

多層弾性解析ソフトウェア GAMES に 対応原理を適用した舗装構造の粘弾性解析

小澤良明¹・高橋 修²・松井邦人³

¹正会員 博(工) センチュリテクノ株式会社 (〒160-0004 東京都中央区日本橋小伝馬町 2-8 新小伝馬町ビル 7F)

E-mail : oza-y@msj.biglobe.ne.jp

³フェロー会員 博(工) 長岡技術科学大学 環境・建設系 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1603-1)

²フェロー会員 PH.D 東京電機大学 理工学部 (〒350-0394 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

本研究の目的は、GAMES に対応原理を導入し、粘弾性層から成る多層構造の応答解析を行えるソフトウェアへの拡張である。各層の力学特性を一般化 Maxwell model で表されたと考え、対応原理を用い理論解を誘導している。外力は、多層構造の表面において円形領域に等分布する鉛直荷重と水平荷重およびモーメント荷重を考慮できるように拡張した。例題として、舗装構成する各層の力学特性に、Burger's Model, Maxwell Model を用いて応答解析を行った。なお鉛直荷重に関する応答値は、FEM(ADINA)と一致することを確認している。

Key Words : *multilayered half space, generalized Maxwell model, correspondence principle FFT, permanent deformation*

1. はじめに

舗装構造の応答解析を容易に行えることは、舗装を理論的に設計する上で最重要案件である。現在、舗装は多層弾性理論に基づく層状構造と考えて、理論を構築し、ソフトウェアが開発されている。Burmister の解は軸対称問題の解として草分けの研究として評価を受けている。舗装表面に水平荷重が作用する解としては木村の解がある^{1),2)}。

また、過去数十年の間に海外では BISAR, KENLAYER, JULEA, CIRCLY など様々なソフトウェアが開発されてきた。わが国でも ELSA³⁾, GAMES⁴⁾ が良く知られている。

舗装はわだち掘れなどの永久変位が生じることは良く知られている。しかし、このような現象の発生は多層弾性理論に基づく解析では説明できない。そのため、弾性解析で得られた鉛直ひずみの一部が路床に残留すると考え、経験的方法で永久変位を予測することが行われてきた。理論的に永久変位を予測するためには、粘弾性のような力学モデルの導入が必要である。多層弾性理論と比べ粘弾性層で構成される多層構造の応答解析は、その複雑性のため有限要素法や境界要素法を用いて解析することが多い。理論解として Park と Kim⁵⁾, Hopman⁶⁾, Chen⁷⁾ の研究がある。Wang と Birgison⁸⁾ は境界要素法を、董⁹⁾, Elseifi¹⁰⁾ は有限要素法を用いて舗装の構造解析をおこなっている。

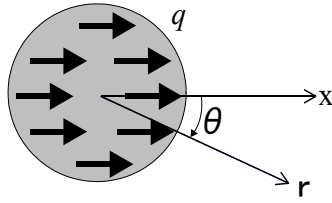
多層構造の粘弾性解析は主に鉛直荷重についての研究がほとんどであり、多層構造表面に水平荷重が作用する問題の理論解は見当たらない。そこで本研究は、応力とひずみの関係を、一般的な粘弾性モデルである一般化 Maxwell Model で表せると仮定した。線形弾性論と線形粘弾性論の間には、ラプラス変換を通じて対応の原理が成立する^{11),12),13)} この原理と、GAMES で導いた鉛直・水平等分布荷重による理論解、藤波ら¹⁴⁾ が導いたモーメント荷重に対応する解とを組み合わせ、粘弾性解析を行えるソフトウェアを開発した。

3 層構造を例題として、上記の 3 種類の荷重タイプについて応答解析を行った。鉛直等分布荷重に関しては、汎用 FEM の ADINA の結果と比較し、解の妥当性を検証した。さらに、その表面に時速 2(km/h) の走行荷重を考慮し、0.5 秒間円形等分布荷重を水平に作用させ粘弾性応答解析を行い、その特性を全層弾性の構造との違いを明らかにした。また粘弾性応答解析が永久変位にどの程度適応可能か確認するため、各力学モデルを組み合わせで舗装構造を模擬し、構造解析を行いその結果を考察する。

2. 理論

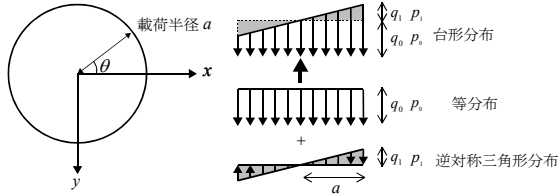
(1) 基本式

非軸対称問題を対象とする場合、応力の釣り合い式は、



$$\begin{aligned}\tau_{rz} &= -q_0 \cos \theta \\ \tau_{z\theta} &= q_0 \sin \theta\end{aligned}$$

(a) 水平等分布荷重



(b) 台形分布荷重

図-1 載荷荷重形状

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0 \quad (1b)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0 \quad (1c)$$

となる。 σ_r , σ_θ , σ_z , τ_{rz} は微小要素の応力である。変位とひずみと関係式は、

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ \gamma_{r\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r}, \quad \gamma_{\theta z} = \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta}, \\ \gamma_{rz} &= \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}\end{aligned} \quad (2)$$

