

局部座屈を考慮した鋼製ラーメン橋脚の 地震時保有耐力の簡易解析法について

谷口 望¹・依田照彦²

¹学生会員 工修 早稲田大学大学院理工学研究科 (〒169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1)

²正会員 工博 早稲田大学理工学部土木工学科教授 (〒169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1)

1. 序論

鋼骨組構造の耐震強度解析の代表例に、構造物に静的な外力を徐々に加えて行き、押し抜くような解析を行って、保有耐力を求める、いわゆるPushover解析^{1), 2)}がある。この解析手法を耐震強度解析に用いるには、構造物の振動モードが低次の場合に限られており、鋼製橋脚のような比較的単純な骨組構造に対する簡易計算手法として、広く知られている。また、地震時に鋼製橋脚に生じる現象として無視できないのが、局部座屈である。コンクリートを充填しない鋼製橋脚では、局部座屈が発生すると、その部分に変形が集中し、保有耐力が大幅に減少し、かつ変形量が大きくなり、構造物に大きな被害をもたらす。そこで局部座屈発生を考慮できるような解析方法として、道路橋示方書・同解説V耐震設計編³⁾に示された、局部座屈を考慮した圧縮部材の許容応力度式を用いる方法がある。この手法は、簡易であるという点では有用な手法であるが、コンクリートを充填しない鋼製橋脚に対しては、局部座屈を考慮した構造物の終局挙動を再現する計算とは言い難い。精密な局部座屈発生挙動を示す数値シミュレーションとしては、3次元有限要素法による静的解析⁴⁾があるが、簡易なものではなく、計算のデータ作成や計算そのものに多くの時間を要する。簡易解析については、応力-ひずみ曲線に負勾配を仮定して、局部座屈を考慮した単柱に対して簡易計算を行うもの^{5), 6), 7)}や、モーメント-曲率曲線を仮定して、鋼骨組構造の簡易計算を行うもの^{8), 9)}などがある。後者のモーメント-曲率曲線を仮定する手法では、対象構造物として単柱だけでなく、門形ラーメンについても計算を行っている。しかしこの手法は、複数箇所での塑性化挙動はある程度同時に考慮できるものの、局部座屈の発生部分が1箇所に限られており、複数の局部座屈が考慮で

きるかどうか定かではなく、また、断面形状等のパラメータで、モーメント-曲率曲線を供試体ごとに設定しなければならないという点に、煩雑さがあると考えられる。

著者らは今までに、複数の局部座屈を考慮できる、箱形無補剛断面部材を持つ骨組構造物の、静的載荷時の簡易解析手法¹⁰⁾を示してきた。そこで本研究では、上記文献の手法を拡張し、補剛材を有する断面についての簡易解析法も示す。解析では、応力-ひずみ関係に非線形関係を仮定し、一次元有限要素解析手法を用いるが、換算断面曲げ剛性と軸ひずみ分布を得るために積層解析¹¹⁾を行う。また、有限要素解析時には、計算時間の短縮と局部座屈発生時の挙動を分かり易くするために一次元モデルにおける初期応力法¹²⁾を用いて、計算過程を簡易化した。計算例では、箱形断面の鋼製橋脚モデルを用いて、実験結果^{13), 14)}や既往の計算結果と比較し、妥当性を確認した。

2. 局部座屈の計算に用いる仮定

保有水平耐力の計算に、局部座屈を考慮するために、以下の仮定を設ける。また、以下の(1)、(2)に示す局部座屈時の負勾配および局部座屈長は、無補剛断面時のもので、補剛断面の場合は、(3)の手法によって換算断面幅 b' と換算局部座屈長 s' を計算し、局部座屈時の負勾配および局部座屈長を計算する。

(1) 応力-ひずみ関係(無補剛断面の時)

図-1に示すように局部座屈が発生し成長すると考えられる範囲に負の勾配を用いる。負勾配を示すパラメータ k は、加藤らの式^{15), 16)}を箱形断面に対応させて用いる。

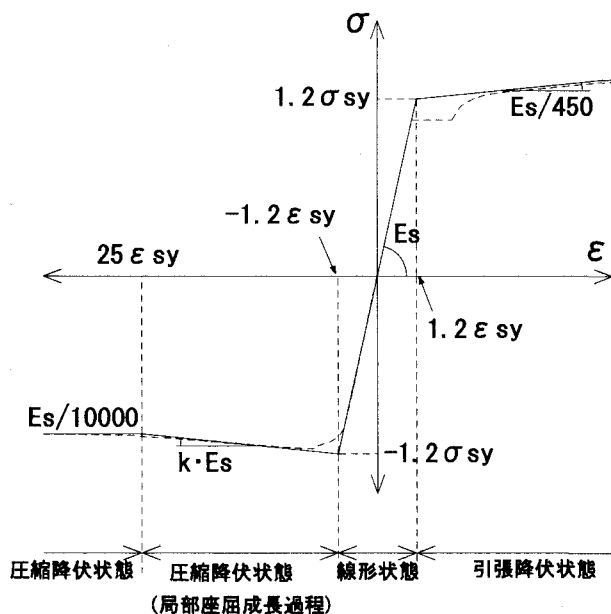


図-1. 応力-ひずみ関係の非線形仮定

$$k = -0.00815 \sqrt{\frac{t}{b}} \left(\frac{b}{2t} - 10 \right) \quad (1)$$

ここに, b , t : 箱形断面の幅, 板厚である.

