

P-Δ効果が橋脚の水平力-水平変位関係に与える影響

高橋雅裕・矢部正明

正会員（株）長大 構造事業部（〒305-0821 茨城県つくば市春日3-22-6）

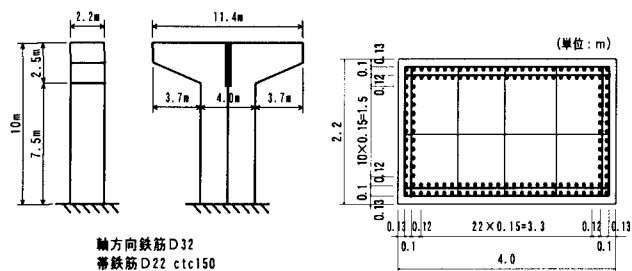
1. はじめに

地震時保有水平耐力法による耐震設計では、旧来の震度法による耐震設計に比較して、橋脚の上部構造慣性力作用位置に大きな変位を許容している。単柱形式の橋脚のように片持ちばり状の柱に軸力 P が作用している状態で、水平方向変位 Δ が生じた場合には、軸力と水平変位の積よりなる付加曲げモーメント $M_{p\Delta} = P \cdot \Delta$ が生じる。このため、橋脚には上部構造の慣性力による曲げモーメントのみならず、橋脚天端の水平変位とともに増加する付加曲げモーメントが同時に作用することになる。この付加曲げモーメントは、一般的な道路橋ではその影響が小さいことから、我が国の道路橋の耐震設計では考慮されることが少ない。しかし、米国やニュージーランドのように、橋脚の断面を絞り、その結果として橋脚に生じる変位が大きい橋脚が設計されている国々では、 $P-\Delta$ 効果の影響を考慮して耐震設計が行われている^{1), 4)}。

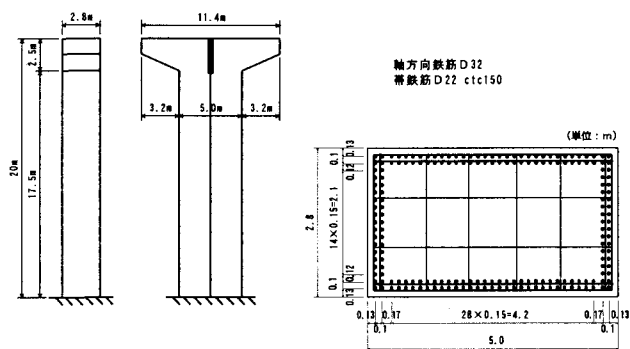
本報告では、道路橋示方書に基づいて耐震設計された鉄筋コンクリート橋脚を対象に、 $P-\Delta$ 効果が、地震時保有水平耐力法の設計に用いられる水平力-水平変位関係に与える影響を解析的に検討したものである。

2. 解析対象とした鉄筋コンクリート橋脚

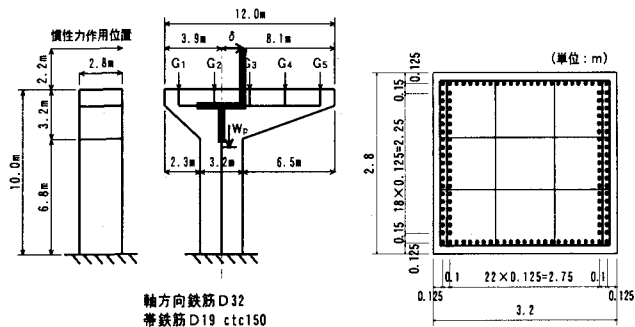
解析対象とした鉄筋コンクリート橋脚を図-1に示す。橋脚1と橋脚2は橋長200mの5径間連続鋼I桁橋の中間橋脚であり、橋脚3は橋長150mの5径間連続鋼I桁橋の中間橋脚である。上部構造の全幅員は12m、支承は地震時水平力分散構造であり、何れも連続橋の中で死荷重反力が最も大きくなる位置の中間橋脚である。橋脚高さは、橋脚1が10m、橋脚2が20m、橋脚3が10mであり、橋脚3は偏心橋脚である。また、橋脚高さ10mとして設計された橋脚1の配筋をそのまま用いて、橋脚高さを20mとしたケースも検討した。その橋脚を橋脚1'とする。解析方向は、偏心橋脚である橋脚3は直角方向、それ以外の橋脚は橋軸方向を対象とした。