と表せる。 $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z$ は、それぞれ $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ に対応する垂直ひずみ。 $\gamma_{rz}, \gamma_{r\theta}, \gamma_{\theta z}$ は $\tau_{rz}, \tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}$ に対応するせん断ひずみである。弾性係数は時間に依存する関数と仮定する。応力とひずみの関係は、

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{zr} \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} = E(t) \begin{Bmatrix} \bar{\lambda} + 2\bar{\mu} & \bar{\lambda} & \bar{\lambda} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\lambda} & \bar{\lambda} + 2\bar{\mu} & \bar{\lambda} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\lambda} & \bar{\lambda} & \bar{\lambda} + 2\bar{\mu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\mu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\mu} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{zr} \\ \gamma_{r\theta} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここに、 $\bar{\lambda} = \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$, $\bar{\mu} = \frac{1}{2(1+\nu)}$

となる。 $E(t)$ は時間依存の弾性係数、 ν はポアソン比である。多層構造では、それぞれの層で材料特性や層厚が異なるが、式(1),(2),(3)の関係がすべての層で成立つ。

次に境界条件を考える。図-1(a)の水平等分布荷重の場合、水平等分布荷重 q_0 を載荷半径 a の領域内に、 x 軸か

ら θ 方向に作用させた時、 $z=0$ における境界条件は、

$$r \leq a \quad \begin{cases} \tau_{rz}(r, 0, t) = -q_0(t) \cos \theta \\ \tau_{r\theta}(r, 0, t) = q_0(t) \sin \theta \end{cases} \quad (4a)$$

$$r > a \quad \tau_{rz}(r, 0, t) = \tau_{r\theta}(r, 0, t) = 0 \quad (4b)$$

$$r \geq 0 \quad \sigma_z(r, 0, t) = 0 \quad (4c)$$

と表せる。次に図-1(b)に記す台形分布荷重を考える。図のように、式(4)の等分布荷重と逆対称三角形分布荷重を重ね合わせ、三角形分布荷重を載荷する。逆対称三角形分布の鉛直荷重を q_1 とする。

$$p(t) = \begin{cases} x \cos \theta p_1(t)/a & 0 \leq r \leq a \\ 0 & r \leq a \end{cases} \quad (5a)$$

水平方向の逆対称三角形分布を $q_1(t)$ とすると、

$$q(t) = \begin{cases} x \cos \theta q_1(t)/a & 0 \leq r \leq a \\ 0 & r \leq a \end{cases} \quad (5b)$$

$q_1(t)$ と $p_1(t)$ の間には摩擦係数を μ で表すと、 $q_1(t) = \mu p_1(t)$ の関係がある。式(4),(5)を Fourier 変換し、その結果をさらに Hankel 変換すれば、逆対称三角形分布荷重による境界条件が求まる。

(2) 理論解の誘導

Michell 関数 $\Phi(r, \theta, z, t)$ と Boussinesq 関数 $\Psi(r, \theta, z, t)$ を用いて変位を表すと、

$$u_r = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z} + \frac{2}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \quad (6a)$$

$$u_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta \partial z} - 2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (6b)$$

$$u_z = 2(1-\nu) \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \quad (6c)$$

と表せる。式(1)の応力の釣り合い式に、式(2),(3)の変位とひずみ、ひずみと応力の関係、式(6)に記した変位を順々に代入すれば、

$$\nabla^4 \Phi(r, \theta, z, t) = 0 \quad (7a)$$

$$\nabla^2 \Psi(r, \theta, z, t) = 0 \quad (7b)$$

ここで、

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

となる。ここに、 Φ は重調和関数、 Ψ は調和関数である。

Φ , Ψ を次式のように変数分離すれば、

$$\Phi(r, \theta, z, t) = \phi(r, z, t) \cos \theta \quad (8a)$$

$$\Psi(r, \theta, z, t) = \psi(r, z, t) \sin \theta \quad (8b)$$

式(8)を式(7)に代入すると、

$$\bar{\nabla}^4 \phi(r, z, t) = 0 \quad (9a)$$

$$\bar{\nabla}^2 \psi(r, z, t) = 0 \quad (9b)$$

ここで、

$$\bar{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

式(9)の時間項 t に対し Fourier 変換、空間項 r に対し Hankel 変換すると次式となる。

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - \xi^2\right) \hat{G}(\xi, z, \omega) = 0 \quad (10a)$$

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - \xi^2\right) \hat{H}(\xi, z, \omega) = 0 \quad (10b)$$

ここに $\hat{\cdot}$ は Fourier 変換を意味している。なお $\hat{G}(\xi, z, \omega)$, $\hat{H}(\xi, z, \omega)$ は、次式で表される。

$$\hat{G}(\xi, z, \omega) = \int_0^\infty r \hat{\phi}(r, z, \omega) J_1(\xi r) dr$$

$$\hat{H}(\xi, z, \omega) = \int_0^\infty r \hat{\psi}(r, z, \omega) J_1(\xi r) dr$$