その他, 引張降伏時の応力-ひずみ曲線の勾配には材料強度試験結果(図-1の値はSS400に限定)を, 圧縮域で局部座屈が成長しきった後の応力-ひずみ曲線の勾配にはゴム程度の勾配を, 採用することとした. 一般的な簡易解析^{5), 6), 7)}では, 局部座屈発生後の圧縮側の降伏挙動を負勾配のみで仮定するものが多いが, この場合1箇所の局部座屈部分に変形が集中し, 局部座屈発生部以外の部分での変形増加を考慮できない. このことは, Pushover解析においては必ずひずみ硬化型構成則を考慮しなければならない^{1), 2)}ことと等価である.

本解析では, 局部座屈成長時には, ひずみの反転を考慮しなければならない. その結果, ひずみの増加から減少への反転が生じるが, その場合の応力-ひずみの関係を図-2のように仮定する.

(2) 理論局部座屈長(無補剛断面の時)

通常の棒部材の解析において応力-ひずみ関係に負勾配を用いる場合には, 解析結果が軸方向のメッシュサイズの影響を受けることが知られており⁸⁾, これを回避するためには, 局部座屈長を定義し, 負勾配を用いる必要がある. 本解析では, 次式の R. Lorenz が示した古典理論座屈長¹⁷⁾を箱形断面に拡張して用いる.

$$s = 1.72 \sqrt{b t} \quad (2)$$

曲げ剛性が負となるような, 局部座屈発生時には,

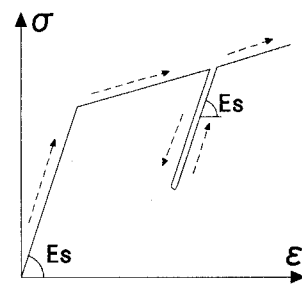


図-2. ひずみの反転時の仮定

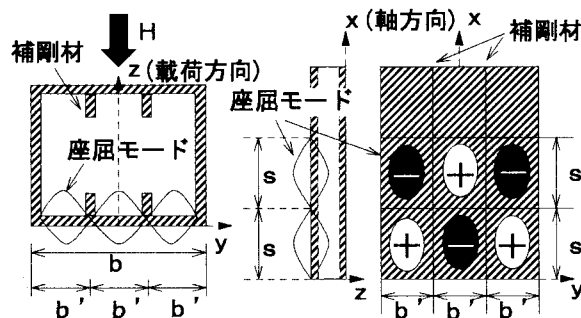


図-3. 補剛断面の局部座屈モードの仮定 ($r/r^* \geq 3$)

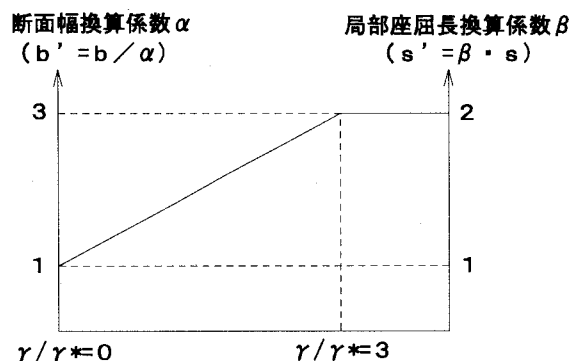


図-4. 補剛断面の局部座屈長換算係数 ($r/r^* < 3$)
(図-3と同じ断面)

この s の区間を1要素と考える. この局部座屈長 s は, 解析的に得られたもので, 実験結果による局部座屈長に比べてかなり短いことが分かっている¹⁷⁾. 一方, 実験結果による局部座屈長も一定した結果が得られてはいない^{8), 16), 18), 19)}. したがって, 本解析では, 実験的な局部座屈長ではなく, 曲げ剛性が負となってエネルギーを吸収する部分の目安として式(2)を用いることとした.

(3) 補剛断面時の理論局部座屈長および負勾配

補剛断面時では, 補剛材に関するパラメータ⁴⁾ r/r^* が3以上のときは, 補剛材の幅厚比に関わらず, 局部座屈が補剛材に仕切られたようになることが知られている⁴⁾. 図-3に示されたような補剛断面の場合, 換算断面幅 b' は $b/3$ であり, この値を式

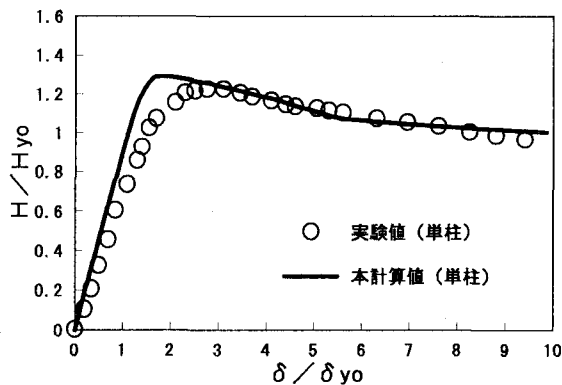


図-5. 柱頭部の荷重—変位^{4), 13)}
($R_f=0.7$, $\lambda=0.25$, $P/P_y=0.2$, 無補剛)

