

動的逆解析で推定した 層弾性係数に対する種々の誤差の影響

篠原裕貴¹・小澤良明²・松井邦人³

¹正会員 東亜道路工業(株) 本社工務部 (〒106-0032 東京都港区六本木七丁目3番7号)

E-mail : y_shinohara@wa.toadoro.co.jp

²正会員 工修 東京電機大学 創造工学系 (〒350-0394 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

³フェロー会員 Ph.D. 東京電機大学 創造工学系 (〒350-0394 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

舗装の構造評価は、FWD 試験で測定した時系列データから荷重とたわみのピーク値を用いて、通常静的逆解析を行い各層の弾性係数を推定している。推定した弾性係数は色々な誤差の影響を包含しており、誤差の影響度が報告されている。FWD 試験は衝撃載荷試験であるので、動的逆解析が適切である。しかし、動的逆解析については誤差の影響について検討されていない。本研究は、数値シミュレーションを用いて測定誤差やモデル誤差が各層の弾性係数に及ぼす影響、さらに同期の誤差が逆解析結果に及ぼす影響を明らかにする。さらに、静的逆解析と動的逆解析でこれらの誤差が逆解析結果に及ぼす影響度の違いについて、比較し検討する。

Key Words : dynamic backcalculation, model errors, measurement errors, synchronization

1. はじめに

舗装の構造評価のための標準的試験機として FWD が世界的に普及している。舗装構造評価を行う方法として、1990 年代には静的逆解析により舗装を構成する各層の弾性係数を推定する方法に移行してきた。そのため多くの逆解析ソフトウェアが開発され、ソフトウェア間の比較も行われた¹⁾³⁾。これらは荷重と測定たわみの時系列データからピーク値のみを用い、解析値が測定値と一致するように舗装を構成する各層の弾性係数を推定している。この方法は理論的であるが、色々な誤差が逆解析で求めた弾性係数に反映される。主な誤差には、舗装構造の解析モデル誤差と測定誤差が考えられる。

著者ら⁴⁾の一人は、静的逆解析に関してたわみ誤差と構造モデルの誤差が逆解析弾性係数に及ぼす影響を検討している。Romanoschi と Metcalf⁵⁾は ABAQUS を用いて、層と層の境界のすべりが逆解析弾性係数に及ぼす影響を評価している。Vennalaganti ら⁶⁾は、静的逆解析を行い、層厚、ポアソン比、測定誤差が舗装の残存寿命の推定値に及ぼす影響を評価している。また、Zaghloul ら⁷⁾は、ニュージャージー州において設計断面が同一の区間で層厚の変動量を調査し、逆解析に不正確な層厚を用いて弾性係数を推定していると、補修設計を大きく誤る可能性があることを指摘している。

FWD 試験は衝撃載荷試験であることを考えると、荷重の時間による変動の影響も静的逆解析結果に含まれてい

る。よって時系列データを用いた逆解析が FWD 試験の実態に即した逆解析法であるということが出来る。そのためには動的逆解析法が必要となる。この分野の先駆的研究として、たとえば 1994 年の Uzan の論文⁸⁾があるが、1990 年代後半から動的逆解析に関する研究が加速的に増えてきている⁹⁾¹³⁾。現在、解析時間が短いことやデータ処理の簡便さから静的逆解析法が主流であるが、PC の性能の進歩の速さを考えると、2010 年代には静的逆解析から動的逆解析に移行することが十分に予測される。その動的逆解析法として近頃、小澤ら¹⁴⁾が波動理論を用いた逆解析ソフトウェア W-BALM を開発している。

動的逆解析も静的逆解析と同様、推定した層弾性係数は誤差の影響を免れることはできない。動的逆解析では、モデル誤差、測定誤差に加えて、荷重とたわみの測定センサの同期誤差による誤差も考えられる。

そこで、本研究では、W-BALM による動的逆解析において色々な誤差の逆解析結果への影響度を検討する。また、静的逆解析とも共通する誤差は、その影響度を静的逆解析と動的逆解析で比較している。

2. 解析モデルと評価方法

本研究で取り扱う誤差は、モデル誤差(層厚、ポアソン比、密度)、測定誤差及び同期の誤差である。まず数値シミュレーションを行う上での舗装構造と材料定数の真値を図-1 に示す。解析を行う際の、表面たわみセンサの配

