

脆性疲労耐力に基づく耐震設計法

田中康聖¹

¹環境事業団(〒100-0013 東京都千代田区霞ヶ関1-4-1)

1. まえがき

阪神大震災において、橋梁及び高層建物のコラム及びブレースに発生した脆性破壊による破断部は、残留歪みの痕跡が確認できないか、または微小な範囲にとどまっている。

鋼製ピアの圧潰部は、極めて局所の範囲にとどまり、普通の座屈とは全く異なる破壊である。

さらに、RCコラム・ウォールの輪切状引張破壊部・圧潰部及びせん断破壊部は、常に多数の破断面が集中した箇所合成されている。

しかも、脆性破壊と考えられる全ての破壊は、図-1.1に示すように、鉛直部材の節点から少し離れた上下2箇所の位置に判を押したように発生しているとともに、脆性破壊を引き起こした作用力の種類は、引張・圧縮力とせん断力のみであり、曲げ力の直接的な関与は認められない。

これらの地震による脆性破壊に対し、共通して考えられる原因は、定常的で繰返し回数がかかなり高く、しかも衝撃的な尖鋭応力パルスが引起した疲労性破壊であると考えられる。

構造物の部材節点間では、ランダムな位相の短高調波は反射を繰返し、コンボリユートすることにより位相フィルターにかかり、定常波となって増幅するとともに、さらに、異なる振動数の定常波がコンボリユートすることにより尖鋭な定常パルス応力を発生する。(図-1.1)

このような定常パルス応力を発生する条件は、入力地震波の中に、部材長の2倍以下の波長成分が減衰しきらずに残っていることである。

個々の構造部材は、両端の節点(質点)において、入力地震動と構造系全体の相互作用による大きな動的拘束力を受けており、この拘束力を求める現状での一般的方法は、多質点系モデルの振動方程式を解いている。

この節点の動的拘束力を解く問題は、図-1.2に示すように、構造部材自ずからのバネ応力によ

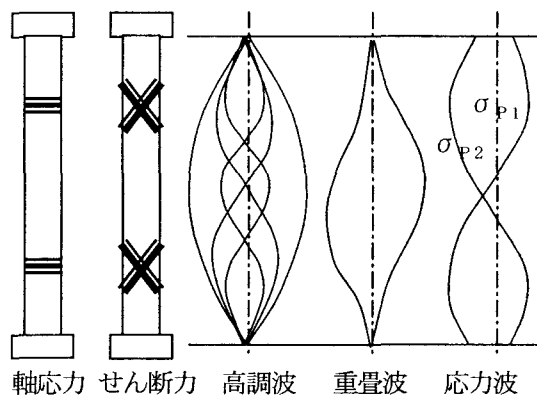


図-1.1 脆性疲労破壊の概念

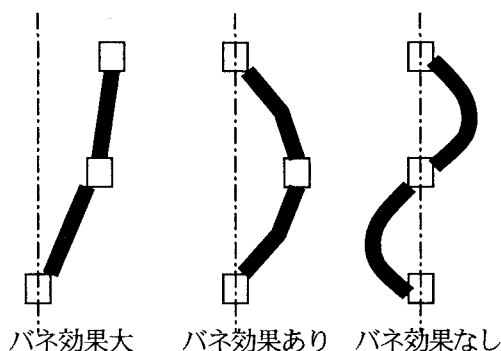


図-1.2 高調波波長と節点間バネ効果

る節点振動を拾うことはできるが、節点間で反射を繰返す短波長の歪波(短高調波)、すなわち、波長が節点間距離の2倍以下の短高調波については扱うことができない。

この短高調波は、地震実体波に含まれている高調波で、進路程における減衰が激しいため、遠地震の場合は無視できるものと考えられる。

しかし、短高調波であっても、直近直下型地震の場合は減衰が僅かであるため、入力波と境界の条件によっては尖鋭な定常パルス応力を発生し、脆性疲労破壊の発生原因となる。

脆性破壊の定義は、塑性変形をほとんど伴わない破壊ということであるから、鋼材の場合、疲労

限度の応力が繰返し作用したとき、破壊に至るまでには $10^6 \sim 10^7$ 回の繰返しが必要である。¹⁾

このままで地震時の現象に適用することは、少し無理がある。

ところが、材料の降伏点強度の近傍において節点振動応力場が発生し、定常パルス応力との合成による中・高歪の塑性変形を繰返すものとすれば、脆性破壊の発生条件は $10^1 \sim 10^3$ 回のオーダーの繰返しで足り、しかも、定常パルスによる破壊は局部に集中することとなる。

定常パルスが脆性破壊に関与する事象は、地震主動部分の時間を 10[s] とし、節点振動応力場の腹部分(極大応力場近傍)と重複するものとすれば、 $10/4=2.5$ [s] 間の事象であり、節点間部材に発生する地震高調波の平均周期は $10^{-1} \sim 10^{-3}$ [s] のオーダーの事象として現実味を帯びてくる。

2. 直下型地震波の性質

(1) 震源における地震波

震源における地震波は、高速で移動する地盤のせん断破壊面より発する衝撃波であるが、衝撃の強さは地震の破壊力そのものであり、次式の関係をもつ。

$$\begin{aligned} &(\text{地震破壊力}) \propto (\text{衝撃強さ}) \\ &\propto (\text{せん断ずれ速度}) \\ &= (\text{せん断ずれ量}) / (\text{衝撃波の周期}) \quad (2.1) \end{aligned}$$