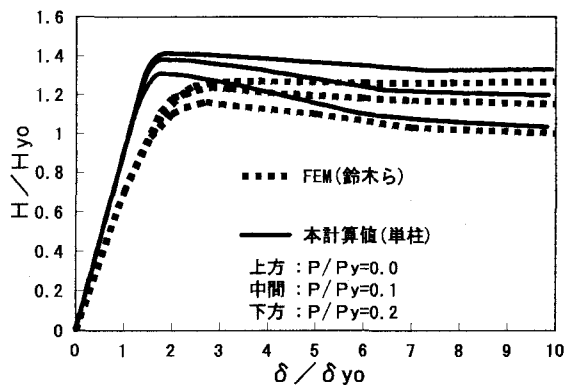


図-7. 柱頭部の荷重—変位⁴⁾
($R_f=0.6$, $\lambda=0.25$, 無補剛)

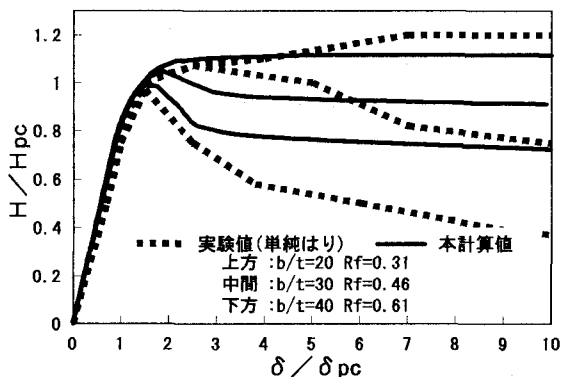


図-6. 柱頭部の荷重—変位¹⁸⁾
($\lambda=0.23$, $P/P_y=0.3$, 無補剛)

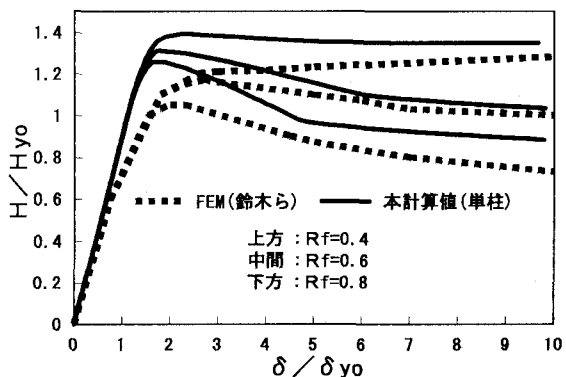


図-8. 柱頭部の荷重—変位⁴⁾
($\lambda=0.25$, $P/P_y=0.2$, 無補剛)

(1), (2)に用いることとした。さらに、局部座屈長に関しては、図-3のように局部座屈が2段に発生することが考えられるので、換算局部座屈長 s' を

$$s' = 2 \cdot s = 2 \times 1.72 \sqrt{b' t} \quad (3)$$

として、計算を行うものとする。この仮定は、首都高速道路公団で実施された実験¹⁹⁾の補剛断面における局部座屈長の実験式が、加藤らのモデル¹⁶⁾の無補剛断面における局部座屈長の実験式を、2倍したものとはほぼ一致することから、実験的にも妥当なものと考えられる。

また、 γ/γ^* が3以下の断面に対しては、無補剛断面と γ/γ^* が3以上の断面との中性的な挙動を示すと考えて、局部座屈長および局部座屈時の換算断面幅を線形補間して計算するものとした(図-4)。この仮定に関しては、本来は放物線等の曲線が望ましいが、曲線の決定にはまだ数多くの検証が必要であるため、本論文では簡易性を重視し、図-4のように仮定した。

(4) P— δ 効果

橋脚に作用する軸圧縮力による、柱頭部の変位への影響は、次式より得られる P_H を水平荷重 H に加えることによって考慮する。

$$P_H = P (\delta / L) \quad (4)$$

ここに、 P ：軸圧縮力

δ ：柱頭部の変位

L ：橋脚の長さ。

この式は、橋脚の変形が微小な場合にのみ用いることができる。

3. 数値計算例

(1) 無補剛断面単柱の計算例結果

本研究の仮定の妥当性を確認するために、参考文献に示されている、無補剛単柱形式の静的実験結果や有限要素解析結果と比較する。いずれの供試体ともに、構造形式と載荷形式は、図-16(b)と同類の単柱であり、本計算においては、初期不整を考慮しなかった。

図-5は、名古屋大学で行われた実験結果^{4), 13)}と比較したものであるが、実験値と本計算値はよく一致することが分かる。ただし、最大荷重直前に関しては、本計算において初期不整を考慮していないことより両者に差を生じている。

図-6は、山田らの行った単純支持はりにおける静的載荷実験¹⁸⁾の結果と比較したものである。この

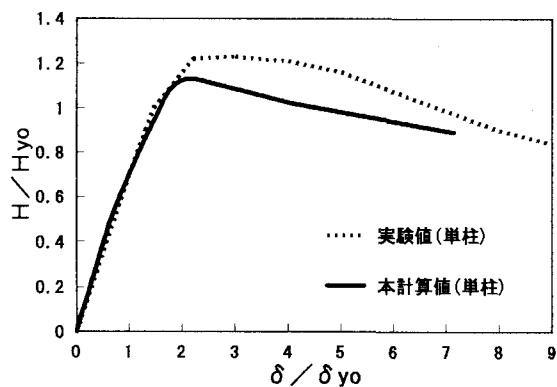


図-9. 柱頭部の荷重—変位^{1,3)}
($R_f=0.45$, $\lambda=0.5$, $P/P_y=0.2$, $\gamma/\gamma^*=3$)