(a) 橋脚1



(b) 橋脚2



(c) 橋脚3

図-1 解析対象としたRC橋脚

3. 解析方法及び解析モデル

軸力と水平変位の積からなる付加曲げモーメントによるP- Δ 効果が、水平力-水平変位関係に及ぼす影響について検討するため、材料非線形と幾何学的非線形を考慮した弾塑性有限変位解析を行い、幾何学的非線形を無視した弾塑性微小変位解析の結果と比較した。

橋脚は、2次元のはり要素でモデル化して基部を完全固定した。横ばり部及び隅角部のモデル化については、橋脚1と橋脚2の横ばり部は剛体としてモデル化した。橋脚3の隅角部は剛体としたが、張り出した横ばり部は弾性体とした。

材料の非線形性は、曲げモーメント-曲率関係を用いたM- ϕ モデルと、断面を分割した微小要素に応力-ひずみ関係を与えるファイバー要素の2つの方法でモデル化した。ひびわれは引張縁が曲げ引張強度 σ_{bt} に達する状態、初降伏は引張側最外鉄筋が降伏したとき、終局は圧縮側最外鉄筋の位置でコンクリートが終局ひずみに達したときと定義した。

M- ϕ モデルは、図-2に示すように、ひびわれc、初降伏 y_0 、終局uを結んだトリリニア型とした。軸方向の要素分割は、道路橋示方書に準じて50分割した。曲げ耐力の算出においては、図-3の様に平面保持を仮定し、コンクリートは50分割した微小要素の中心、軸鉄筋は鉄筋の中心でひずみと応力を評価した。コンクリートの応力-ひずみ関係は、図-4に示す道路橋示方書で規定されたタイプII地震動に対する式を用いた。鉄筋の応力-ひずみ関係は、完全弾塑性型とした。

ファイバーモデルは、M- ϕ モデルの曲げ耐力算出時と同様に、コンクリートは断面を50分割した微小要素の中心、軸鉄筋は鉄筋の中心でひずみと応力を評価した。コンクリートの応力-ひずみ関係は図-4に示すタイプII地震動に対する式を用い、鉄筋の応力-ひずみ関係は完全弾塑性型とした。ただし、曲げ引張強度 σ_{bt} は0と仮定した。また、かぶりコンクリートは、ひずみが終局ひずみを越えるひずみにおいて応力を負担しないものと仮定した。軸方向の要素分割長については、有限要素法やファイバーモデルによる解析において、応力-ひずみ関係が下降勾配を持っている場合、最大荷重以降に変形が基部の1要素に集中するために、解が要素寸法に依存するという問題が指摘されている。ここではこのような局所化の影響を避けるために、橋脚基部の要素長が道路橋示方書に規定されている塑性ヒンジ長 l_p になるように分割した。