地殻変動から見る限り、せん断ずれが大きいほど規模の大きい地震ということであるが、地震規模だけでは、地震の破壊力を表現できない。²⁾

断層の動く速さは、震源岩盤の粘弾性的性質だけでなく、上載圧力の強い影響を受けているのではなからうか。

野島断層を見学して気づいたことであるが、浅層震源では、先ず拘束圧の弱い縦ずれが勢いよく起こり、しばらくおいて、その縦ずれが地震進行方向に進み、横方向の拘束力が解放された時点で横ずれが発生し、続けて縦横混合の揺れ戻しが発生している。

このことから類推すると、深層震源の場合は大きな上載圧を負うため、縦横のずれがほぼ同時に起こり、しかも断層の動きは、上載圧に従って緩やかになる。

以上のことから、浅層直下型の地震波は、主要動の時間は短い、強大な衝撃力を有するパルス波であり、高振動数の高調波成分が含まれている。

(2) 伝播過程の地震波

震源に発生するパルス波は、遠方に伝わるに従い、衝撃波としての形が崩れ、減衰を伴いつつ滑らかに変形していく。

震源地震波は地表に到達する過程で、高調波成分別に拡散、散乱及び減衰を繰返し、振幅減衰と位相のずれを生ずる。

高調波は、高振動数成分ほど進路行程の振動ロスが大きく、また、強い指向性による大きな散乱作用が働き、振幅減衰と位相のずれは大きい。しかし、直近直下型地震の場合、地表での地震波は波の進路行程が短いため、高振動数・高振幅の高調波成分が残留している。

また、地震波はP波(疎密波)とS波(せん断波)に別れ、それぞれ独立に振る舞うとともに、P波速度はS波速度より大きい、直近直下型地震の場合、P波とS波は、ほぼ同時に重なって現れることを考える必要がある。

さらに、一般的には、地表面でのP波の揺れ(加速度)はS波の揺れ(加速度)より小さいと考えられている。

P波はS波より指向性が強く、散乱による減衰は激しい。このため、震源から離れた所での地震波は、P波よりS波の揺れが大きいといえる。

しかし、直下型地震の場合、地震発生メカニズムにもよるが、距離による減衰が少ないため、P波とS波の揺れは同じ程度と考える必要がある。

(3) 軟弱地盤における地震波

軟弱地盤の圧縮特性は、不透水性飽和地盤の場合、弾性的性質が支配的であるため、疎密地震動(P波)による減衰は小さい。したがって、軟弱地盤であっても、強力な縦揺れによる衝撃上げ作用を地表部に伝達することが可能である。

間隙が大きく不飽和地盤であるか、透水性飽和地盤である場合は、それぞれ土骨格の塑性歪み及び間隙水の縦振動により、疎密地震動は吸収されるため減衰は激しく、地盤崩壊、沈下、地割れなどの被害を生む。

とくに、透水性飽和地盤の場合、疎密地震動により、ひじょうに大きい間隙水圧が発生し、疎密地震動は地盤液状化の起爆的な働きをする。

一方、せん断特性は弾性的性質と対局する塑性的性質の影響を強く受けるため、せん断地震動(S波)による減衰は激しく、また、間隙水圧の発生に大きな影響をもたず、地盤液状化に対して大きな働きをするものではない。

また、構造物が杭基礎である場合、支持地盤の縦揺れは直に構造物に伝えられるため、構造物に与える影響は大きい。

反面、杭基礎は地盤の横揺れになじんだ動きをするため、軟弱地盤の横揺れ減衰に応じた揺れが上方に伝えられる。

さらに、長尺構造物や浅い基礎の構造物に被害をもたらすレイリー波は、縦揺れによって引き起こされる。

したがって、直近直下型地震の場合は、S波よりもP波の揺れを重大視する必要がある。

3. 節点における高調波の透過と反射

これから、構造物に進入する地震動の振る舞いを解析する方法について論ずるものであるが、そのためには、時間の関数である地震動 $Q(t)$ にフーリエ変換を施し、振動数の関数である高調波スペクトルに分解する必要がある。

フーリエ変換 $Q(t) \Rightarrow \mathbf{F}\{Q(t)\} = A(\omega)$

フーリエ逆変換 $\mathbf{F}^{-1}\{A(\omega)\} \Rightarrow Q(t)$

ここで、 $A(\omega) = \{a(\omega)\}$ により、フーリエ・スペクトル群を表す。

(1) 質点振動の反力

$$\text{振動方程式 } \partial^2 u_M / \partial^2 t = -\omega^2 u_M \quad (3.1)$$

$$\text{高調波動関数(変位) } u_M = a_M \exp(-i\omega t) \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \text{慣性反力 } P_M &= M(\partial^2 u_M / \partial^2 t) \\ &= -\omega^2 M a_M \exp(-i\omega t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\text{応力作用素 } S_M(\omega) = -M\omega^2 \quad (3.4)$$

a_M = フーリエ振幅 ω = 角振動数 M = 質量

(2) 軸応力(引張・圧縮)の作用する部材反力

$$\text{波動式 } \partial^2 u_A / \partial^2 t = c_A^2 (\partial^2 u_A / \partial^2 x) \quad (3.5)$$

$$\text{高調波動関数 } u_A = a_A \exp(if_A x - i\omega t) \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \text{部材反力 } P_A &= AE(\partial u_A / \partial x) \\ &= if_A AE a_A \exp(if_A x - i\omega t) \end{aligned} \quad (3.7)$$

但し、引張力を正、圧縮力を負とする。

$$\begin{aligned} \text{応力作用素 } S_A(\omega) &= if_A AE \\ &= iA(\rho E)^{1/2} \omega \end{aligned} \quad (3.8)$$