置(載荷点からの距離)は、0, 20, 30, 45, 60, 75, 90, 120, 150cm の9点である。この舗装表面に作用する外力 $f(t)$ を式(1)

$$f(t) = 49 \sin^2 \frac{\pi t}{40} \quad (1)$$

として動的応答解析を行い、求めたたわみをここでは動的たわみとして考えている。また、動的解析は $\Delta t=2\text{ms}$ の時間間隔で行った。静的については、図-1 の断面に 49kN の荷重が円形等分布して作用すると考え、GAMES¹⁵⁾で応答解析したたわみを静的たわみとしている。静的たわみと動的たわみに各種モデル誤差を付帯させ、誤差を含む解析たわみを作成し逆解析を行う。なお逆解析に使用するソフトウェアとして、静的逆解析は BALM¹⁶⁾、動的逆解析では W-BALM を用意した。逆解析の初期値には、解析モデルの真値を使用している。

モデル誤差の影響については、それぞれの層の層厚、ポアソン比、密度のうち1つのパラメータに既知の大きさの誤差を考慮して動的応答解析を行い、表面たわみを求め、そのたわみを逆解析して逆解析弾性係数を算出している。この逆解析弾性係数を図-1 の層弾性係数と比較することにより、モデル誤差の影響を評価している。静的逆解析でも、同様に誤差の影響を評価している。

測定誤差の影響については、着目しているセンサ位置で図-1 の値を用い、動的応答解析より求めたたわみ波形の1つを α 倍したものを測定たわみとして、図-1 の断面で動的逆解析を行い、その影響を評価している。また、図-1 の値を用い静的応答解析より求めたたわみのピーク値の1つを α 倍したものを測定たわみとして静的逆解析を行い、その結果と比較している。

同期の影響については、着目しているセンサのたわみ波形を時間間隔の倍数だけ位相を変えたデータを用いて逆解析を行い、その影響を評価している。

なお、色々な誤差による逆解析弾性係数の影響を、ここでは式(2)の弾性係数の変化率で評価している。

$$\varepsilon_i = \frac{E'_i - E_i^0}{E_i^0} \times 100 \quad (2)$$

ここに、 ε_i : i 層の弾性係数の変化率、 E'_i : 逆解析で求めた i 層の推定弾性係数、 E_i^0 : i 層の弾性係数の真値(図-1 の値)である。

また、いずれの場合にも、測定たわみはFWD試験の精度を考え、有効桁数を3桁としている。

3. 舗装モデルの誤差の影響

(1) 層厚の誤差について

層厚誤差の影響の評価方法を以下のように行った。図-1 の層厚を真値と考え、そのうち1つの層に誤差が含まれている場合を想定している。誤差が含まれている層厚の値は表-1 に記した値であるとする。数字のプラスは、

層厚が図-1 の値より大きいことを意味している。舗装モデルのうち1層だけの層厚を表-1 から選び、残りは図-1 の値を用いて、動的および静的応答解析を行った。このたわみを測定たわみとみなしている。それぞれの層で4ケース層厚を変えて解析を行っているので、動的データ、静的データともに各12セットの表面たわみデータを準備した。動的たわみデータを用いて動的逆解析を行い、層厚誤差の影響を評価した。弾性係数の変化率を図-2 に記す。また、静的たわみデータを用いて静的逆解析を行い、層厚誤差の影響を評価した。その結果を図-3 に記す。

動的逆解析では1層目の層厚に誤差があるとき、1層目、2層目、3層目の逆解析弾性係数に与える影響は大きく、層厚に11%ほど誤差があると逆解析弾性係数は15%程度変化するが、4層目の逆解析弾性係数にはほとんど影響しない。2層目、3層目の層厚誤差の影響は、2層目、3層目の逆解析弾性係数に大きく表れ、4層目の逆解析弾性係数にはほとんど影響しない。逆解析に対し1層目の層厚は、最も支配的なパラメータである。

静的逆解析では1層目の層厚誤差は、2層目の逆解析弾性係数に50%ほどの影響があるが、1層目、3層目には10%ほどの影響であった。また4層目の逆解析弾性係数にはほとんど影響しない。2層目、3層目の層厚誤差の影響は、特に3層目の逆解析弾性係数に大きく表れるが、4層目の逆解析弾性係数にはほとんど影響しない。

静的、動的逆解析ともに1層目の層厚に誤差があるとき、2層目の逆解析弾性係数に大きく影響し、特に静的逆解析のとき、逆解析弾性係数への影響は大きい。また静的逆解析と動的逆解析の結果を比較すると、動的逆解析では層厚誤差の影響は全層の逆解析弾性係数に影響するが、静的逆解析では層厚誤差の影響はある層の逆解析弾性係数に影響する。