式(10)を解くと、 $G(\xi, z)$, $H(\xi, z)$ は、

$$\hat{G}(\xi, z, \omega) = (A + Bz)e^{\xi z} + (C + Dz)e^{-\xi z} \quad (11a)$$

$$\hat{H}(\xi, z, \omega) = Ee^{\xi z} + Fe^{-\xi z} \quad (11b)$$

となる。各変位・応力成分を、次のような関数として扱い、Hankel 変換を行う。

$$H_1 = \int_0^\infty r \left(\frac{\hat{u}_r}{\cos \theta} + \frac{\hat{u}_\theta}{\sin \theta} \right) J_2(\xi r) dr \quad (12a)$$

$$H_2 = \int_0^\infty r \left(\frac{\hat{u}_r}{\cos \theta} - \frac{\hat{u}_\theta}{\sin \theta} \right) J_0(\xi r) dr \quad (12b)$$

$$H_3 = \int_0^\infty r \left(\frac{\hat{u}_z}{\cos \theta} \right) J_1(\xi r) dr \quad (12c)$$

$$H_4 = \int_0^\infty r \left(\frac{\hat{\sigma}_z}{\cos \theta} \right) J_1(\xi r) dr \quad (12d)$$

$$H_5 = \int_0^\infty r \left(\frac{\hat{\tau}_{\theta z}}{\sin \theta} + \frac{\hat{\tau}_{zr}}{\cos \theta} \right) J_2(\xi r) dr \quad (12e)$$

$$H_6 = \int_0^\infty r \left(\frac{\hat{\tau}_{\theta z}}{\sin \theta} - \frac{\hat{\tau}_{zr}}{\cos \theta} \right) J_0(\xi r) dr \quad (12f)$$

$$H_7 = \int_0^\infty r \left(\frac{\hat{\sigma}_r}{\cos \theta} + \frac{1}{r} \frac{2\mu \hat{u}_r}{\cos \theta} + \frac{1}{r} \frac{2\mu \hat{u}_\theta}{\sin \theta} \right) J_1(\xi r) dr \quad (12g)$$

$$H_8 = \int_0^\infty r \left(\frac{\hat{\sigma}_r}{\cos \theta} + \frac{\hat{\sigma}_\theta}{\cos \theta} \right) J_1(\xi r) dr \quad (12h)$$

$$H_9 = \int_0^\infty r \left(\frac{\hat{\tau}_{r\theta}}{\sin \theta} + \frac{1}{r} \frac{2\mu \hat{u}_r}{\cos \theta} + \frac{1}{r} \frac{2\mu \hat{u}_\theta}{\sin \theta} \right) J_1(\xi r) dr \quad (12i)$$

これら展開式は、松井ら¹⁵⁾が導いた GAMES の基礎理論である多層弾性理論式と一致する。後の式展開は省略する。なお、鉛直等分布荷重に対する式展開も同様であり、本論では省略している。

(3) 粘弾性モデル

舗装解析で使用される一般的な粘弾性モデルとして、Burger's Model (4 要素モデル), Voigt Model, Maxwell Model (2 要素モデル)がある。これらモデルは図-2 に示す一般化 Maxwell Model で示すことが可能である¹¹⁾。一般化 Maxwell Model における応力とひずみの関係式は、

$$\sum_0^m p_k \frac{d^k}{dt^k} \sigma(t) = \sum_0^n q_k \frac{d^k}{dt^k} \varepsilon(t) \quad (13)$$

Fourier 変換を当てはめる。

$$\sigma(\omega) = \frac{\sum_0^n (i\omega)^k q_k}{\sum_0^m (i\omega)^k p_k} \varepsilon(\omega) \quad (14)$$

ここで、

$$E(\omega) = \frac{\sum_0^n (i\omega)^k q_k}{\sum_0^m (i\omega)^k p_k} \quad (15)$$

と式を置き換えれば、式(14)は、

$$\sigma(\omega) = E(\omega) \varepsilon(\omega) \quad (16)$$

式(3)を Fourier 変換する。

$$\begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_r \\ \hat{\sigma}_\theta \\ \hat{\sigma}_z \\ \hat{\tau}_{\theta z} \\ \hat{\tau}_{zr} \\ \hat{\tau}_{r\theta} \end{Bmatrix} = E(\omega) \begin{Bmatrix} \bar{\lambda} + 2\bar{\mu} & \bar{\lambda} & \bar{\lambda} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\lambda} & \bar{\lambda} + 2\bar{\mu} & \bar{\lambda} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\lambda} & \bar{\lambda} & \bar{\lambda} + 2\bar{\mu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\mu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\mu} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\varepsilon}_r \\ \hat{\varepsilon}_\theta \\ \hat{\varepsilon}_z \\ \hat{\gamma}_{\theta z} \\ \hat{\gamma}_{zr} \\ \hat{\gamma}_{r\theta} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