波速 $c_A = (E/\rho)^{1/2}$ a_A = フーリエ振幅

$f_A = \omega/c_A$ = 波数 ω = 角振動数

A = 断面積 E = ヤング率 ρ = 密度

(3) 横応力(せん断・曲げ)の作用する部材反力

部材に横応力波が伝達する場合、曲げ波とせん断波に分離する。

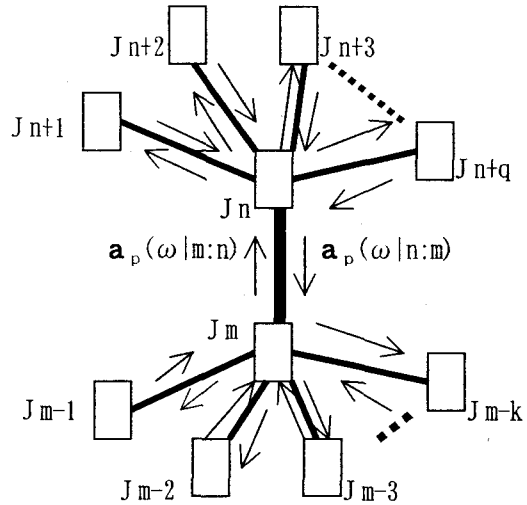


図-3.1 節点における応力波の透過と反射

a) 曲げ波動

$$\rho A(\partial^2 u_B / \partial^2 t) = EI(\partial^4 u_B / \partial^4 x) \quad (3.9)$$

$$\text{高調波動関数 } u_B = a_B \exp(if_B x - i\omega t) \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \text{部材反力 } P_B &= EI(\partial^3 u_B / \partial^3 x) \\ &= -if_B^3 EI a_B \exp(if_B x - i\omega t) \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \text{応力作用素 } S_B(\omega) &= -if_B^3 EI \\ &= -i(\rho A)^{3/4} (EI)^{1/4} \omega^{3/2} \end{aligned} \quad (3.12)$$

波速 $c_B = \omega/f_B = (EI/\rho A)^{1/4} \omega^{1/2}$

波数 $f_B = \omega/c_B = (\rho A/EI)^{1/4} \omega^{1/2}$

b) せん断波動

$$\rho(\partial^2 u_S / \partial^2 t) = \kappa G(\partial^2 u_S / \partial^2 x) \quad (3.13)$$

$$\text{高調波動関数 } u_S = a_S \exp(if_S x - i\omega t) \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \text{部材反力 } P_S &= A\kappa G(\partial u_S / \partial x) \\ &= if_S A\kappa G a_S \exp(if_S x - i\omega t) \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \text{応力作用素 } S_S(\omega) &= if_S A\kappa G \\ &= iA(\rho \kappa G)^{1/2} \omega \end{aligned} \quad (3.16)$$

波速 $c_S = (\kappa G/\rho)^{1/2}$ a_S = フーリエ振幅

波数 $f_S = \omega/c_S$

κG = 断面形状による係数 $\times$ せん断弾性係数

(4) 横応力波(せん断波/曲げ波)の分割率

(せん断波/曲げ波)の分割率

$$\begin{aligned} &= |a_S|/|a_B| = |S_B/S_S| \\ &= (\rho A)^{3/4} (EI)^{1/4} \omega^{3/2} / \{A(\rho \kappa G)^{1/2} \omega\} \\ &= (\rho EI/A)^{1/4} \{\omega/(\kappa G)\}^{1/2} \end{aligned} \quad (3.17)$$

式(3.17)の意味するところは、低振動数の高調波は曲げ力が支配し、節点間で定常波を発生させるような高振動数の高調波はせん断力が支配するということである。したがって、地震時の横応力波による部材破壊の主因は、せん断波にある。

(5) 節点透過率と反射率

部材節点 J_m から J_n に向かう単位座標ベクトルは、 $\mathbf{u}(m:n)$ のように表記する。

節点における各部材の変位は等しいことより、図-3.1 に示すように、部材 B_{mn} から節点 J_n に波動ベクトル $\mathbf{a}_{INp} = \mathbf{a}_p(\omega|m:n)$ が入射するとき、その反射ベクトル $\mathbf{a}_{Rp} = \mathbf{a}_p(\omega|n:m)$ との和は、節点 J_n を透過する波動の分ベクトル(直交2成分)の和に等しい。

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_{INp} + \mathbf{a}_{Rp} &= \mathbf{a}_A(n:n+q) + \mathbf{a}_{B \text{ or } S}(n:n+q) \\ &= \mathbf{a}_M(n:n)\end{aligned}\quad (3.18)$$

単位ベクトルを $\mathbf{u} = \mathbf{u}(n:n+q)$, $\mathbf{U} = \mathbf{u}(m:n)$,

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{v}_p(m:n) = \mathbf{a}_{INp} / |\mathbf{a}_{INp}| \quad \text{と置き、}$$

また、 $S_p = S_p(\omega|m:n)$, $S_x = S_x(\omega|n:n+q)$ と略する。

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_x &= \{\mathbf{v}_p \cdot (\mathbf{a}_{INp} + \mathbf{a}_{Rp})\} \\ &\quad \cdot \{\delta 1_x(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}_p)\mathbf{u} + \delta 2_x[\mathbf{u} \times \mathbf{v}_p \times \mathbf{u}]\} \quad (3.19)\end{aligned}$$

但し、 $p = "A"$ のとき $\mathbf{v}_p = \mathbf{U}$

$p = "B", "S"$ のとき $(\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{U}) = 0$