図-1 舗装構造と材料定数の真値

表-1 誤差が含まれている層厚の値

		誤差を考慮した層厚 (cm)						
		h=16	h=17	h=18	h=19	h=20	h=21	h=22
1層目	真値($h_1=18\text{cm}$)	○	○	○	○	○	○	○
	誤差率(%)	-11.11	-5.56		5.56	11.11		
2層目	真値($h_2=20\text{cm}$)			○	○	○	○	○
	誤差率(%)			-10.00	-5.00	0.00	5.00	10.00
3層目	真値($h_3=20\text{cm}$)				○	○	○	○
	誤差率(%)				-10.00	-5.00	0.00	5.00

注：表中の○は誤差を考慮し解析した箇所を示す。

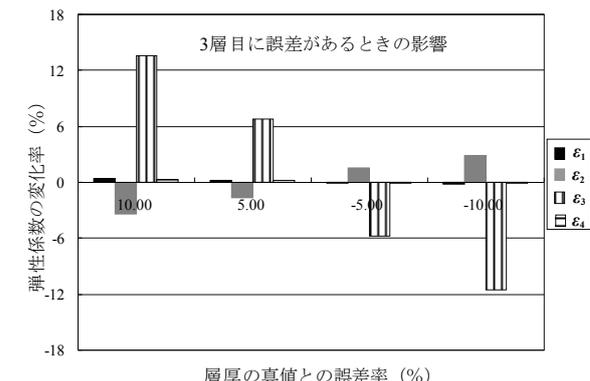
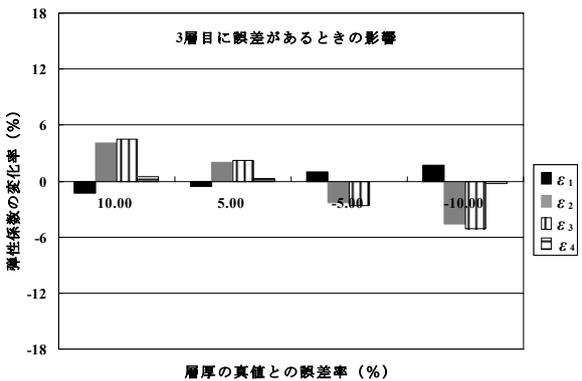
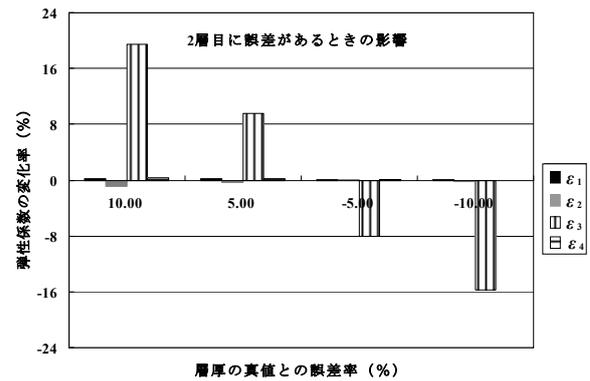
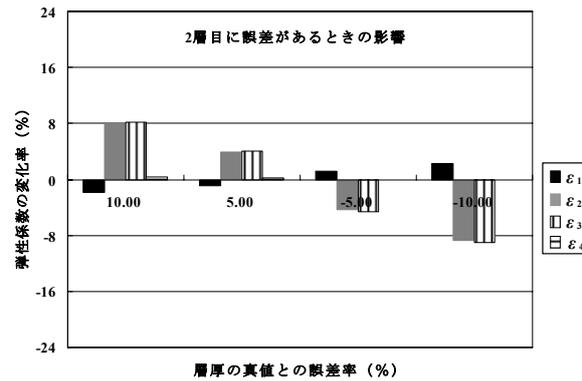
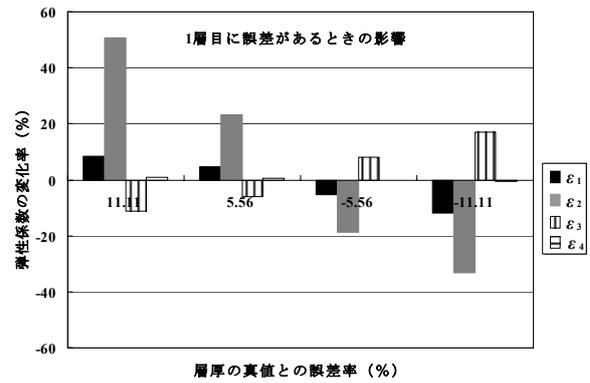
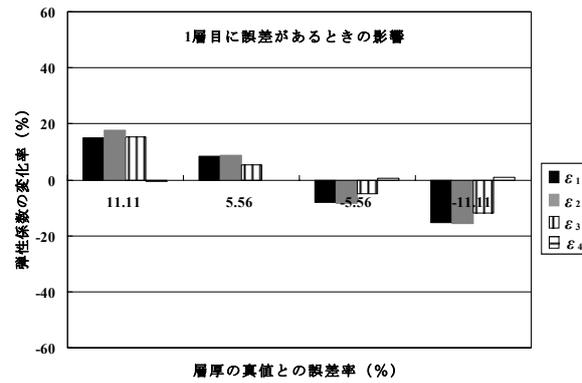