荷重の載荷方法は、橋脚の重心に躯体重量、慣性力作用位置に上部構造の死荷重反力を鉛直下向きに載荷した後、慣性力作用位置の水平変位を漸増させる変位制御による。

解析に用いた荷重と材料強度を表-1に示す。

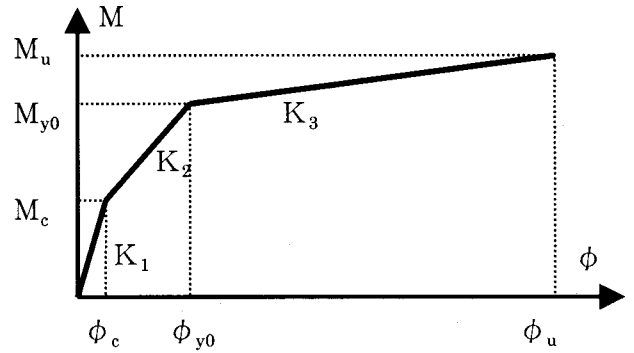


図-2 M- ϕ モデル（トリリニア型）

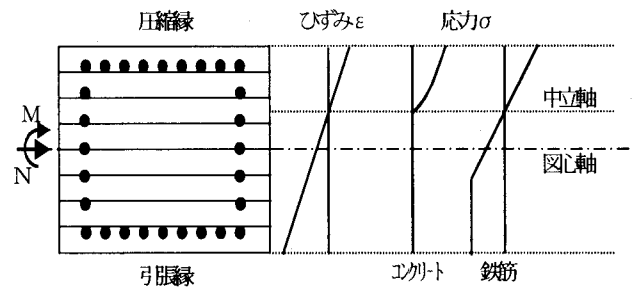


図-3 曲げ耐力の算出

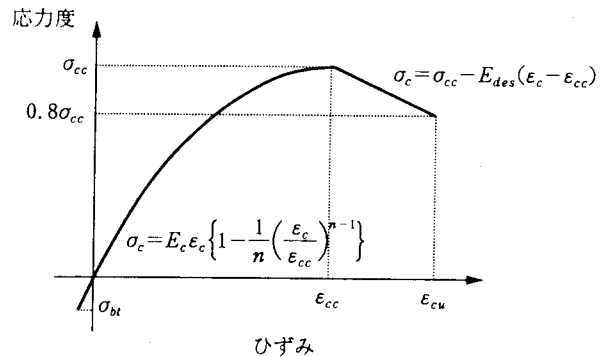


図-4 コンクリートの応力-ひずみ関係

表-1 設計条件および材料強度

橋 脚		橋脚1	橋脚1'	橋脚2	橋脚3
死 荷 重 反 力	R _d (tf)	610	610	610	140(G1)
					110(G2)
					100(G3)
					95(G4)
					95(G5)
軀 体 重 量	W _k (tf)	295.3	515.3	782.9	353.4
コンクリート 設計基準強度	σ_{ck} (kgf/cm ²)	240	240	240	210
軸鉄筋の降伏強度	σ_{yk} (kgf/cm ²)	3500	3500	3500	3000
帯鉄筋の降伏強度	σ_{yk} (kgf/cm ²)	3500	3500	3500	3000

4. P-Δ効果が曲げモーメント-曲率関係に与える影響

橋脚基部に生じる曲げモーメントは、慣性力によるものと、P-Δ効果による付加曲げモーメント、偏心曲げモーメントの和となる。このうち、P-Δ効果による付加曲げモーメントが考慮されるのは、幾何学的非線形を考慮した場合のみである。ただし、前述した変位制御によるとき、一定軸力下で曲率を固定すれば、軸力のつりあい条件を満足する中立軸の位置が一意的に定まるため、幾何学的非線形を考慮するかどうかにかかわらず、基部に生じる曲げモーメントの合計と曲率との関係は、部材軸線の傾きによる軸力の僅かな変化等を除けば、同じものとなる。

表-2は、P-Δ効果による付加曲げモーメントが、橋脚基部に作用する全曲げモーメントに対して、どの程度の割合を占めているかを示したものである。表には、M-φモデルを用いた場合の、終局時の結果を示してある。P-Δ効果による付加曲げモーメント $M_{P\Delta}$ は、次のようにして求めた。

$$M_{P\Delta} = M_{total} - M_0 - P_h \cdot h \quad (1)$$

ここで、 M_{total} は基部に作用する全曲げモーメント、 M_0 は偏心曲げモーメント、 P_h は慣性力作用位置における水平力、 h は基部の要素中央から慣性力作用位置までの距離である。

表より、P-Δ効果による付加曲げモーメントの割合が、高さ10mの橋脚1では全体の6%であるのに対して、高さ20mの橋脚2では全体の15%であり、橋脚高さが高い橋脚の方がP-Δ効果の影響が大きくなっている。橋脚高さ10mとして設計した断面をそのまま伸ばして高さ20mとした橋脚1'では、付加曲げモーメントの占める割合が、全体の22%と大きくなっている。偏心橋脚である橋脚3は、付加曲げモーメントの割合が全体の3%と橋脚1や橋脚2に比較して小さい。偏心曲げモーメントが全曲げモーメントの22%を占めていることから、偏心橋脚に対する設計上の配慮が、結果的に耐震性の向上にも寄与したものと考えられる。

図-5～図-7は、それぞれ橋脚1、橋脚2、橋脚3について、橋脚基部に生じる曲げモーメント M と曲率 ϕ の関係を示したものである。図において、実線はM-φモデルを用いた場合、破線はファイバーモデルを用いた場合を示している。黒丸(●)で示した、ひびわれ時、初降伏時、終局時に着目すると、M-φモデルを用いた場合もファイバーモデルを用いた場合もほぼ同じ結果である。ファイバーモデルを用いた場合には、初降伏後に曲げモーメントの増加が徐々に緩やかになり、最終的にはかぶり部の応力の負担が0となって曲げモーメントの減少が起こり、終局に至っている。

表-2 P-Δ効果による付加曲げモーメント(終局時)