$x = "A"$ のとき $\delta 1_x = 1, \delta 2_x = 0$

$x = "B", "S"$ のとき $\delta 1_x = 0$

$$\delta 2_x = \{1 - S_x / (S_B + S_S)\}$$

$x = "M"$ のとき $\delta 1_x = 1, \delta 2_x = 1$

ここで、 $\mathbf{v}_x = \mathbf{v}_x(n:n+q) = \mathbf{a}_x / |\mathbf{a}_x|$ と置く。

$$R_p = (\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{a}_{Rp}) / (\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{a}_{INp}) \quad (3.20)$$

$$T_p = (\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{a}_x) / (\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{a}_{INp}) = 1 - R_p \quad (3.21)$$

ここに、 $R_p(\omega|m:n)$, $T_p(\omega|m:n)$ 及び添字 A, B, S, M は、それぞれ節点 J_n の波動反射率、波動透過率及び軸力、曲げ力、せん断力、質点慣性力の引数を表し、添字 p, X はそのどれかの引数を表す。

また、添字 q は波動の透過する節点方向を表す引数で、 $q=0$ の場合は質点を指す。

節点における入射波応力と反射波応力の和は、全透過波の応力和に等しい。

したがって、式(3.3)(3.7)(3.11)(3.15)の部材反力及び式(3.4)(3.8)(3.12)(3.16)の応力作用素 S_x , S_x を用いると、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned}S_p(\mathbf{a}_{INp} + \mathbf{a}_{Rp}) &= (1 + R_p) S_p \mathbf{a}_{INp} \\ &= \sum_{q=1,2,\dots} \{\sum_{X=M,A,B,S} (S_x \mathbf{a}_x)\} \\ &= \sum_{q,X} (S_x \mathbf{a}_x) \quad (3.22)\end{aligned}$$

式(3.22)の両辺の内積をとり、式(3.19)～(3.21)を代入して整理すると、次式の通り波動の節点透過率を得る。

$$\begin{aligned}1 + R_p(\omega|m:n) &= 2 - T_p(\omega|m:n) \\ &= \sum_{q,X} \{S_x(\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x)\} / \{S_p(\mathbf{a}_{INp} \cdot \mathbf{a}_{INp})\} \\ &= (T_p / S_p) \sum_{q,X} \{S_x(\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{v}_x)\} \quad (3.23)\end{aligned}$$

$$T_p(\omega|m:n) = 2 S_p / (\text{分母}) \quad (3.24)$$

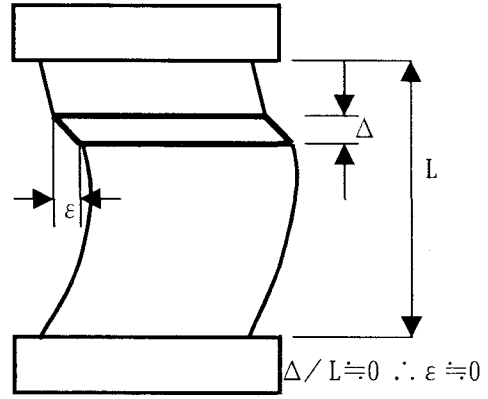


図-4.1 脆性疲労箇所の歪み形態

$$\begin{aligned}(\text{分母}) &= S_p + \sum_{q,X} \{S_x(\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{v}_x)\} \\ &= S_p + S_M + \sum_{q=1,2,\dots} \{(\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{u}_q) S_{A,q} \\ &\quad + 2(\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{v}_{S,q}) S_{B,q} S_{S,q} / (S_{B,q} + S_{S,q})\} \quad (3.25)\end{aligned}$$

4. 振動減衰と脆性疲労

(1) 振動の減衰

構造物における振動減衰の原因は種々考えられるが、構造系全体に揺れを引起こす波長が節点間距離の2倍以上の高調波と、それ以下の波長の節点間に定常振動を引起こす高調波では、根本的な減衰の原因が異なる。

中長波の高調波は、部材全体或いは構造体の大局部分に歪を起し、繰返し数も少なく、繰返し疲労特有の弾性係数の低下が見られない。

このときの減衰は、構造体の相当の範囲に及び発生する構造材料の塑性クリープが主原因であると考えられ、現状での動的解析においては、式(4.1)の通り、運動微分方程式の中に、変形速度に比例する減衰項を設定する根拠となっている。

$$\begin{aligned}M(\partial^2 u / \partial t^2) - C(\partial u / \partial t) \\ = K(\partial^2 u / \partial x^2) \quad (4.1)\end{aligned}$$

第2項の塑性クリープによる減衰は、慣性力を時間積分したものである。

$$\text{第2項} = - \int M(\partial^2 u / \partial t^2) C' dt \quad (4.2)$$

高調波 $u = a \exp(ifx - i\omega t)$ において、式(4.1)に代入すれば、次式の通り。

$$-\omega^2 M + i\omega C = -f^2 K \quad (4.3)$$

式(4.3)において、慣性項は角振動数 ω^2 に比例し、減衰項は ω に比例するため、高振動数になれば、減衰項は無視できる。

(2) 脆性疲労

構造材料の塑性クリープは、材料の歪み時間の間隔、すなわち振動周期に比例するため、短波長高調波では、塑性クリープによる減衰はひじょうに小さく、したがって、残留歪みも小さい。