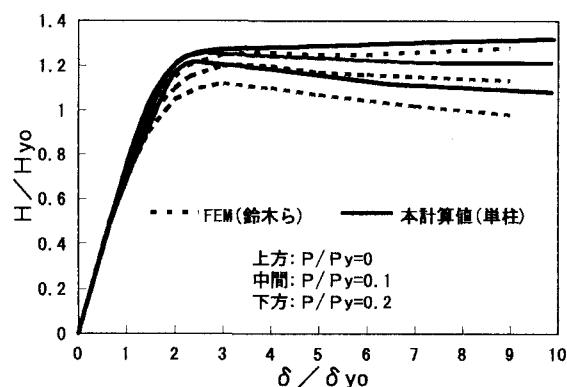


図-13. 柱頭部の荷重—変位⁴⁾
($R_f=0.5$, $\lambda=0.25$, $\gamma/\gamma^*=3$)

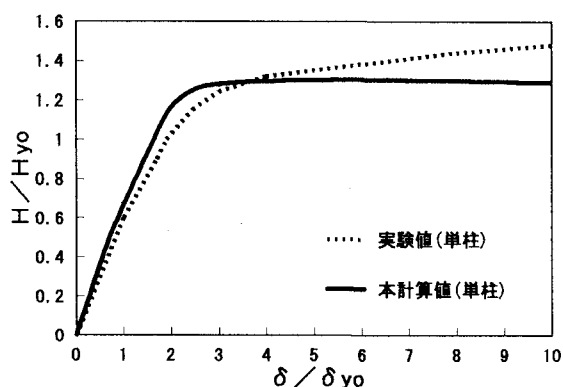


図-10. 柱頭部の荷重—変位^{1,3)}
($R_f=0.3$, $\lambda=0.25$, $P/P_y=0.2$, $\gamma/\gamma^*=3$)

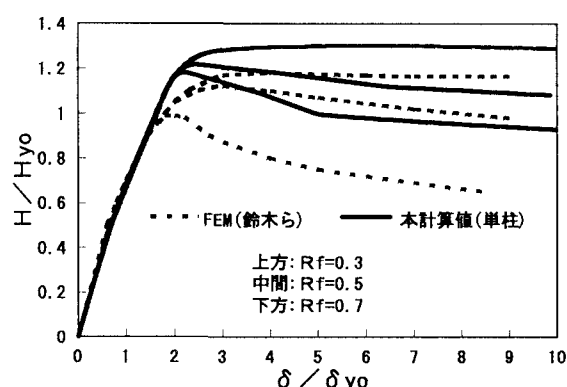


図-14. 柱頭部の荷重—変位⁴⁾
($\lambda=0.25$, $P/P_y=0.2$, $\gamma/\gamma^*=3$)

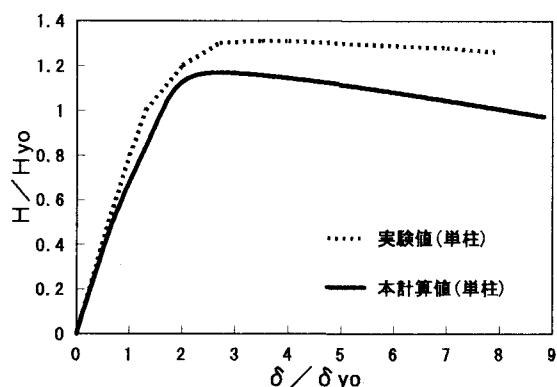


図-11. 柱頭部の荷重—変位^{1,3)}
($R_f=0.3$, $\lambda=0.5$, $P/P_y=0.2$, $\gamma/\gamma^*=3$)

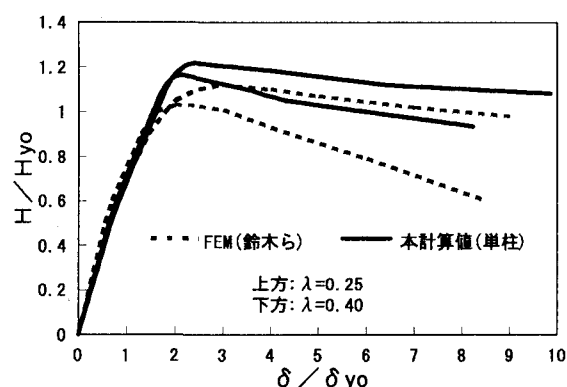


図-15. 柱頭部の荷重—変位⁴⁾
($R_f=0.5$, $P/P_y=0.2$, $\gamma/\gamma^*=3$)