橋脚	M_{total} (tf・m)	水平力 P_h (tf)	高さ h (m)	M_0 (tf・m)	$M_{P\Delta}$ (tf・m)	$M_{P\Delta}/M_{total}$
橋脚1	4591	443	9.725	0	281	0.06
橋脚1'	4757	187	19.725	0	1064	0.22
橋脚2	7896	342	19.725	0	1150	0.15
橋脚3	5340	333	11.934	1195	178	0.03

注) $M_{P\Delta} = M_{total} - M_0 - P_h \cdot h$

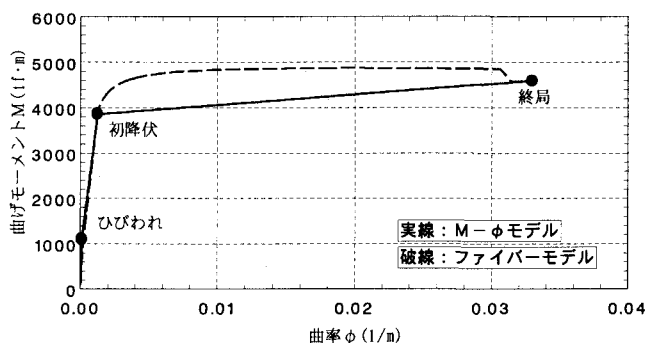


図-5 基部に生じる曲げモーメントと曲率の関係(橋脚1)

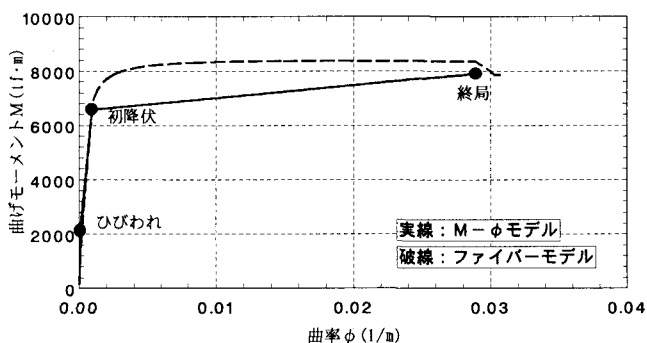


図-6 基部に生じる曲げモーメントと曲率の関係(橋脚2)

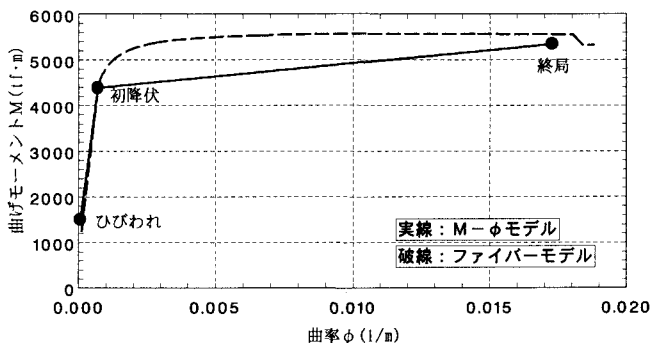


図-7 基部に生じる曲げモーメントと曲率の関係(橋脚3)

5. P-Δ効果が水平力-水平変位関係に与える影響

表-3は、P-Δ効果が鉄筋コンクリート橋脚の水平力-水平変位関係に与える影響を示したものである。表には、M-φモデルを用いた場合の、ひびわれ時、初降伏時、終局時の慣性力作用位置における水平力と水平変位を示してある。また、幾何学的非線形が水平力と水平変位に与える影響度を、幾何学的非線形を考慮した場合と無視した場合を比較する形で示してある。

水平変位に着目すると、幾何学的非線形を考慮した場合と無視した場合の差は、大きくても5%以内であり、P-Δ効果がひびわれ時、初降伏時、終局時の変位に与える影響はそれほど顕著なものではない。一方、水平力に着目すると、ひびわれ時と初降伏時は、幾何学的非線形を考慮した場合と無視した場合の差が3%以内でP-Δ効果の影響が小さい。しかし、終局時においては、幾何学的非線形を考慮した場合と無視した場合の差が最大で約22%となっており、P-Δ効果の影響によって水平力が低下していることがわかる。ただし、水平力の差が約22%と大きいのは、橋脚1の断面をそのまま伸ばして橋脚高さ20mとした橋脚1'の場合であり、それ以外の橋脚ではP-Δ効果の影響は顕著でなく、橋脚高さ20mとして設計された橋脚2の場合で、終局時の水平耐力が約14%低下する程度である。また、偏心橋脚である橋脚3では、終局時の水平耐力の低下は4%であり、ここで対象とした橋脚の中では、P-Δ効果の影響が最も小さくなっている。これは、偏心橋脚に対する設計上の配慮によって、結果的に耐震性能が向上しているためであると考えられる。