節点間に定常振動を引起す短波長高調波では、最大応力が不動点に発生し、繰返し回数も極めて高い。

最大応力を繰返し受ける箇所は、疲労を集中的に蓄積し、弾性係数が低下し始め、急速に靱性を失う。

図-4.1 に示すように、部材の疲労箇所は局部に集中するため、破壊に至る寸前まで弾性波動の減衰はほとんど生ぜず、また、透過率、反射率もほぼ一定に保たれる。このことは、波動の線形性を保つ自然法則が働いているといえる。

5. 節点間高調波

(1) 節点間折返し波動

高調波は、式(3.24)で表せる地震波透過率 T 及び反射率 R により、節点間で折返し増幅し、定常波を形成する。(図-3.1)

ここに、減衰率 r は、節点振動応力場を計算する中・長波の問題を扱う場合にのみ設定し、節点間の定常パルス応力を計算する場合は、 $r=1$ としてよい。

$$\begin{aligned} \text{入力高調波 } u_p &= a_{p0} \exp(if_p x - i\omega t) \\ \text{節点間距離 } L \text{ とし、折返し位相のずれは、} \\ \text{正行波 } &\exp\{i(2J+1)f_p L\} \\ \text{逆行波 } &\exp\{i2(J+1)f_p L\} \text{ である。} \\ \text{したがって、節点間折返し波は次式の通り。} \\ \text{節点 } J_n(x=0) \text{ における正行波 } u_p(m:n) \\ &= \sum_{J=0}^{\infty} a_{p0} r^{2J+1} \{R_p(m:n) R_p(n:m)\}^J \\ &\quad \cdot \exp\{i(2J+1)f_p L\} \exp(if_p x - i\omega t) \\ &= a_{p0} r \exp(if_p L) \exp(if_p x - i\omega t) \\ &\quad / [1 - \{r^2 R_p(m:n) R_p(n:m) \exp(i2f_p L)\}] \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} \text{節点 } J_m(x=0) \text{ における逆行波 } u_p(n:m) \\ &= \sum_{J=0}^{\infty} a_{p0} r^{2J} R_p(m:n)^J R_p(n:m)^{J-1} \\ &\quad \cdot \exp(i2Jf_p L) \exp(if_p x - i\omega t) \\ &= a_{p0} R_p(n:m)^{-1} \exp(if_p x - i\omega t) \\ &\quad / [1 - \{r^2 R_p(m:n) R_p(n:m) \exp(i2f_p L)\}] \end{aligned} \quad (5.2)$$

節点間増幅作用素 $H_p(\omega|m:n)$, $H_p(-\omega|m:n)$ は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{正行波 } H_p(\omega|m:n) &= r \exp(if_p L) / D \\ D &= 1 - r^2 R_p(m:n) R_p(n:m) \exp(i2f_p L) \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\text{逆行波 } H_p(-\omega|m:n) = 1 / \{R_p(n:m) D\} \quad (5.4)$$

$$\text{ここに、} H_p(\omega|m:n) = H_p(\omega|n:m)$$

$$H_p(-\omega|m:n) \neq H_p(-\omega|n:m) \text{ である。}$$

(2) 節点間波動の入出力平衡

図-3.1 に示すに、節点 J_m 側からは波動ベクトル $\{T_X(\omega|m-k:m) \mathbf{a}_X(\omega|m-k:m)\}$ が入射し、同様に、節点 J_n 側からは逆向きの波動ベクトル $\{T_X(\omega|n+q:n) \mathbf{a}_X(\omega|n+q:n)\}$ が入射した場合の波動の入出力平衡を解く。

J_m から J_n に向かう波 $\mathbf{a}_p(\omega|m:n)$ は、次式の通りである。

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_p(\omega|m:n) &= H_p(\omega|m:n) \sum_k \sum_{X=A, B, S} \mathbf{g}_{X, k} \\ &\quad + H_p(-\omega|n:m) \sum_q \sum_{X=A, B, S} \mathbf{g}_{X, q} \quad (5.5) \\ \mathbf{g}_{X, k} \\ &= \delta_p (\mathbf{V}_p \cdot \mathbf{v}_{X, q}) T_X(\omega|m-k:m) \mathbf{a}_X(\omega|m-k:m) \\ \mathbf{g}_{X, q} \\ &= \delta_p (\mathbf{V}_p \cdot \mathbf{v}_{X, q}) T_X(\omega|n+q:n) \mathbf{a}_X(\omega|n+q:n) \\ p &= "A" \text{ のとき } \delta_p = 1 \\ p &= "B", "S" \text{ のとき} \end{aligned}$$

$$\delta_p = \{1 - S_p / (S_B + S_S)\}$$

同様に、部材 B_{mn} 上の J_n から J_m に向かう波 $\mathbf{a}(\omega|n:m)$ は、次式の通りである。

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_p(\omega|n:m) &= H_p(-\omega|m:n) \sum_k \sum_{X=A, B, S} \mathbf{g}_{X, k} \\ &\quad + H_p(\omega|n:m) \sum_q \sum_{X=A, B, S} \mathbf{g}_{X, q} \quad (5.6) \end{aligned}$$

(3) 節点振動応力場

節点間距離の2倍を超す波長の波は、節点間に閉ざされることなく、構造系全体に振動を伝える。

そのため、節点応力場の解析は、式(5.7)に示す部材バネによる質点系の振動方程式を解く方法が妥当である。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\partial^2 \mathbf{X} / \partial t^2) + \mathbf{C}(\partial \mathbf{X} / \partial t) + \mathbf{KX} \\ = -\mathbf{M1}(\partial^2 \mathbf{X}_E / \partial t^2) \end{aligned} \quad (5.7)$$