図-2 層厚の誤差が弾性係数に及ぼす影響 (動的逆解析)

図-3 層厚の誤差が弾性係数に及ぼす影響 (静的逆解析)

(2) ポアソン比の誤差について

ポアソン比の誤差の影響を調べるため、1つの層だけポアソン比を変化させて動的解析を行い、表面たわみを求めた。その表面たわみを用いて動的逆解析を行い、逆解析弾性係数を算出している。この逆解析弾性係数と図-1の層弾性係数を比較して誤差の影響を評価した。それぞれの層で考慮した誤差を含むポアソン比の値を表-2に記した。ポアソン比の誤差が層弾性係数に及ぼす影響を図-4に図示した。

1層目のポアソン比に誤差があるとき、1層目の逆解析弾性係数に大きく影響する。2層目、3層目、4層目のポアソン比に誤差があるとき、2層目、3層目の逆解析弾性係数に大きく影響する。また、ポアソン比の誤差が4層目の逆解析弾性係数へ与える影響は小さい。動的応答解析と同様に GAMES を用いて静的たわみデータを計算し、

表-2 誤差が含まれているポアソン比の値

		誤差を考慮したポアソン比			
		$\nu=0.45$	$\nu=0.4$	$\nu=0.3$	$\nu=0.25$
1層目	真値($\nu_1=0.35$)	○	○	○	○
	誤差率(%)	-28.57	-14.29	14.29	28.57
2層目	真値($\nu_2=0.35$)	○	○	○	○
	誤差率(%)	-28.57	-14.29	14.29	28.57
3層目	真値($\nu_3=0.35$)	○	○	○	○
	誤差率(%)	-28.57	-14.29	14.29	28.57

注：表中の○は誤差を考慮し解析した箇所を示す。

その静的たわみデータを用いて静的逆解析を行い、ポアソン比の誤差の影響を評価した。その結果を図-5に記す。

4層目を除き、ポアソン比の誤差はその層の逆解析弾性係数に及ぼす影響は大きく、他の層への影響は小さい。4層目のポアソン比の誤差は、上位の層、特に3層目の逆解析弾性係数への影響が大きい。動的逆解析と静的逆解