と書け、一般化 Maxwell Model の解を導くことが可能となる。

3. 例題

(1) 理論の検証と粘弾性層の影響

Fourier 変換で導いた、一般化 Maxwell Model の妥当性を確認するため、鉛直空間領域は多層弾性理論解、時間領域は離散化して粘弾性の解を導くソフトウェア VEALS¹⁶⁾と汎用 FEM の ADINA の解析結果とを比較する。本論で扱う構造モデルを Spring Model・Maxwell Model・Burger's Model のみと限定すれば、式(15)の $E(\omega)$ は、

$$E(\omega) = \frac{\alpha_3 + i\alpha_4\omega - \alpha_5\omega^2}{1 + i\alpha_1\omega + \alpha_2\omega^2} \quad (18)$$

と示せる。図-3 には各粘弾性のモデル図、表-1 には式(18)のパラメータ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ と各モデルの関係を記し

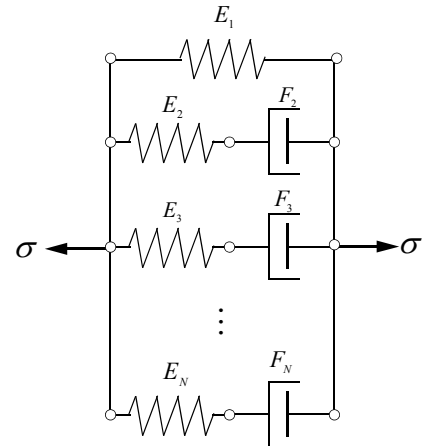


図-2 一般化 Maxwell Model

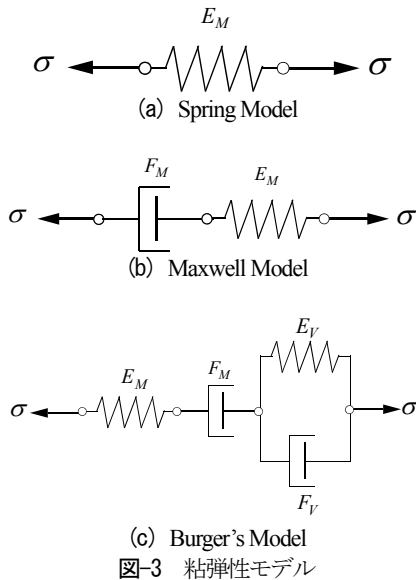


表-1 粘弾性パラメータ

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
Spring Model	0	0	E_M	0	0
Maxwell Model	E_M/F_M	0	0	F_M	0
Burger's Model	$(F_M + F_V)/E_V + F_V/E_M$	$F_M F_V/(E_M E_V)$	0	F_V	$F_M F_V/E_V$

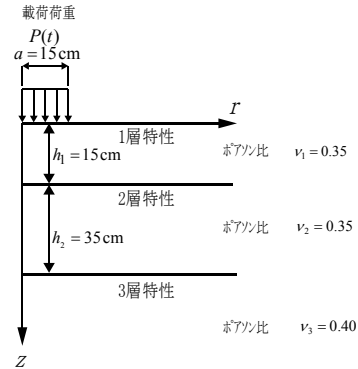


表-2 解析断面特性

			E_M	E_V	F_V	F_M
例題A	1Layer	Burger's M odel	4000	4000	400	400
	2Layer	Spring Model	200	-	-	-
	3Layer	Spring Model	60	-	-	-
例題B	1Layer	Burger's M odel	4000	4000	400	400
	2Layer	Maxwell Model	200	-	-	200
	3Layer	Maxwell M odel	60	-	-	420

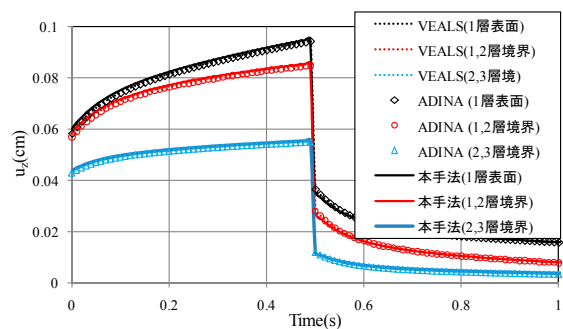
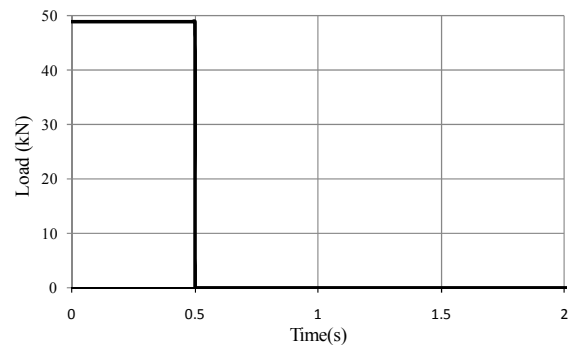
ている。