ここで、 $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$, $\mathbf{1}$, $\mathbf{X}$, $\mathbf{X}_E$ はそれぞれ質量、減衰係数、バネ定数、単位、構造物変位、地動変位の行列を表す。

また、節点応力場の解析は、振動問題として考えず、前項に示した波動の入出力問題として解くことも可能である。

部材 B_{mn} から節点 J_n を透過する波動ベクトルは、式(5.5)の $\mathbf{a}_p(\omega|m:n)$ に式(3.24)の節点透過率 $T_p(\omega|m:n)$ を乗じてものであり、節点 J_n を透過する高調波スペクトル群 $J_p(\omega|m:n)$ は次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} J_p(\omega|m:n) &= \{T_p(\omega|m:n) \mathbf{a}_p(\omega|m:n)\} \\ &\quad - \sum_q \sum_{X=A, B, S} \mathbf{g}_{X, q} \end{aligned} \quad (5.8)$$

したがって、 $J_p(\omega|m:n)$ を逆フーリエ変換し、節点 n の透過波の波動関数 $j_p(t|m:n)$ を得る。

$$j_p(t|m:n) = (1/2\pi) \int_{-\pi/L}^{\pi/L} J_p(\omega|m:n) \exp(i\omega t) d\omega \\ \cong F^{-1}\{J_p(\omega|m:n)\} \quad (5.9)$$

ここで、 ω の積分範囲は $-\pi/L \sim \pi/L$ をとる。

式(5.9)の $j_p(t|m:n)$ は、節点 $J_n(x=0)$ の振幅を表す関数であるから、節点振動応力場の応力関数 $\sigma_{Fp}(t|m:n)$ は、 $t=x/c_p$ に変数変換し、式(3.7)(3.11)(3.15)を用いて、次式により求めることができる。

$$\partial^q j_p(t|m:n)/\partial^q x \\ = F^{-1}\{i\omega/c_p(\omega)\}^q J_p(\omega|m:n) \quad (5.10)$$

$$\text{軸応力 } \sigma_{FA}(t|m:n) \\ = AE\{\partial j_A(t|m:n)/\partial x\} \\ = AE/c_A\{\partial j_A(t|m:n)/\partial t\} \\ \text{or } = AE/c_A F^{-1}\{i\omega J_A(\omega|m:n)\} \quad (5.11)$$

$$\text{せん断応力 } \sigma_{FS}(t|m:n) \\ = AKG\{\partial j_S(t|m:n)/\partial x\} \\ = AKG/c_S\{\partial j_S(t|m:n)/\partial t\} \\ \text{or } = AKG/c_S F^{-1}\{i\omega J_S(\omega|m:n)\} \quad (5.12)$$

$$\text{曲げせん断応力 } \sigma_{FB}(t|m:n) \\ = EI\{\partial^3 j_B(t|m:n)/\partial^3 x\} \\ = EI F^{-1}\{i\omega/c_B(\omega)\}^3 J_B(\omega|m:n) \quad (5.13)$$

同様に、部材 Bmn から節点 J_m を透過する波動による節点振動応力場についても求めることができる。但し、応力場の正負符号は逆になる。

したがって、部材 Bmn 上の節点 J_m からの距離を X として、任意点 X の応力 $\sigma_{Fp}(X|m:n)$ は次式で与えられる。

$$\sigma_{Fp}(t, X|m:n) \cong -\sigma_{Fp}(t|m:n) \\ + \{\sigma_{Fp}(t|m:n) + \sigma_{Fp}(t|m:n)\}X/L \quad (5.14)$$

ところが、複雑な構造系を解く場合、地震動の時間関数をFFT(高速フーリエ変換)にかけ、複素係数の行列を解くのが得策とは思えない。

しかし、下部部材から逐次計算を進める方法を用いれば、シンプルな構造の橋梁問題を解くときなど、計算効率を上げることが可能であろう。

次の項で述べる脆性疲労破壊の検討を行う場合、定常パルス応力の解析は、波動問題として解くことが避けられない。

(4) 定常パルス応力

式(5.5)(5.6)より、節点間部材の高調波スペクトル群を求めることができる。

$$\text{正行波群 } A_p(\omega|m:n) = \{a_p(\omega|m:n)\} \quad (5.15)$$

$$\text{逆行波群 } A_p(\omega|n:m) = \{a_p(\omega|n:m)\} \quad (5.16)$$

$$\text{正逆合成波群 } A_p(\omega|m*n) = \{a_p(\omega|n*m)\} \\ = A_p(\omega|m:n) + A_p(\omega|n:m) \quad (5.17)$$

また、定常パルス応力を問題とするときは、式(3.17)で示すところにより、せん断横応力波と軸応力波について検討すれば十分である。

せん断横応力波と軸応力波は、曲げ応力波と違い、波速 c_p が振動数に対して不変であり、振動数に関係なく重ね合わせができるが、曲げ応力波は振動数が同じでなければ、重ね合わせができない擬似波動である。