図-8～図-11は、M-φモデルを用いた場合の、慣性力作用位置における水平力と水平変位との関係を示したものである。図において、実線が幾何学的非線形を考慮した場合、破線が幾何学的非線形を無視した場合を示しており、橋脚基部がひびわれ、初降伏、終局に達する時点を黒丸(●)で示している。図より、橋脚基部が初降伏に達するまでは、P-Δ効果の影響がほとんどないが、初降伏を越えた後に、幾何学的非線形を考慮した場合の方が、水平力がP-Δ効果によって減少し、終局時の水平耐力が小さくなっている。このような傾向は、橋脚高さが橋脚2に比較して低い橋脚1や、偏心橋脚である橋脚3では、それほど顕著でないが、橋脚高さが高い橋脚2では橋脚1よりもP-Δ効果の影響が大きく、橋脚高さを10mとして設計した断面を用いて高さ20mとした橋脚1'はP-Δ効果の影響が最も大きくなっている。

以上、道路橋示方書で設計された鉄筋コンクリート橋脚を対象に弾塑性有限変位解析を行い、P-Δ効果が慣性力作用位置における水平力-水平変位関係に及ぼす影

響について検討した結果、橋脚高さ20mの場合に、終局時の水平耐力が約14%程度低下することがわかった。また、P-Δ効果の影響が現れるのは初降伏を過ぎてからであり、水平変位に与える影響は顕著ではなく、幾何学的非線形を考慮した場合と無視した場合の差は大きくても5%程度であり、橋脚1'を除けば2%という僅かな差であった。

表-3 P-Δ効果が水平力-水平変位関係に与える影響

橋脚 名称	高さ	事象	幾何学的非線形考慮		幾何学的非線形無視	
			水平力 (tf)	水平変位 (mm)	水平力 (tf)	水平変位 (mm)
橋脚1	10m	ひびわれ	112.6	3.5	112.8	3.5
		初降伏	393.3	37.5	396.1	37.5
		終局	443.2	368.5	472.1	384.0
橋脚1'	20m	ひびわれ	63.2	16.5	63.9	16.5
		初降伏	198.9	150.0	203.2	150.0
		終局	187.2	1223.0	241.1	1175.0
橋脚2	20m	ひびわれ	114.8	12.0	115.4	12.0
		初降伏	327.6	108.0	332.7	108.0
		終局	342.0	1145.0	399.5	1118.0
橋脚3	10m	ひびわれ	31.6	4.3	31.7	4.3
		初降伏	266.4	32.6	267.7	32.6
		終局	332.5	336.6	347.4	337.1

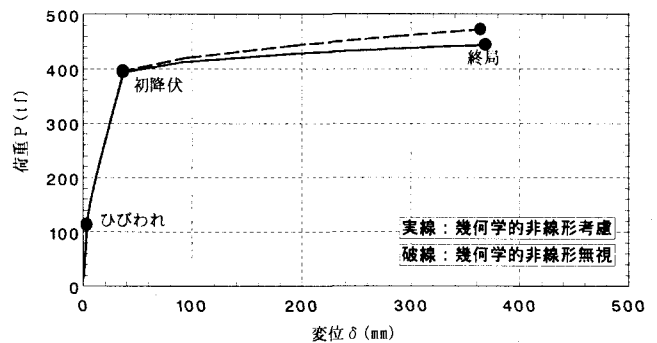


図-8 水平力-水平変位関係 (橋脚1, M-φモデル)

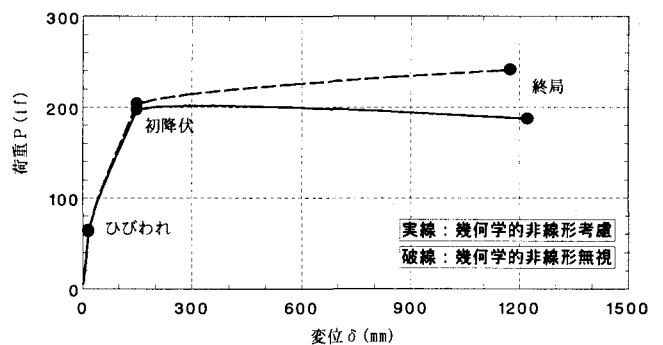


図-9 水平力-水平変位関係 (橋脚1', M-φモデル)