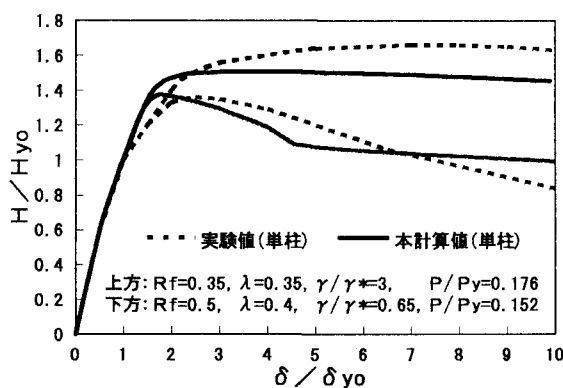


図-12. 柱頭部の荷重—変位^{1,4)}

図では、文献に示された図をそのまま引用したため、ほかの3図とは無次元化量が異なる。また、本計算においては、はりに対応させるために、局部座屈長を半分の長さとして計算した。これは、はり実験においては最初に生じる局部座屈に変形が集中し、単柱に置き換える場合には、単柱の基部の拘束が弱く、局部座屈長が1/2になっている状態と考えられるためである。実験値と本計算値の比較では、最大荷重と最大荷重直後の負勾配に関しては一致するものの、変位が大きくなるにつれてはり実験の非対称性

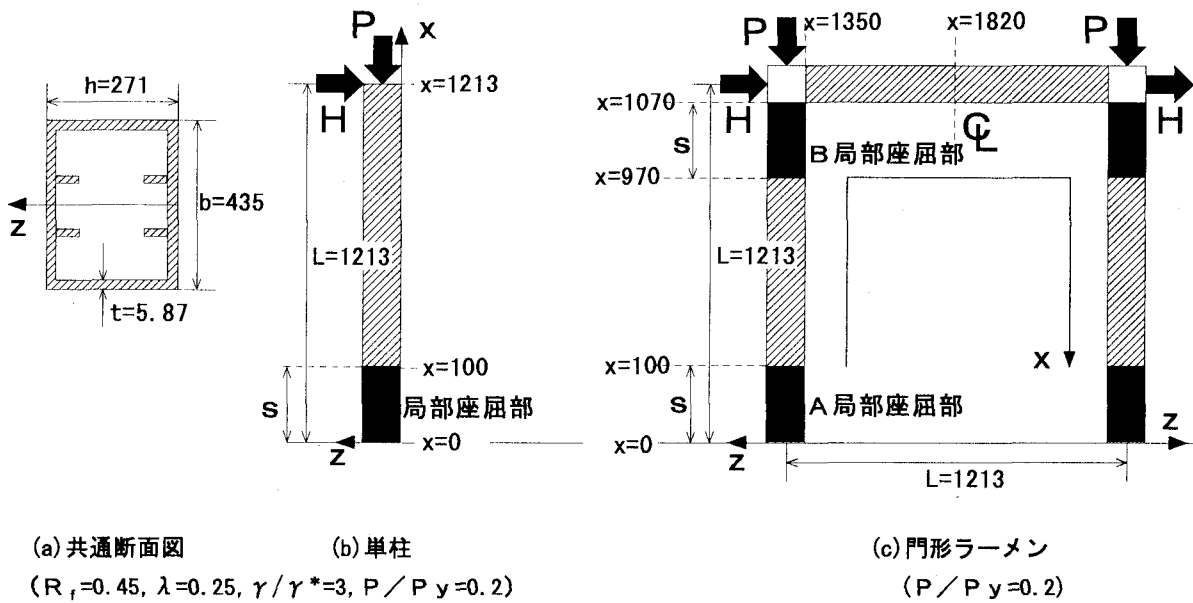


図-16. 解析用供試体モデル[単位: mm]

の影響のためか、両者の差は大きくなる傾向を示した。

図-7, 図-8は、鈴木らの行った3次元有限要素解析の結果⁴⁾と比較したものである。それぞれ両計算値の比較では、各パラメータの変化による傾向と最大荷重後の負勾配については、一致するものの、本計算では初期不整を無視した影響で、本計算値の最大荷重がFEMの結果よりも大きめとなった。

(2) 補剛断面単柱の計算例結果

ここでは、補剛断面時における仮定についての妥当性を確認する。補剛断面供試体における本計算では、フランジ面での残留応力を文献4)と同様に考慮した。

図-9～図-11は、名古屋大学で行われた実験結果¹³⁾と比較したものである。各図ともに、本計算値の方が、最大荷重は低め、不勾配量は大きめとなっているものの、それぞれの傾向はある程度示すことができると言える。また、本計算において残留応力を考慮したために、無補剛断面時の図-5よりも最大荷重前での挙動が、より実験値と一致することが分かる。

図-12は、文献14)の実験結果と比較したものであり、この図の変位に関しては、実験値と同様な補正を行っているために、ほか6図とは異なる線形計算結果となっている。この図での実験値と計算値の比較では、図-9～図-11とほぼ同様な傾向を示しているが、図-12の下方の供試体について $4.5\delta_y$ 以降には、実験値の方が大きくなっている。これは、この供試体のみ補剛材量 γ/γ^* が3以下であり、こ