第1層はアスファルトコンクリート、第2層は路盤、第3層は路床として、図-4に記す3層構造の多層構造体を考える。各層の構造モデルと層特性は表-2に記す例題Aとした。載荷荷重は図-5に記すように、 $0 < t < 0.5s$ 間のみ49kNの鉛直等分布荷重を載荷した。図-6には、載荷中心位置の1層表面($x = z = 0$)、1,2層境界位置($x = 0, z = 15cm$)・2,3層境界位置($x = 0, z = 50cm$)の計3箇所の鉛直変位を記した。なお同図には、本モデルと同じ条件で解析した他ソフトウェアの結果も図示している。凡例中のADINAとは汎用FEMソフトウェアでの結果で、VEALSは、小澤らが開発したソフトウェアの結果である。同図より本方法の解析結果とADINA、VEALSの結果はほぼ一致しており、本理論の妥当性を確認できる。

載荷直後瞬時に弾性変位が発生し、その後粘弾性部分の変位が進行、除荷直前で最大になる。さらに除荷時、瞬時に弾性変位はゼロとなり、このときの残留変位は粘性部(ダッシュポット)によるものである。残りの弾性変位は弾性部とダッシュポットの力の再配分により、その後徐々に減少している。1層目はBurger's Modelで表される粘弾性層であるので、除荷後表面に変位が残留している。2層、3層は弾性層であるが、層境界の変位は1層目の粘弾性の影響を受け瞬時にゼロにはならず、徐々に減少して消失する。

(2) 水平荷重による影響

ここでは水平等分布荷重による応答解析を行う。解析断面は図-4に記した3層構造の多層構造体とする。構造モデルと層特性は、表-2に記す例題Aと例題Bの2断面の解析を行う。荷重は図-5のパルス荷重を使用し、図-1(a)に記す水平等分布荷重で $\theta = 0^\circ$ 方向に載荷した。着目位置は、1層表面($x = z = 0$)、1,2層境界位置($x = 0$,



$z = 15\text{cm}$), 2,3 層境界位置($x = 0, z = 50\text{cm}$)とし, 载荷中心から前後 1m 範囲の鉛直変位を図-7 に記す. 図-7(a) は, 载荷開始時間 $t = 0\text{s}$ の結果である. 载荷開始時間における応答は, 粘弾性モデルの直列バネ値(表-2 の E_1)にて多層弾性解析した値と一致する. 多層弾性解析ソフトウェア GAMES で解析すると, 1 層表面 $x = 35\text{cm}$ 位置にて $u_z = 0.0035\text{cm}$ である. 本ソフトウェアの結果は, 例題 A で $u_z = 0.0036\text{cm}$, 例題 B で $u_z = 0.0037\text{cm}$ でほぼ一致する.

図-7(b) は $t = 0.5\text{s}$ における荷重除荷直前の鉛直変位である. 構造モデルが異なる例題 A・例題 B では, 変位に差が生じる. 1 層表面の $x = 35\text{cm}$ 位置において, 例題 A は $u_z = 0.0073\text{cm}$, 例題 B では $u_z = 0.0086\text{cm}$ であり, 例題 B の鉛直変位は 0.0013cm 大きい. 2,3 層が Spring Model である例題 A に対し, Maxwell Model の例題 B は, 粘性部であるダッシュポット分の変位が加わり, 変位が大きくなっている.

次に 2,3 層表面の $x = 35\text{cm}$ 位置に着目する. 例題 A の変位は $u_z = 0.0064\text{cm}$, 例題 B では $u_z = 0.0067\text{cm}$ である. 両モデルの差は小さい. これは第 3 層の Spring Model と Maxwell Model の違で生じた変位の差である. 路床に対して水平荷重の影響は小さい.

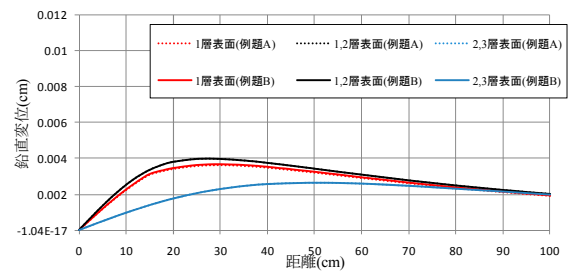
载荷中心から 15cm 以内の载荷領域における, 1 層表面, 1,2 層表面における鉛直変位は, 荷重影響を大きく受け, 载荷外縁付近が盛り上がる山型の形状となる. 路床上面である 2,3 層表面の鉛直変位は, $x = 40\text{cm}$ 位置が凸となる柔らかな形状となる. 荷重による力は, 1,2 層内部で分散するため, 第 3 層に水平荷重の及ぼす影響は小さい.

図-7(c) は, 载荷終了から 4.5s 経過し, 除荷変位が収まりつつある $t = 5.0\text{s}$ の鉛直変位を示したグラフである. 荷重除荷前 $t = 0.5\text{s}$ ほどではないが, 例題 A と例題 B の鉛直変位に差が生じる. 1 層表面 $x = 35\text{cm}$ 位置では, 例題 A で $u_z = 0.0\text{cm}$, 例題 B では $u_z = 0.0019\text{cm}$ である. この変位が各モデルの残留変位である.

