価線形化法による免震橋梁の支承部材相対変位の地震応答推定精度特性（ $T_p=0.4\text{sec}$ の場合）

図-8 等価線形化法と免震橋梁の免震支承相対変位の地震応答推定精度特性（ $T_{beq}=1.54\text{sec}$ の場合）

解と違った変形モードで収束する可能性がある。橋脚と免震支承との収束がどちらか一方でも悪い場合は、このような動的増幅効果が小さくなるため、解の精度が悪くなる傾向にあると考えられる。したがって、ここでは一般的な支承の動的増幅効果を橋脚の変形と関連付け、等価線形化法の収束計算過程に取り込むことによって収束精度を高めることを考えた。図-9に本計算条件下で動的解析によって得られる免震支承の相対変位と、橋脚降伏耐力相当の力が作用した場合の免震支承の変位との比を示す。ここでは橋脚のじん性率に着目した整理を行った。明らかに橋脚の塑性率に対して免震支承の動的増幅係数が増加する傾向にある。図-9に示したデータから、免震支承に考慮すべき動的増幅係数と橋脚の塑性率との関係を設定した。なお、図中には応答推定に用いるべき最頻動的増幅係数、支承の部材設計に用いるべき包絡動的増幅係数を示した。本計算では応答計算に用いるため平均的な挙動を示す最頻動的増幅係数を用いた。

5. 支承の動的増幅係数を利用した修正等価線形化法による推定解の精度

支承の動的増幅係数を利用した修正等価線形化法による推定解の精度を図-10 および 11 に示す。なお、こ



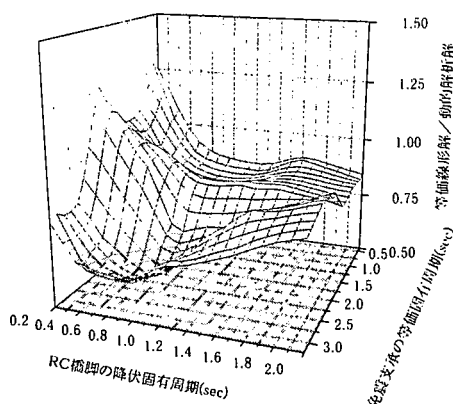
(a)タイプⅠ地震動

(b)タイプⅡ地震動

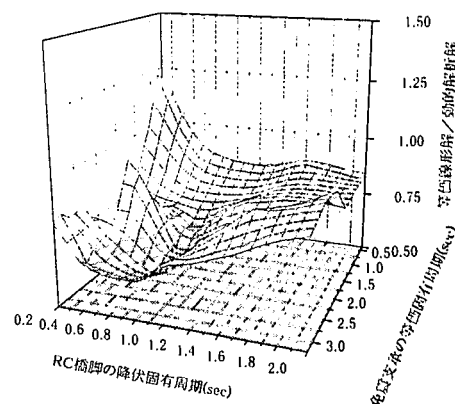
図-9 免震支承の動的増幅係数

ここでは、Substitute+Jacobsen の方法を用いた結果を示す。橋脚の塑性量に対応させた支承の動的増幅係数を用いない場合は、等価線形化法による推定解の精度は橋脚および支承の固有周期に影響を受けやすい。支承においては変動幅は小さいが動的解析によって得られる相対変位を過小評価する傾向にある。一方橋脚においては、塑性下に伴う剛性低下により支承剛性との大小関係が変化するため、橋脚の応答変位のばらつきは固有周期に敏感である。

一方、支承と橋脚の塑性量との関係を動的増幅係数のような制約条件として与えた場合、免震支承の相対変位においては精度の向上が見られる。推定解の精度は比較的固有周期に影響を受けないことがわかる。橋脚においても若干過小評価傾向にあるものの、推定解