次に、ファイバーモデルを用いた解析から得られた、慣性力作用位置における水平力-水平変位関係においても、M-φモデルによる解析から得られた結果と同様の傾向を示すかどうかについて検討した。

図-12～図-15は、ファイバーモデルを用いた場合の、慣性力作用位置における水平力と水平変位の関係を示したものである。コンクリートの曲げ引張強度は σ_{bt} は0と仮定しているため、ひびわれ時は示していない。

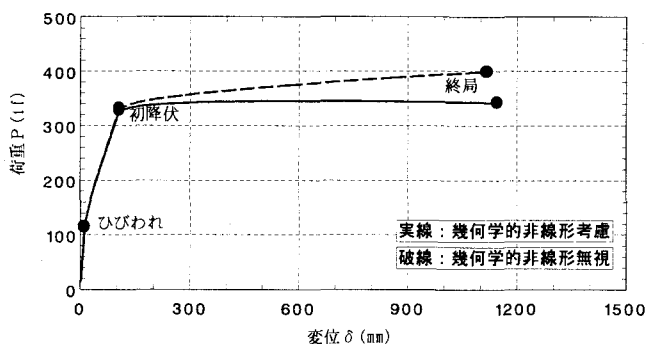


図-10 水平力-水平変位関係 (橋脚2, M- ϕ モデル)

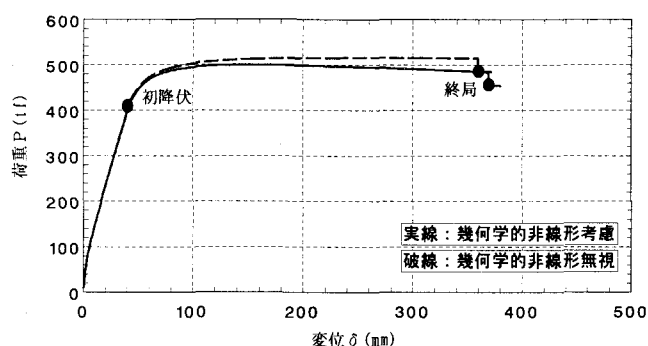


図-12 水平力-水平変位関係 (橋脚1, ファイバーモデル)

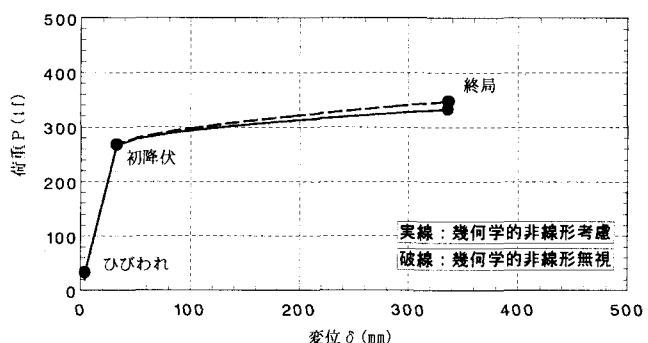


図-11 水平力-水平変位関係 (橋脚3, M- ϕ モデル)

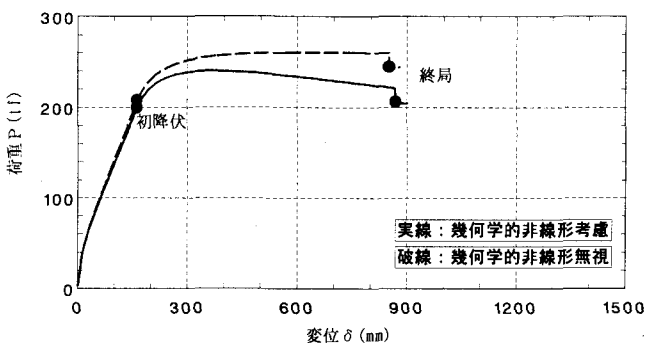


図-13 水平力-水平変位関係 (橋脚1', ファイバーモデル)