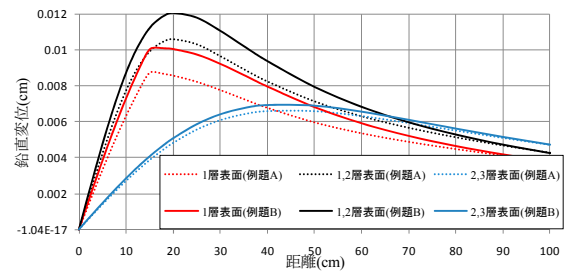
図-8 は, 各層境界 $r = 15\text{cm}$ 位置における, 例題 A と例題 B の時系列鉛直変位をプロットしたグラフである. $t = 5\text{s}$ における両例題の変位量を比較する. 1 層表面において例題 A は $u_z = 0.0009\text{cm}$, 例題 B は $u_z = 0.0038\text{cm}$ と約 4 倍で, 第 2・3 層目の力学特性(Maxwell Model と弾性体)の違いにより生じた差である.

(3) 制動荷重による影響

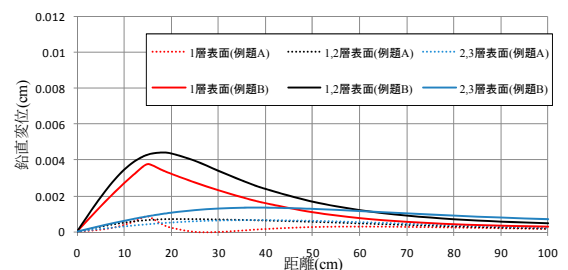
次に, 図-9 に記す三角形分布荷重を車両の制動荷重と仮定し, 舗装に発生する内部ひずみを解析する. なお解析断面は図-4, 層特性は表-2 に記した例題 B を使用し, 全層粘弾性モデルとした. 荷重は, 図-5 のパルス荷重とし, 水平方向の荷重は鉛直荷重の半分とした.



(a) $t=0.0\text{s}$



(b) $t=0.5\text{s}$



(c) $t=5.0\text{s}$

図-7 時系列ごとの鉛直変位比較

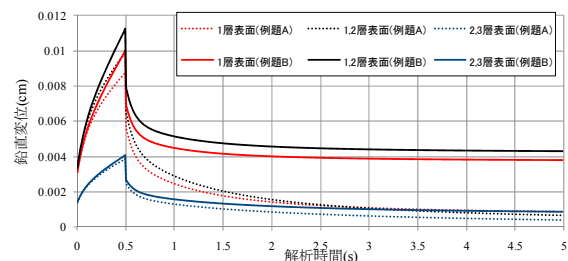


図-8 $r = 15\text{cm}$ 位置における時系列鉛直変位

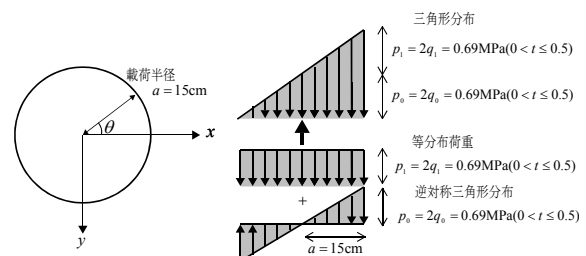
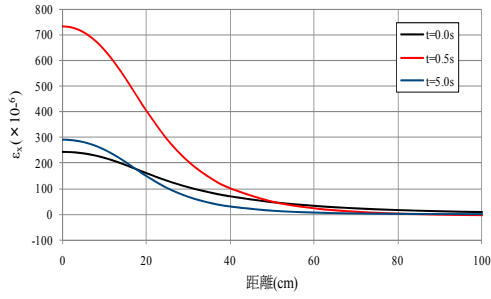
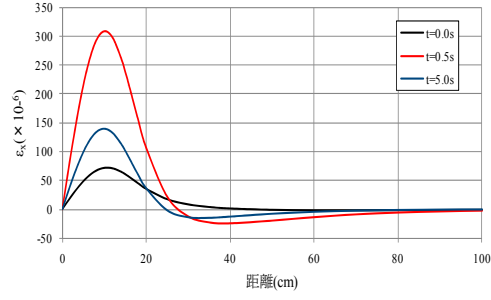