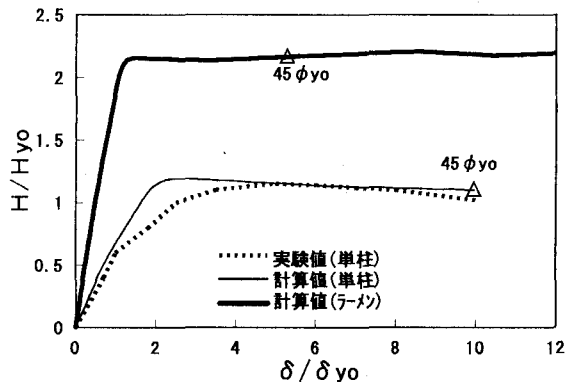


図-17. 柱頭部の荷重—変位¹³⁾
 $(P/P_y=0.2)$

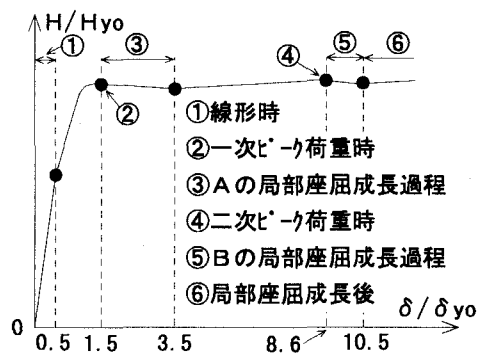


図-18. 門形ラーメンの荷重—変位曲線概要および定義

のときには、図-3で仮定した細かい局部座屈発生、成長後に、さらに実際の断面幅全体に大きな局部座屈が生じるような挙動を示したためと考えられる。したがって、補剛材の少ないモデルに関しての局部座屈成長後の仮定に、今後検討の余地があると言える。

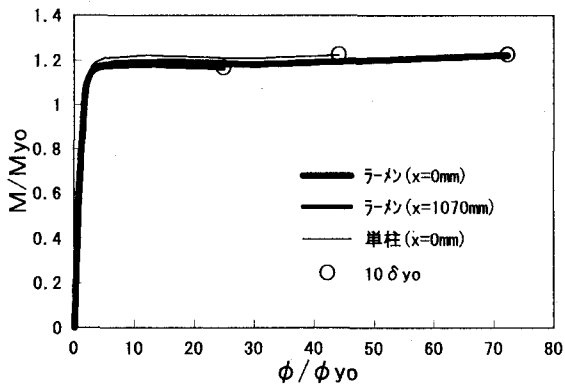


図-19. A, B 局部座屈内部のモーメントー曲率
($P/P_y=0.2$)

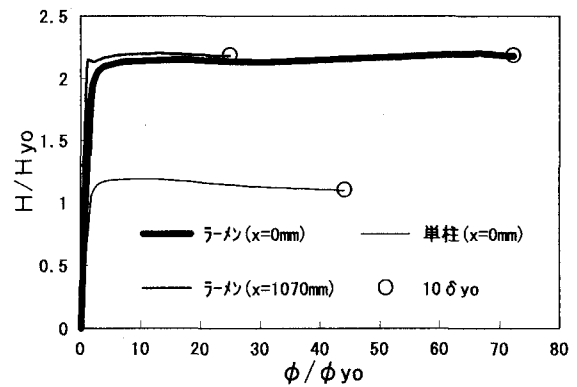


図-21. A, B 局部座屈内部の荷重ー曲率
($P/P_y=0.2$)

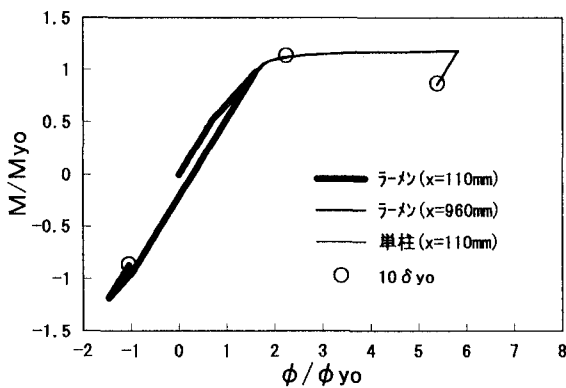


図-20. A, B 局部座屈外部のモーメントー曲率
($P/P_y=0.2$)

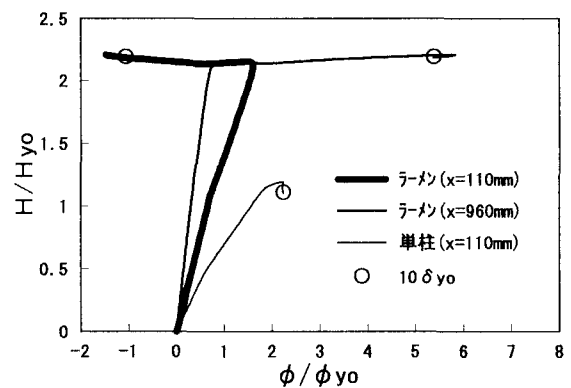


図-22. A, B 局部座屈外部の荷重ー曲率
($P/P_y=0.2$)

図-13～図-15は、図-7、図-8と同様に鈴木らの3次元有限要素解析の結果⁴⁾と比較したものである。両計算値を比較すると、各パラメータの変化による結果の変化傾向と、最大荷重後の負勾配に関しては一致したが、最大荷重に関しては図-9～図-11とは逆に、本計算値の方が大きめとなった。本計算では、フランジにおける残留応力を、鈴木らのFEMでの仮定と同等に考慮しているため、この差は、本計算で考慮していない初期変形の影響と考えられる。

(3) 門形ラーメンの計算例結果

複数の箇所局部座屈が生じる例として、門形ラーメンを取り上げた。この門形ラーメンでは、はり部分も橋脚部と同じ断面を採用しており、はりとは橋脚の接合部付近(隅角部)の塑性化挙動は無視することとした。計算においては、水平荷重によって生じる部材の軸方向力が微小であると、対称性を利用する⁹⁾。局部座屈は、門形ラーメンの半分に2箇所発生することが考えられるので、図-16(c)のようにA, Bそれぞれ局部座屈部を設定し、初期不整に関しては、前項の補剛断面単柱の計算と同様に考慮した。計算結果との比較には、対応するような実