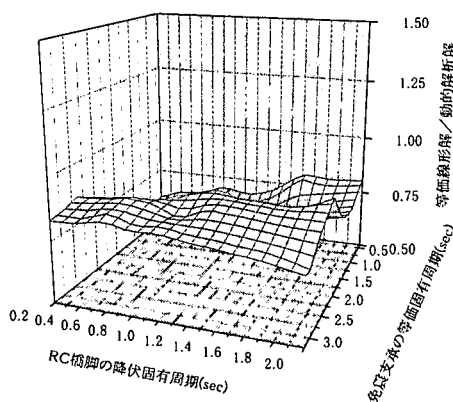


(a)依存させない場合

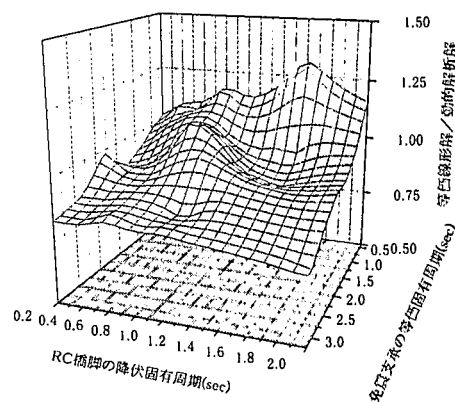


(b)依存させた場合

図-10 支承変形を橋脚の塑性変形に依存させた場合における推定解の精度の向上結果
(橋脚変位に着目した場合、タイプ2、Ⅱ種地盤)



(a)依存させない場合



(b)依存させた場合

図-11 支承変形を橋脚の塑性変形に依存させた場合における推定解の精度の向上結果
(支承相対変位に着目した場合、タイプ2、Ⅱ種地盤)

はほぼ同程度に若干動的解析解を下回る値を推定することから、適切な補正係数の導入により動的解析解を適切に推定することが可能になることがわかる。

6. おわりに

本稿では、免震橋梁において橋脚と免震支承に塑性化が生じる場合の地震時挙動を等価線形化法によって簡易推定する法について検討を行った。主な結果を示すと以下の通りとなる。

- ①等価線形化法による免震橋梁の地震応答推定について比較検討を行い、一般的な免震橋梁の固有周期帯においては、橋脚に Substitute 法、免震支承に Jacobsen の方法を用いた場合に比較的応答推定精度がよい。
- ②ただし、橋脚と免震支承の剛性の大小が塑性化によって変化する領域では比較的等価線形化法による推定解の精度が低下する傾向にある。

- ③支承の動的増幅係数と橋脚の塑性率との関連性を検討し、その拘束条件を等価線形化法の収束計算過程に持ち込むことによって、等価線形化法を用いた免震橋梁の地震応答特性の推定精度の向上が見られた。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書同解説Ⅴ耐震設計編、平成8年12月
- 2) Caltrans: "Caltrans Seismic Design Criteria Version 1.1, July 1999
- 3) SEAOC: "SEAOC Blue Book", April 1999
- 4) N. Priestly, F. Seible, M. Calvi: "Seismic Design and Retrofit of Bridges", Wiley, 1996
- 5) E. Anderson and S.A. Mahin: "Displacement-Based Design of Seismically Isolated Bridges, Proc. of 6th National Conference on Earthquake engineering, Seattle, June 1998
- 6) M. Kowalsky, N. Priestly, and G. MacRae: "A Methodology for Seismic Design Applied to Single Degree of Freedom Reinforced Concrete Structures", SSRP-94-16, Structural Systems Research, UCSD, October 1994
- 7) K. Caughey: "Sinusoidal Excitation of a System with Bilinear Hysteresis", Journal of Applied Mechanics, Vol.27, No.4, December 1960
- 8) L.S. Jacobsen: "Steady Forced Vibration as Influenced by Damping, Journal of Applied Mechanics, ASME, 52-22, 1930
- 9) P. Gulkan, and M.A. Sozen: "Inelastic Responses of Reinforced Concrete Structures to Earthquake Motions, ACI journal, December 1974
- 10) P. Jennings: "Periodic Response of a General Yielding Structure", Journal of the Engineering Mechanics Division, ACSE, April 1964
- 11) 足立幸郎、連上茂樹：基礎-RC橋脚-免震支承からなる橋梁の地震時全体応答特性に関する検討、第2回保固法シンポジウム、1998年12月