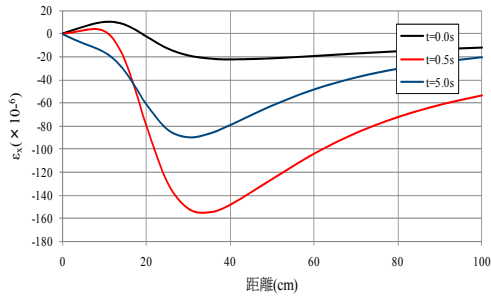
図-9 载荷制動荷重



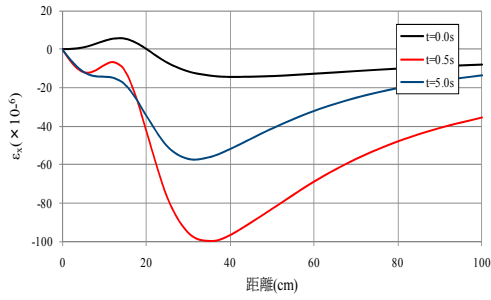
(a) 鉛直等分布 p_0



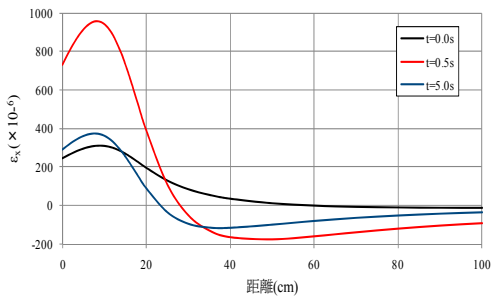
(b) 鉛直逆対称荷重 p_1



(c) 水平等分布 q_0

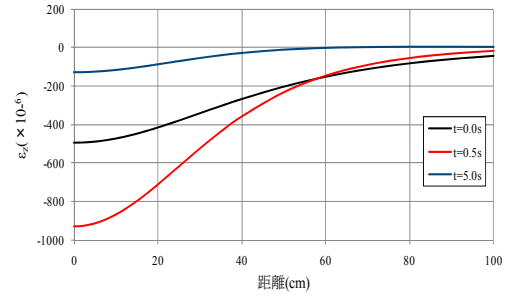


(d) 水平逆対称荷重 q_1

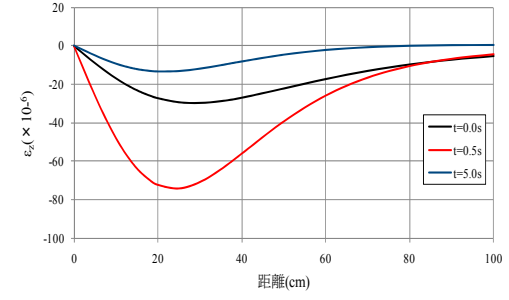


(e) 合計荷重 ($p_0 + p_1 + q_0 + q_1$)

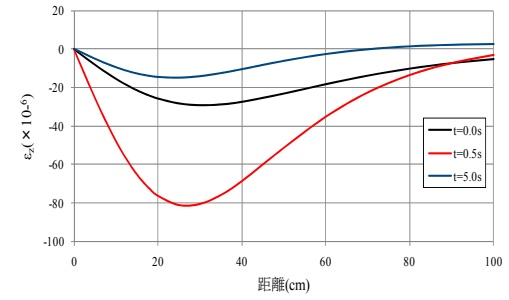
図-10 1層下面 ε_x



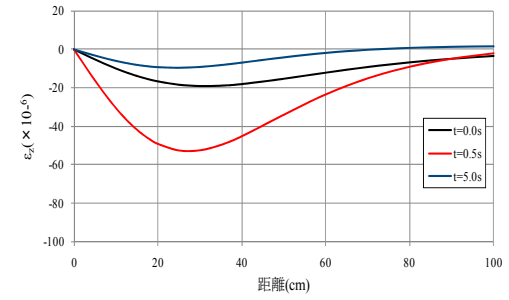
(a) 鉛直等分布 p_0



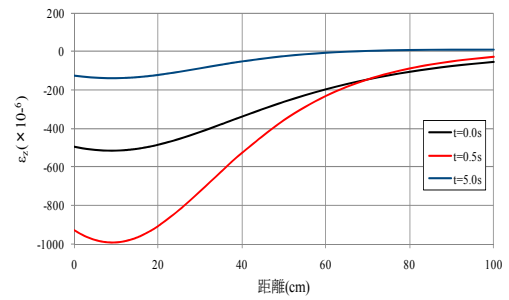
(b) 鉛直逆対称荷重 p_1



(c) 水平等分布 q_0



(d) 水平逆対称荷重 q_1



(e) 合計荷重 ($p_0 + p_1 + q_0 + q_1$)

図-11 3層上面 ε_z

1層下面の水平ひずみ ε_x を図-10に記す。図-10(a)は鉛直方向の等分布荷重 p_0 、図-10(b)は鉛直方向の逆対称荷重 p_1 、図-10(c)は水平方向の等分布荷重 q_0 、図-10(d)は水平方向の逆対称荷重 q_1 による1層下面の水平ひずみである。それらのひずみを足し合わせると、三角形分図-10(e)となる。

$t = 0.5s$ における荷重除荷前の水平ひずみに着目する。各荷重 $p_0 \cdot p_1 \cdot q_0 \cdot q_1$ により生じる水平ひずみ量を比較すれば、鉛直等分布荷重である p_0 により生じる水平ひずみ ε_x が最も大きく 732μ 生じる。水平荷重でもっとも大きな水平ひずみ ε_x を生じる荷重は、水平等分布荷重 q_0 で 154μ 、 p_0 で生じるひずみの21%である。

3層上面の鉛直ひずみ ε_z を図-11に記す。図-10同様に、図-11(a)は鉛直方向の等分布荷重 p_0 、図-11(b)は鉛直方向の逆対称荷重 p_1 、図-11(c)は水平方向の等分布荷重 q_0 、図-11(d)は水平方向の逆対称荷重 q_1 による3層上面の鉛直ひずみである。それらのひずみを足し合わせると、三角形分図-11(e)となる。