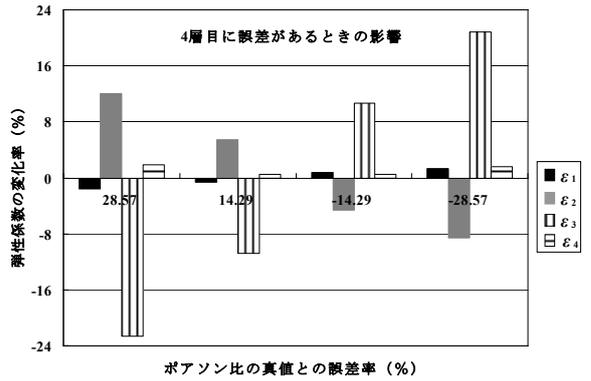
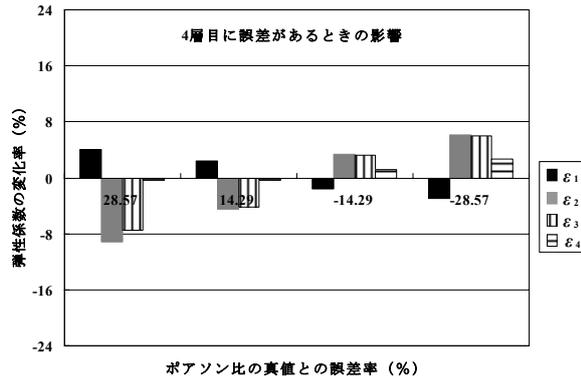
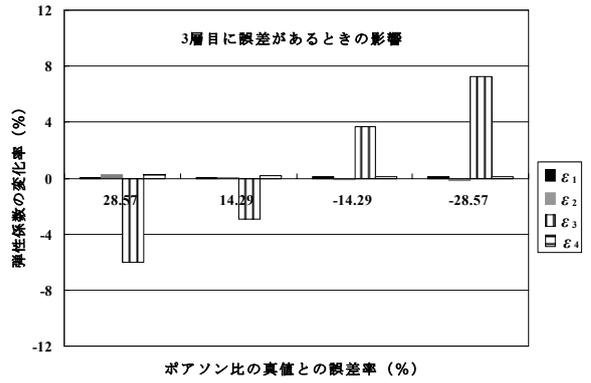
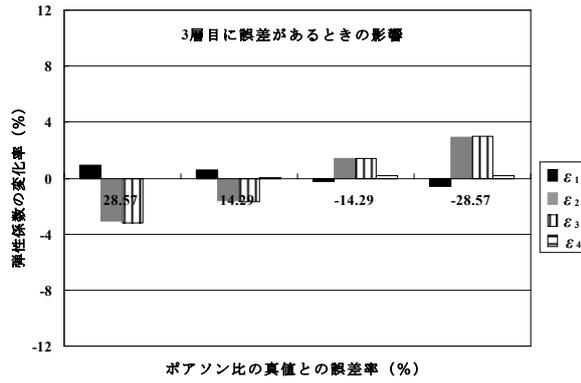
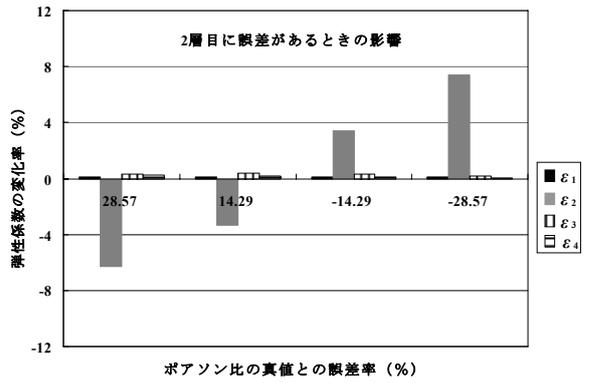
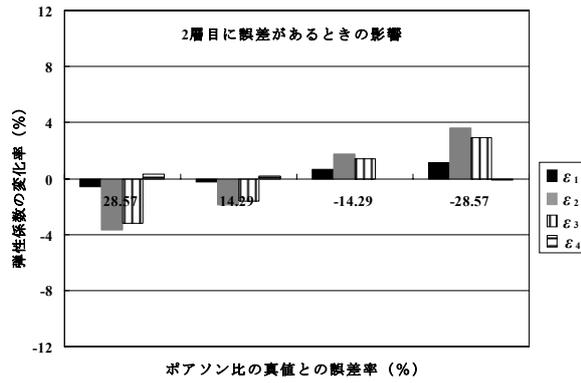
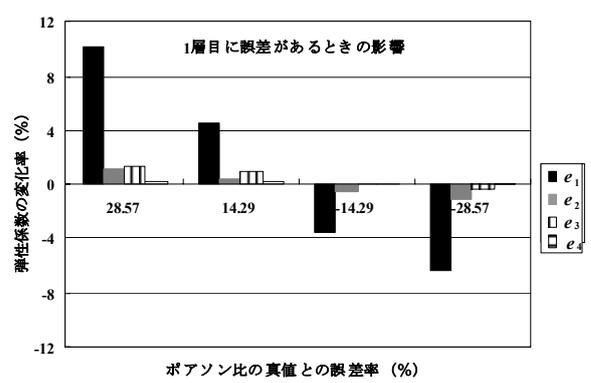
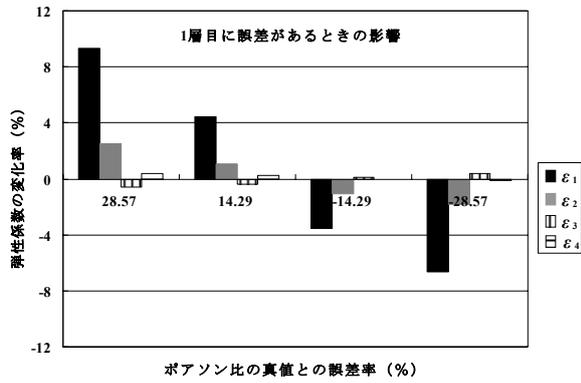