図より、初降伏を越えた後に、幾何学的非線形を考慮した場合の方が、水平力がP- Δ 効果によって減少し、終局時の水平耐力が小さくなっている。水平力の低下の度合は、M- ϕ モデルによる場合とほぼ同じである。つまり、P- Δ 効果の影響は、橋脚高さ10mで設計した断面をそのまま高さ20mまで伸ばした橋脚1'が最も大きく、橋脚高さが10mの橋脚1と偏心橋脚である橋脚3では僅かである。橋脚高さが橋脚1の2倍の20mである橋脚2でも、終局時の水平耐力の低下は14%以内である。また、幾何学的非線形を考慮した場合には、初降伏を越えた後に荷重が増加して最大値に達した後、終局までに荷重が低下するという傾向が見られる。このような傾向は幾何学的非線形を無視した場合には見られない。ただし、橋脚高さ10mで設計した断面をそのまま高さ20mまで伸ばした橋脚1'を除けば、そのような水平力の減少の度合はそれほど大きなものではない。

図-16は、弾塑性有限変位解析から得られた、慣性力作用位置の水平力と水平変位の関係を、M- ϕ モデルを用いた場合とファイバーモデルを用いた場合とで比較したものである。図は、偏心橋脚である橋脚3について示してある。実線がM- ϕ モデルの結果を、破線がファイバーモデルによる結果を示しているが、初降伏時、終局時の水平力はほぼ一致していることがわかる。終局時の変位は若干の差が認められる。これは、コンクリートの応力-ひずみ曲線における下降勾配の領域が影響する

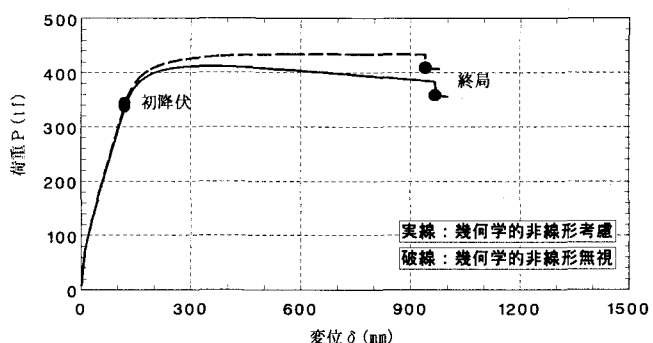


図-14 水平力-水平変位関係 (橋脚2, ファイバーモデル)

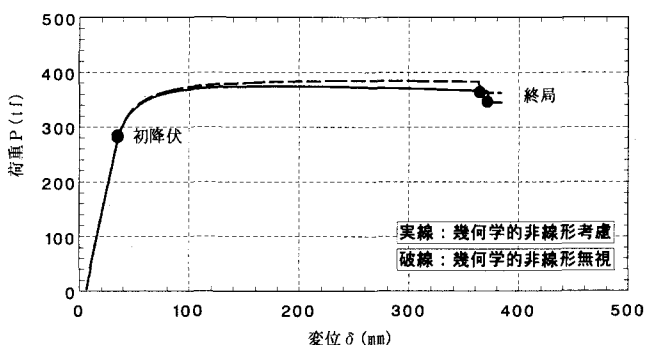


図-15 水平力-水平変位関係 (橋脚3, ファイバーモデル)

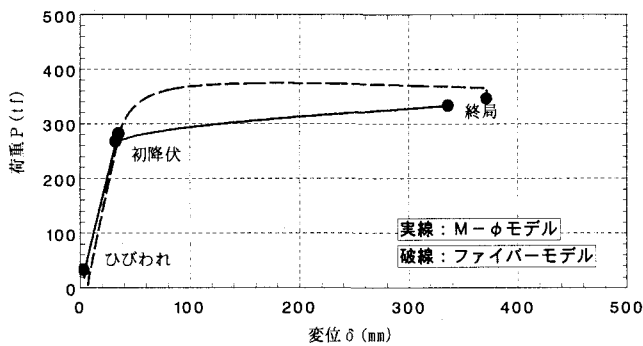


図-16 M- ϕ モデルとファイバーモデルによる水平力-水平変位関係の比較(橋脚3)