図-11に記した3層上面に生じる最大鉛直ひずみに及ぼす水平荷重の影響は少ない。鉛直等分布荷重により生じるひずみ量は図-11(a)より 929μ 、水平等分布荷重は図-11(c)より 81μ である。鉛直等分布荷重で生じたひずみ量の9%しかなく、水平荷重の影響は限定的である。

5. まとめ

本研究では、対応原理を適用した舗装構造の粘弾性解析を行ってきた。アスコン層はBurger's Model、路盤・路床については、Spring Modelもしくは残留変位を考慮できるMaxwell Modelを使用し解析を行い、粘弾性解析を行った。本研究で得られた主な知見をまとめると次のとおりである。

- 他ソフトウエアとの比較により、本理論解の妥当性を確認した。
- 載荷開始時間における応答は、粘弾性モデルの直列バネ値にて多層弾性解析した値と一致する。
- 水平荷重は比較的、浅い層までしか影響を及ぼさない。
- 残留変位量は、表層に近い位置の方が大きい。これは、各粘弾性層で生じた残留変位を足し合わせて求める残留変位量である。

適切な粘弾性パラメータと解析モデルを設定できれば、粘弾性解析による残留変位解析を行えることが明らかになった。アスファルトコンクリートの材料研究は古くから行われている。これら研究の貴重な試験結果と、本理論により求まる解析値との整合性を図り、実現象を精度良くシミュレーションできる力学モデルの作成を、今

後の研究課題としたい。

謝辞：本研究は科研費(基盤研究(C), 20560431)(研究代表者：長岡技術科学大学准教授 高橋 修)の助成を受けて行ったものである。

参考文献

- 1) 木村孟：土の応力伝播，鹿島出版，1978.
- 2) Poulos, H.G. and Davis, E.H.: Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics, John Wiley & Son's, 1974.
- 3) 姫野賢治，丸山暉彦，菅原照雄：パソコン用多層弾性構造解析システム(ELSA)の開発，第18回日本道路会議一般論文集，pp.338-339，1989.
- 4) 舗装工学委員会：多層弾性理論による舗装構造解析入門，—GAMES (General Analysis of Multi-layered Elastic Systems)を利用して—，舗装工学ライブラリー3，土木学会，2005.
- 5) Park, S.W. and Kim, Y.R.: Analysis of Layered Viscoelastic System with Transient Temperature, ASCE, *Journal of Engineering Mechanics*, pp. 223-231, February 1998.
- 6) Hopman, P.C.: VEROAD: A viscoelastic multilayer computer program. *Transportation Research Record*, 1539, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., pp.72-80.
- 7) Chen, E.Y.G., Pa, E., Green, R.: Surface loading of a multilayered Viscoelastic Pavement: Semianalytical solution., ASCE, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 135, No. 6, June 2009.
- 8) Wang, J., and Birgisson, B.: A time domain boundary element method for modeling the quasi-static viscoelastic behavior of asphalt pavements, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 31, ELSEVIER, pp.226-240, 2007.
- 9) 董勤喜，姫野賢治，八谷好高，坪川将丈，松井邦人：動的荷重を受ける粘弾性多層構造の有限要素解析，土木学会舗装工学論文集，第8巻，土木学会，pp.207-213，2003.
- 10) Elseifi, M.A., Al-Qadi, I.L., Yoo, P.J.: Viscoelastic modeling and field validation of flexible pavements, ASCE, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 132, No.2, pp.172-178, February 2006.
- 11) 国尾武：個体力学の基礎，培風館，1977.
- 12) Flugge, W.: Viscoelasticity, Blaisdell Publishing Company, 1967.
- 13) 井上裕嗣，上林 稔，岸本喜久雄，渋谷寿一，小泉 堯：高速フーリエ変換を利用した数値ラプラス変換・逆変換，日本機械学会論文集，57巻542, 2523-2528, 1991.
- 14) 藤波 潔，James MAINA，井上 武美，松井 邦人：表面に作用するモーメント荷重を考慮した多層弾性構造解析，土木学会論文集，No.795/V-68, pp.56-65, 2005.
- 15) 松井邦人，マイナ ジェイムス，董勤喜，小澤良明：鉛直および水平方向に円形等分布の荷重作用を受ける舗装構造の弾性解析，土木学会舗装工学論文集，第6巻，pp.100-109，2001.
- 16) 小澤良明，松井邦人，井上 武美：粘弾性解析のためのハイ

VISCOELASTIC ANALYSIS OF PAVEMENT STRUCTURES
BY APPLYING THE CORRESPONDENCE PRINCIPLE TO THE ‘GAMES’
SOFTWARE

Yoshiaki OZAWA, Osamu TAKAHASHI and Kunihiro MATSUI

The purpose of this paper is to confirm that the GAMES software can be used for the viscoelastic analysis of pavement structures by introducing the correspondence principle. By representing mechanical characteristics of pavement layers by the generalized Maxwell model, the solution of multilayered viscoelastic system is derived. Not only uniform vertical and horizontal load but moment load can be applied at pavement surface. Fast Fourier Transform (FFT) is used for computing responses. As an example problem, mechanical characteristics of pavement layers are modeled by viscoelastic models such