図-4 ポアソン比の誤差が弾性係数に及ぼす影響 (動的逆解析)

図-5 ポアソン比の誤差が弾性係数に及ぼす影響 (静的逆解析)

析の結果を比較すると、ポアソン比の誤差が逆解析弾性係数に及ぼす影響はよく似た傾向を示す。違いとしては、静的逆解析では誤差のある層の逆解析弾性係数に影響し、動的逆解析では4層目を除き全ての逆解析弾性係数に影響する。

(3) 密度の誤差について

密度の誤差が逆解析結果に及ぼす影響を検討した。この影響は動的逆解析を行うことにより評価できる。図-1の断面で1つの層の密度に誤差を考慮して動的解析を行い、表面たわみを算出した。そのたわみを測定たわみと見なして逆解析を行い、逆解析弾性係数を求めた。この

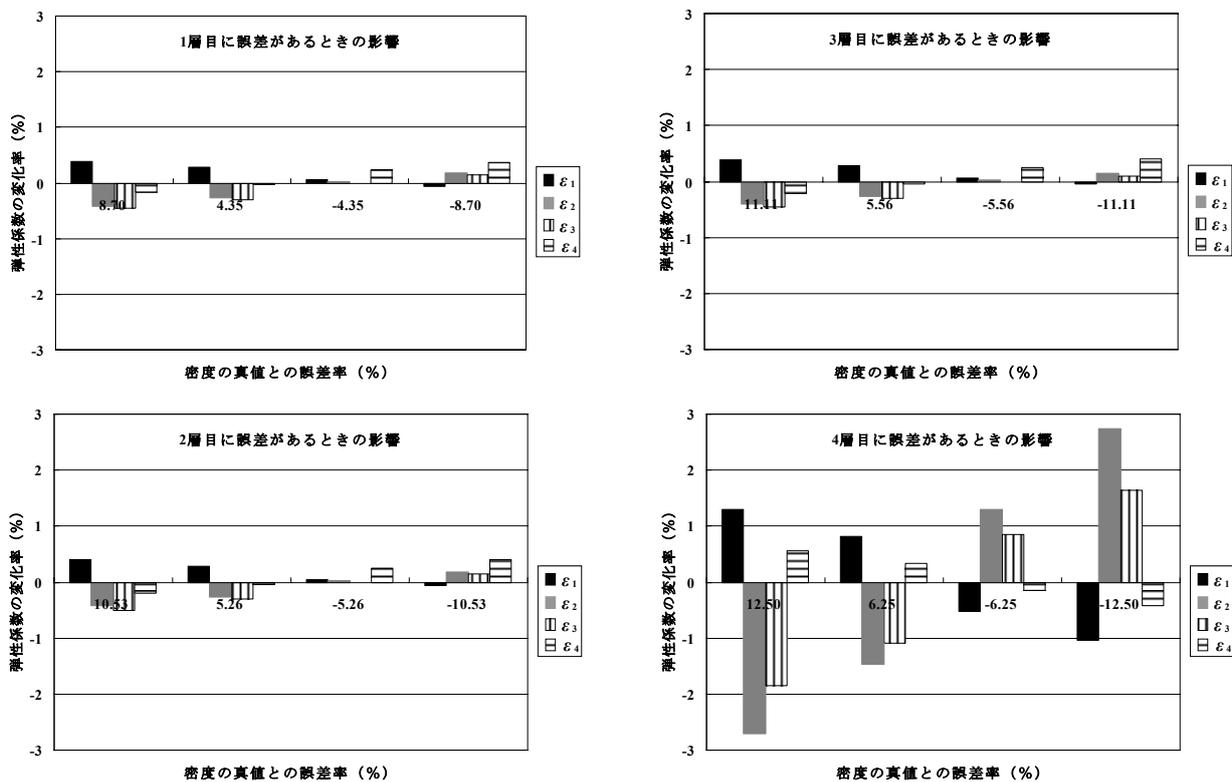


図-6 密度の誤差が弾性係数に及ぼす影響 (動的逆解析)