験および解析が行われていないために、図-16(b)のような門形ラーメンの橋脚部に相当する単柱の実験結果¹³⁾と、その供試体の本解析法による計算結果とを比較する。門形ラーメンの場合、 H_{yo} 、 δ_{yo} が異なるが、単柱と比較することを考えて、ここでは門形ラーメンの図においても単柱の値を用いて無次元化を行った。

図-17は、門形ラーメンの荷重ー変位関係を示したもので、無次元化するために用いた H_{yo} 、 δ_{yo} には、単柱の場合との比較を考え、単柱のものを使用している。門形ラーメンの計算値には2つのピークがあるが、1回目のピーク(一次ピーク荷重)は、Aの局部座屈発生によるもので、2回目のピーク(二次ピーク荷重時)はBの局部座屈発生によるものである(図-18参照)。また、図中三角の表示は、ラーメン、単柱それぞれ基部での $45\phi_y$ 。(単柱の $10\delta_y$ 時の曲率を目安に用いた)の時点を示している。ラーメンと単柱との比較では、最大荷重の大きさとAの局部座屈が発生した後の荷重低下の程度において門形ラーメンの有効性が示されている。一方、門形ラーメンの局部座屈発生変位が単柱のものよりも小さいことが問題視されるが、このことは上記の局部座屈発生後の荷重低下が単柱より

も小さいことで十分カバーできるはずである。この図で、無次元化量に本来のラーメンの値を用いると、局部座屈発生後の荷重低下程度の比較には問題がないものの、最大荷重の大きさと局部座屈発生変位の比較が行いにくくなる。また、本来の門形ラーメンの初期降伏変位 δ'_y は、単柱の初期降伏変位 δ_y の2/3程度であり、同一断面の両者をそれぞれの初期降伏変位で除すのには疑問が残る。したがって荷重低下程度の比較には、後に示す図-19のような荷重一曲率関係図が、有効であると言える。

図-19、図-20は、局部座屈区間内と局部座屈区間外それぞれのモーメント一曲率図である。ここで、 $x=1070(\text{mm})$ と $x=960(\text{mm})$ については、比較のためにモーメント、曲率ともに正負を逆にしていて(図-21、図-22も同様)。

図-19では、A、Bそれぞれの局部座屈区間内部での曲率は単調に増加するために、モーメント一曲率曲線は一致する。また、この図には単柱の基部の局部座屈区間内の計算値も示したが、使用した断面と軸圧縮力が等しいために、門形ラーメンのものと一致している。図-20は、局部座屈区間外部のものであり、ひずみの反転によってモーメント、曲率それぞれが減少し、その勾配は初期剛性であることが分かる。

図-21、図-22は、横軸は図-19、図-20と同様であるが、縦軸をモーメントから荷重に変更したものである。図-21は、AおよびBの局部座屈内部の荷重—モーメント図であるが、A局部座屈内部の曲線($x=0\text{mm}$)では1次ピーク直後(Aの局部座屈成長時)、B局部座屈内部の曲線($x=1070\text{mm}$)では2次ピーク直後(Bの局部座屈成長時)に曲率が大きく増加している。一方で、B局部座屈内部の曲線での1次ピーク直後(Aの局部座屈成長時)では、2次ピーク直後ほどではないものの、ある程度の増加が見られる。これは、Aの局部座屈が進展している間は、基部がヒンジの門形ラーメンに類似した挙動を示すためであり、本解析でひずみの反転を考慮したために生じた現象である。したがって、門形ラーメンの場合、Aの局部座屈の次に起こるであろうBの局部座屈発生を正確に判定するために、局部座屈発生部以外での曲率増分は無視できない。ひずみの反転を無視することは、Aの局部座屈部以外での曲率分布に、正確さを欠くことになる。単柱の場合には、局部座屈以外での塑性化挙動はあまり重要ではなく、ひずみの反転を考慮する必要はないが、門形ラーメンのように局部座屈が多数発生するようなモデルでは、必ずひずみの反転を考慮しなければならないと言える。さらに注意すべき点として、本

解析例に示したようなモデルでは、説明のために荷重—変位図において、A、Bの局部座屈の進展がそれぞれ分離独立したようになっているが、構造形式によっては、A、Bの局部座屈の進展が、同時に連動することもあるので、そのときは特に、ひずみの反転は無視できない。

また、図-19では、各曲線は同一のものとなっているが、図-21ではそれぞれが異なる挙動を示している。よって、この図からは、単柱の荷重—曲率曲線と門形ラーメンのAの局部座屈区間内部の荷重—曲率曲線との比較において、門形ラーメンの最大荷重の大きさと、局部座屈発生後の荷重低下の程度の差から、門形ラーメンの耐力的な有効性をよく表現できる。