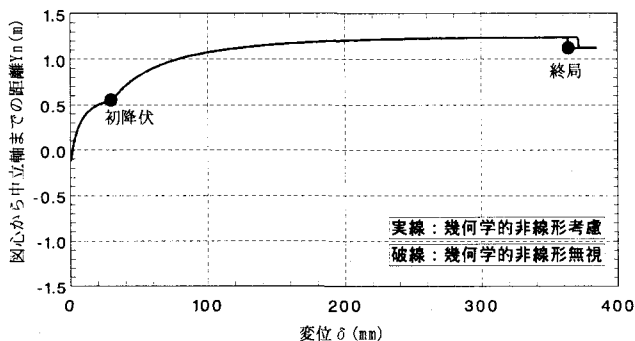


図-17 橋脚基部における中立軸位置の変化

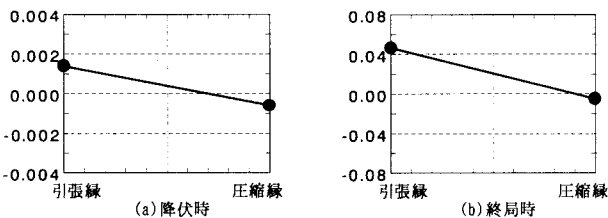


図-18 橋脚基部における中立軸位置の変化

ファイバーモデルでは、塑性変形が橋脚基部の1要素に集中し、解が橋脚基部の要素長に依存するという問題とともに、その1要素のコンクリートの応力-ひずみ関係が図-4に示したモデルの下降勾配の領域にあることが影響していると思われる。また、初降伏までの勾配の違いは、コンクリートの曲げ引張強度 σ_{bt} を、M- ϕ モデルでは考慮しているのに対し、ファイバーモデルでは0と仮定したためである。

曲線の形状に着目すると、M- ϕ モデルを用いた場合には、ひびわれ時、初降伏時、終局時の間が直線的に変化しているのに対して、ファイバーモデルを用いた場合には、初降伏時までは直線で、それ以降は徐々に剛性が低下して水平力の変化が緩やかになり、最終的にかぶりコンクリートが終局ひずみを越えて応力を負担しなくなって終局に至っている。ファイバーモデルでは、かぶりコンクリートが応力を負担している間は、かぶりが剥落

するためにかぶりコンクリートが応力を負担しないと仮定して求めた終局耐力よりも、水平力が大きくなる。また、ファイバーモデルにおいて初降伏時と終局時の間が曲線的に変化しているのは、引張側最外鉄筋の降伏後に、側方筋が徐々に降伏していくためである。

図-17と図-18は、水平変位が0の状態から橋脚基部が終局に至るまでに、基部において中立軸がどのように変化するか、また、初降伏時と終局時に断面内のひずみ分布がどのようになっているかを示したものである。図は、偏心橋脚である橋脚3に対するファイバーモデルによる結果を示してある。図-17の中立軸位置の変化を見ると、変化が1度緩やかになって初降伏に達した後、変化が再び急になってから徐々に変化しなくなり、終局時には中立軸の位置が図心側に戻っている。初降伏に達した後に中立軸位置の変化が再び急になるのは、それまで引張側の応力を負担していた引張最外鉄筋が降伏して伸びひずみが増大するのに伴って、中立軸が圧縮側に移動するためであり、これ以降は、圧縮縁の近くの僅かな部分のコンクリートが圧縮力を負担していることになる。終局時に中立軸の位置が図心側に戻るの、かぶりコンクリートのひずみが終局ひずみに達して、かぶり部が応力を負担しなくなるためであり、中立軸が戻った量がかぶりの厚さ130mmとほぼ等しいことから明らかである。

6. まとめ

道路橋示方書に基づいて設計された鉄筋コンクリート橋脚を対象に、P- Δ 効果が橋脚の水平力-水平変位関係に与える影響を解析的に検討した結果、次のようなことが明らかになった。

- 1) P- Δ 効果が橋脚の水平力-水平変位関係に与える影響は、高さ20mの橋脚でも終局時の水平耐力の低下は15%以下であった。また、偏心橋脚の場合には影響が小さく、設計上の配慮が反映されているものと考えられる。
- 2) M- ϕ モデルを用いた場合とファイバーモデルを用いた場合では、曲げモーメント-曲率関係や降伏時、終局時の水平耐力はほぼ同じとなる。

参考文献

- 1) Priestly, M. J. N., Seible, F. and Calvi, G. M.: Seismic Design and Retrofit of Bridges, John Wiley & Sons, Inc., 1996, 川島一彦監訳: 橋梁の耐震設計と耐震補強, 技報堂, 1998.
- 2) 日本道路協会: 道路橋示方書V耐震設計編, 1996.
- 3) 土木学会: コンクリート構造物の耐震技術 - 現状と将来展望 -, コンクリート技術シリーズ20, 1997.
- 4) (社)土木学会 地震工学委員会 地震時保有耐力法に基づく耐震設計法の開発に関する研究小委員会: 橋梁の耐震設計法に関する講習会 - 海外から見た日本の耐震設計法 -, 1998.