さて、図-1.1に示すような節点間距離 L の間で定常振動する波動を拾い出すには、節点振動場の作用を消去する。

そのためには、部材 Bmn の節点 J_n における入射波が反射波に等しいと置けばよい。

部材 Bmn 上の節点 J_m において反射する波動ベクトルは、式(5.6)の $a_p(\omega|n:m)$ に式(3.23)(3.24)の節点反射率 $R_p(\omega|n:m)$ を乗じたものであり、節点 J_m で反射する高調波スペクトル群 $B_p(\omega|n:m)$ は次式のように表すことができる。

$$B_p(\omega|n:m) = R_p(\omega|n:m) a_p(\omega|n:m) \quad (5.18)$$

$\{B_p(\omega|n:m)\}$ の逆フーリエ変換を $b_p(t|m:n)$ とすると、部材 Bmn 上の定常パルス波の波動関数 $b_p(X, t|m:n)$ を得る。

$$b_p(X, t|m:n) \\ = b_p(t-X/c_p|m:n) - b_p(t+X/c_p|m:n) \quad (5.19)$$

式(5.19)の $b_p(X, t|m:n)$ は、定常パルス波の振幅を表す関数であるから、定常パルス波の応力関数 $\sigma_{Pp}(t|m:n)$ は、式(3.7)(3.15)より求めることができる。

$$\text{軸応力 } \sigma_{PA}(t|m:n) = AE\{\partial b_A(t|m:n)/\partial x\} \\ = AE/c_A\{\partial b_A(t|m:n)/\partial t\} \\ \text{or } = AE/c_A F^{-1}\{i\omega B_A(\omega|m:n)\} \quad (5.20)$$

$$\text{せん断応力 } \sigma_{PS}(t|m:n) \\ = AKG\{\partial b_S(t|m:n)/\partial x\} \\ = AKG/c_S\{\partial b_S(t|m:n)/\partial t\} \\ \text{or } = AKG/c_S F^{-1}\{i\omega B_S(\omega|m:n)\} \quad (5.21)$$

ここで、 $\{B_p(\omega|n:m)\}$ を含む関数の逆フーリエ変換の際、 ω の積分範囲は、 $-\infty \sim -\pi/L$ 及び $\pi/L \sim \infty$ をとる。

したがって、部材 Bmn 上の節点 J_m からの距離を X として、応力 $\sigma_{Pp}(X, t|m:n)$ が得られる。

$$\sigma_{Pp}(X, t|m:n) = -\sigma_{Pp}(t-X/c_p|m:n) \\ - \sigma_{Pp}(t+X/c_p|m:n) \quad (5.22)$$

σ_{Pp} は、図-1.1に示すように往復波形が逆対称をなし、 $\sigma_{Pp}(X, 0) - \sigma_{Pp}(X+L/c_p, 0)$ の極大値をとる σ_{Pp1} 、 σ_{Pp2} を得ることができる。

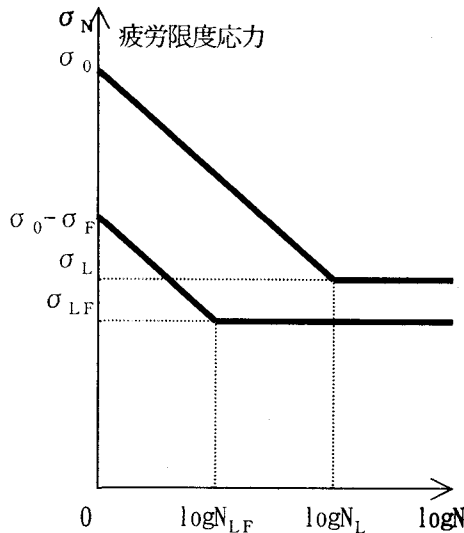


図-6.1 繰返し回数と疲労限度

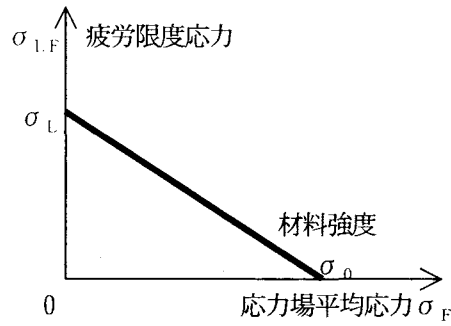


図-6.2 応力場と疲労限度

6. 脆性疲労度の評価

一般に材料の疲労強度は図-6.1の通りであり、式(6.1)で与えられる。但し、ここで扱う疲労限度(疲労破壊が起り得る限界強度)とその繰返し回数は、両振れの場合とする。

$$\sigma_N = \sigma_0 - (\sigma_0 - \sigma_L) \log N / \log N_L \quad (6.1)$$

$\sigma_N = N$ 回繰返し疲労強度 $\sigma_0 =$ 静的材料強度

$\sigma_L =$ 疲労限度 $N_L =$ 疲労限度繰返し回数

また、繰返し応力と同種の平均応力場 σ_F が存在する場合の N 回繰返し疲労強度 σ_N は、式(6.2)の通りとなる。

$$\sigma_N = (\sigma_0 - \sigma_F) - (\sigma_0 - \sigma_F - \sigma_{FL}) \log N / \log N_{FL} \quad (6.2)$$

このときの疲労限度 σ_{FL} は図 6.2 の通り遞減し、式(6.3)(6.4)で近似する。

$$\sigma_{FL} = \sigma_L (1 - \sigma_F / \sigma_0) \quad (6.3)$$

$$(\sigma_0 - \sigma_F) / \log N_L = (\sigma_0 - \sigma_F - \sigma_{FL}) / \log N_{FL} \quad (6.4)$$

したがって、疲労強度 σ_N に対応する繰返し回数 N は式 6.5 の通りとなる。

$$\log N = \{(\sigma_0 - \sigma_F - \sigma_N) / (\sigma_0 - \sigma_L)\} \log N_L \quad (6.5)$$

また、第 n サイクル目の節点振動応力場の応力度を σ_{Fn} とし、そのとき疲労限度繰返し回数 N_n は式(6.6)の通りとなる。

但し、 σ_p は定常パルスの応力振幅とする。

$$\log N_n = \{(\sigma_0 - \sigma_{Fn} - \sigma_p) / (\sigma_0 - \sigma_L)\} \log N_L \quad (6.6)$$