図-22は、局部座屈区間外部、つまりひずみの反転を生じた部分での荷重—曲率曲線であるが、図-20と比較してもかなり複雑な挙動を示している。一方、図-22中の単柱の計算値は、モーメント一曲率の関係を示した図-19とさほど変わりはない。この差は、静定構造物の単柱に比べて、門形ラーメンの荷重—モーメント関係が、複雑であることより生じている。したがって、モーメント一曲率の近似曲線を用いる解析手法を、門形ラーメンなどに適用する場合には、道路橋示方書・同解説V耐震設計編³⁾における鉄筋コンクリート橋脚の保有水平耐力計算法に示されているような、荷重—変位曲線の各折れ点のみの荷重を計算する手法は用いることができず、非線形時にはある程度細かい増分量を用いなければならないと言える。

4. 結論

本研究によって得られた結論を以下に示す。

- (1) 本解析法による保有耐力の計算結果は、対応する単柱の実験結果および有限要素法による計算結果とほぼ一致し、本解析における局部座屈計算の仮定が妥当性であることが示された。
- (2) 本計算に要する時間は、単柱、門形ラーメンともにパソコンを用いて数秒程度であり、局部座屈を考慮した鋼製橋脚の解析方法として簡易である。
- (3) 本計算結果で示されたように、門形ラーメンの例などのように複数の箇所での局部座屈発生を考慮するような場合では、局部座屈成長時に局部座屈発生部以外でのひずみ増分を無視することは、危険側の計算結果を与え

ることがある。

- (4) ラーメンのような不静定構造物の場合、荷重—モーメント関係が複雑になるために、モーメント—曲率近似曲線を解析に用いる時には、計算の増分量に注意を要する。
- (5) 単柱と、それと同等な断面および橋脚長を有する門形ラーメンとの結果を比較する場合には、無次元化量の分母には同じ値を用いる方がよい。特に、無次元化量が単柱と門形ラーメンで共通に扱える曲率図は、耐震性能の評価に有効である。

謝辞：本研究の一部は、鋼材倶楽部の土木鋼構造研究助成金と早稲田大学の特定課題研究助成費（課題番号98A-121）の援助を受けました。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 宇佐美勉：土木鋼構造物の終局耐震解析法概説，片山技報No. 17，片山ストレック，pp. 2-9，1997。
- 2) 宇佐美勉：Pushover解析による鋼製橋脚の地震時保有水平耐力照査，第1回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，pp. 183-186，1998。
- 3) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説V耐震設計編，pp. 124-129，167-171，1996。
- 4) 鈴木森晶，宇佐美勉：軸圧縮力と横力を受ける箱形断面片持柱の強度と変形能に関する解析的研究，構造工学論文集Vol. 41A，pp. 265-276，1995。
- 5) 木下雅敬，村田清満，安原真人：コンクリート充填鋼管の耐荷力及び変形性能の推定に関する検討，第52回年次学術講演会，I-A125，pp. 250-251，1997。
- 6) 保坂鐵矢，西海健二，中村俊一：圧縮強度およびヤング係数の異なるコンクリート系材料を充填した鋼管の曲げ性能に関する実験的研究，構造工学論文集Vol. 44A，pp. 1565-1573，1998。
- 7) 谷口望，依田照彦：局部座屈を考慮した鋼製橋脚の保有水平耐力に関する一考察，第1回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，pp. 191-194，1998。
- 8) 崎元達郎，渡辺浩，土田真二，三輪清貴：局部座屈を考慮した鋼骨組の終局挙動の簡易解析法，構造工学論文集Vol. 43A，pp. 195-204，1997。
- 9) 宇佐美勉，寺尾圭史：局部座屈を考慮した箱形断面鋼骨組構造物の強度，土木学会論文集第398号/I-10，pp. 197-206，1988。
- 10) 谷口望，依田照彦：局部座屈を考慮した鋼製橋脚の保有水平耐力の簡易解析法について，第2回鋼構造物の非線形数値解析と耐震設計への応用に関するシンポジウム講演論文集，pp. ***-***，1998。（投稿中）
- 11) 谷口望，依田照彦：波形鋼板ウェブを持つ合成桁の簡易曲げ解析法に関する研究，土木学会論文集No. 577/I-41，pp. 107-120，1997。
- 12) 山口栄輝，堀宗朗，久保喜延：等価介在物法を用いた平面骨組構造物の弾塑性解析，構造工学論文集Vol. 41A，pp. 9-14，1995。
- 13) 鈴木森晶，宇佐美勉，竹本潔史：鋼製橋脚モデルの静的および準静的挙動に関する実験的研究，土木学会論文集No. 507/I-30，pp. 99-108，1995。
- 14) 建設省土木研究所，他：鋼製橋脚のハイブリッド地震応答実験，道路橋橋脚の地震時限界状態設計法に関する共同研究報告書(VII)，pp. 301-400，1997。
- 15) 加藤勉，秋山宏，鈴木弘之：軸圧縮力を受ける鋼管の塑性局部座屈耐力，日本建築学会論文報告集第204号，pp. 9-17，1973。
- 16) 鋼材倶楽部：中低層鉄骨建物の耐震設計法，技報堂出版，pp. 177-182，1978。
- 17) 長柱研究委員会：弾性安定要覧，コロナ社，pp. 521-523，1969。
- 18) 山田哲，秋山宏，桑村仁：局部座屈を伴う箱形断面鋼部材の劣化域を含む終局挙動，日本建築学会構造系論文報告集第444号，pp. 135-143，1993。
- 19) 田島仁志，半野久光，久保田強，池田茂，寺尾圭史：縦リブを有する円形鋼製橋脚の繰り返し載荷実験，第1回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，pp. 195-198，1998。