表-3 誤差が含まれている密度の値

		誤差を考慮した密度(kg/m ³)									
		$\rho=2,500$	$\rho=2,400$	$\rho=2,200$	$\rho=2,100$	$\rho=2,000$	$\rho=1,900$	$\rho=1,800$	$\rho=1,700$	$\rho=1,500$	$\rho=1,400$
1層目	真値($\rho_1=2,300$)	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	誤差率(%)	8.7	4.35	-4.35	-8.7						
2層目	真値($\rho_2=1,900$)				○	○	○	○	○	○	○
	誤差率(%)				10.53	5.26	0.00	-5.26	-10.53		
3層目	真値($\rho_3=1,800$)					○	○	○	○	○	
	誤差率(%)					11.11	5.56	0.00	-5.56	-11.11	
4層目	真値($\rho_4=1,600$)							○	○	○	○
	誤差率(%)							12.5	6.25	-6.25	-12.5

注：表中の○は誤差を考慮し解析した箇所を示す。

逆解析弾性係数を図-1の層弾性係数と比較して密度誤差の影響を評価した。各層で考慮した誤差を含む密度の値を表-3に記す。これらの誤差が逆解析で求めた層弾性係数に及ぼす影響を図-6に図示した。

全体的に密度の誤差が逆解析弾性係数に与える影響は小さい。1層目、2層目、3層目の密度に誤差があるとき、逆解析弾性係数に与える影響は同様の傾向を示す。4層目の密度に誤差があるとき、逆解析弾性係数に与える影響が最も大きく、特に2層目の逆解析弾性係数に大きく影響する。

4. 測定たわみの誤差の影響

ここでは載荷点からの距離が0cm, 30cm, 60cm, 150cmの4点におけるたわみ誤差に注目した。それぞれの着目点のたわみを D_0 , D_{30} , D_{60} , D_{150} として表す。図-1の舗

装構造を用いて動的応答解析を行い、求めた着目点のたわみを α 倍($\alpha=1.02, 1.01, 0.99, 0.98$)し、測定たわみとみなした。図-1の断面と材料定数の値を用い動的逆解析を行い、測定たわみ誤差の影響を評価した。その結果を図-7に記す。

D_0 に2%の誤差が含まれるとき、1層目の逆解析弾性係数は約20%変化している。2, 3層目の逆解析弾性係数にも10%以上の影響を与えているが、4層目の逆解析弾性係数はほとんど影響しない。

D_{30} , D_{60} , D_{150} と遠方に行くほど測定誤差が逆解析弾性係数に及ぼす影響は小さい。図-8は動的と同様に求めた静的逆解析の結果である。動的逆解析と比べ静的逆解析の結果は測定誤差に大きく影響されることを示し、特に2層目、3層目の弾性係数に大きく影響している。