また、式(6.6)は次式のように表現できる。

$$N_n = \exp \{[(\sigma_0 - \sigma_{Fn} - \sigma_p) / (\sigma_0 - \sigma_L)] \log_e N_L\} \quad (6.7)$$

N_n の逆数は、最大振動応力作用点の定常パルス振動 1 サイクル当りの疲労進行度 F_n を表す。

$$F_n = N_n^{-1} \quad (6.7)$$

定常パルス応力振幅には、1 サイクル当たり 1 対の山場と谷場があり、それぞれ σ_{p1} , σ_{p2} として、 F_n を計算する。

そこで、 $\sigma_{Fn} > \sigma_L - \sigma_p$ の場合について、次式に示す脆性疲労蓄積度 Fh [単位: %] を積算すれば、構造部材の脆性疲労度が判定できる。

$$Fh [\%] = 100 \sum_{n=1, 2, 3, \dots} (F_{n1} \text{ or } F_{n2}) \quad (6.8)$$

節点間距離を L 、地震伝播速度を c_p とし、地震動のフーリエ変換周期を T とすれば、定常パルスの振動周期 ΔT は $[2L/c_p]$ であるから、定常パルス応力による疲労度は、式(6.9)の通りである。

$$Fh [\%] = 100 \sum_{n=1}^{T/\Delta T} (F_{n1} \text{ or } F_{n2}) \quad (6.9)$$

但し、 $\sigma'_F > \sigma_L - \sigma'_p$

$$\sigma'_F = \sigma_F + (\sigma_{p1} + \sigma_{p2}) / 2$$

$$\sigma'_p = (\sigma_{p1} - \sigma_{p2}) / 2$$

7. まとめ

脆性疲労破壊を引起すようなケースは、直近直下型地震に限られており、既に述べてきたように、P波の揺れがS波の揺れより優勢であると考えられ、P波を主体とする解析を施す必要がある。

さらに、P波の揺れがS波の揺れと同時に重なるため、節点振動応力場の計算にあたり、構造系によってはP波による応力のほか、S波による応力を重ね合せて考える必要がある。

さらに、阪神大震災の地震動は鋼構造部材の脆性破壊が発生したことから、1 [ms] クラス以下の周期の高調波成分を含んでいたことが確実である。

鋼材の比重を $8,000 [\text{kg}/\text{m}^3]$ とし、ヤング率 $2.1 \times 10^{10} [\text{kgf}/\text{m}^2]$ とし、節点間距離を 5 [m] とすれば、高調波周期 T は、

$$T = 2 \times 5 \times (8,000 / 9.8 \times 2.1 \times 10^{10})^{1/2} = 2 [\text{ms}]$$
となる。

したがって、ミリ秒以下の周期の地震動を観測できる地震計の設置が望まれるところである。

(1) 圧縮応力破壊

地震時の圧縮応力による脆性疲労破壊は、ピア、コラム及びウォールにおいて鋼製とRC製の別なく発生している。

鋼構造の圧縮脆性疲労破壊は、地震初期に発生する可能性が高く、圧縮破壊に耐えたものがS波の応力干渉を受け、次の段階として引張破壊の試験にさらされるものと考えられる。

RC構造の圧縮破壊は、鋼構造の場合と同じく地震初期に発生する可能性が高く、次の段階として、S波によるせん断破壊の追い討ちを受けるものと考えられる。

(2) 引張応力破壊

地震時の引張応力による脆性疲労破壊は、鋳鋼製ピア、RCピア及び高層建物の鋼製のコラム・ブレースに発生しているが、その発生頻度は高くない。

一般にピア、コラムは、上部軸圧縮荷重を受けているために引張応力を発生し難いが、激しい上下地震動を受け、かつ、構造系固有振動の増幅を受ける場合、降伏点を越える引張応力を発生する可能性がある。

ラーメン、ピア、高層建物のコラムなどの引張脆性疲労破壊の検討は、構造系の形態から見て、節点振動応力場の計算にあたり、P波とS波による軸方向応力の合成効果を勘案する必要がある。

(3) せん断破壊

RC構造物の地震時破壊は、大部分がピア、コラム及びウォールのせん断破壊である。

せん断破壊の検討は、S波によるせん断力とP波による引張・圧縮応力をそれぞれ斜め引張応力に換算し、応力の合成効果を勘案する必要がある。

(4) 脆性疲労破壊を避ける方策

脆性疲労破壊は、地震波のうち、部材長の2倍以下の短波長高調波が主役であり、ひとたび構造体に短波の入力を許せば、破壊の猛威から逃れることは相当に困難であると思われる。

したがって、構造体を地震破壊から護るには、短高調波をカットすることが最も現実的な方法と考えられ、構造体足下に免震査を履かせるか、または、積極的に破壊が進む箇所を設けておくことが最も効果的である。

カットの対象である高調波は、短波長であるために振幅は小さく、免震査の構造上の遊間幅は小さくて済む。

しかし、脆性疲労破壊の主役はP波(縦波)であるため、免震査の遊間幅は鉛直方向にも十分確保する必要があり、この点につき、有効で経済的な免震査の開発が望まれる。

参考文献

- 1) 土木学会編：新版 土木工学ハンドブック 上巻 第3編 第5章 5.8 材料の破損と破壊の特性、技報堂、1974.
- 2) 日本物理学会編：地球の物理、10.4 断層の数学モデル、丸善、1974.