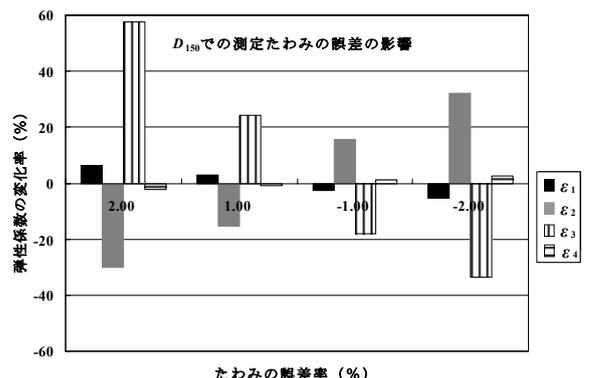
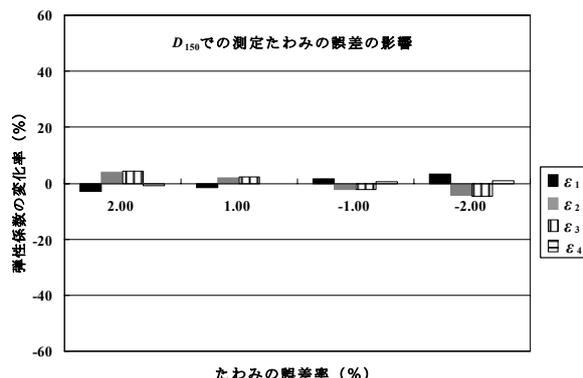
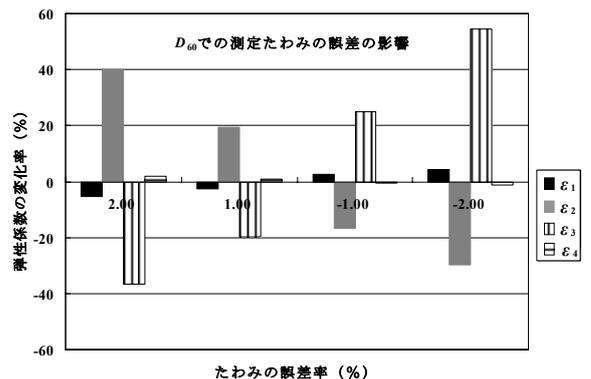
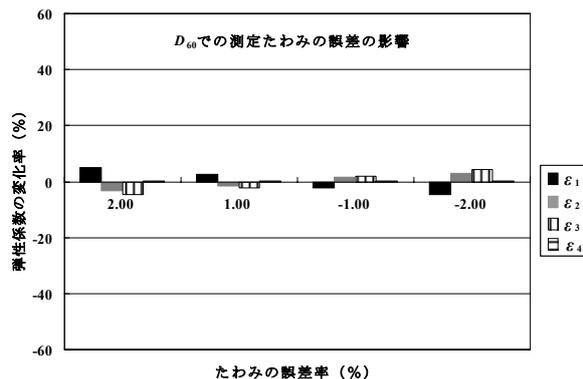
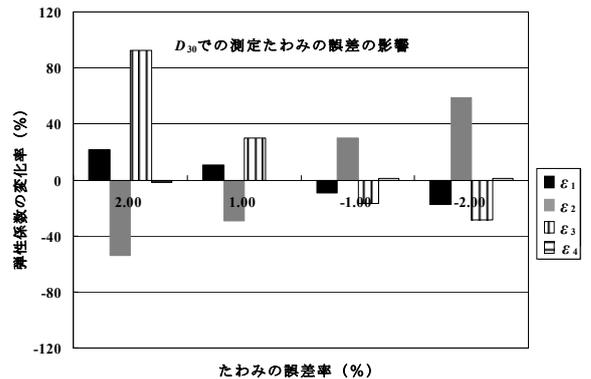
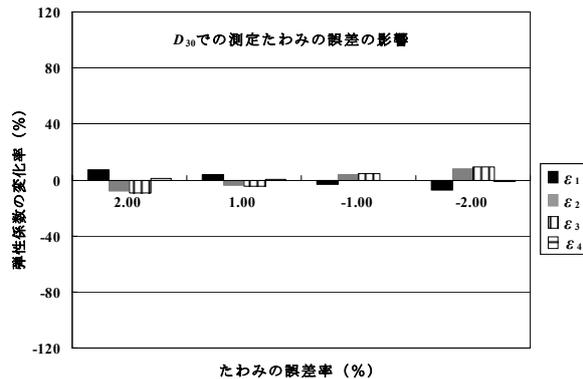
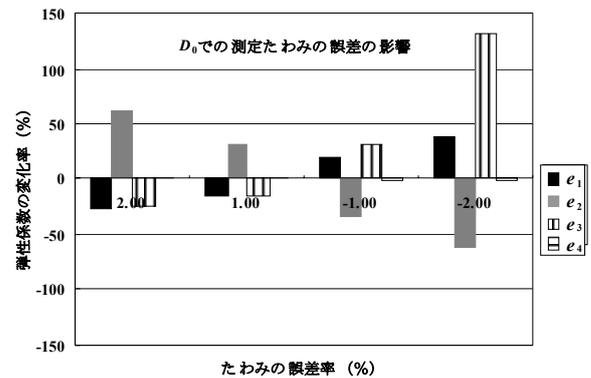
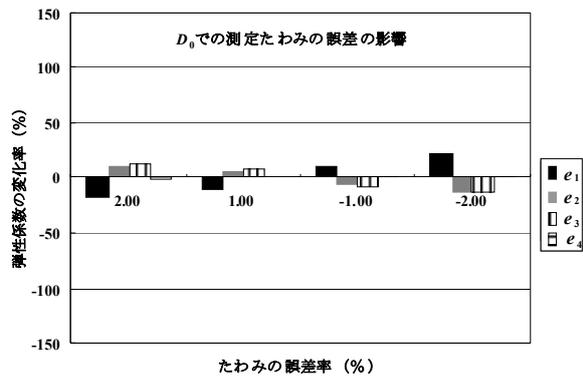


図-7 測定たわみの誤差が弾性係数に及ぼす影響(動的逆解析)

図-8 測定たわみの誤差が弾性係数に及ぼす影響(静的逆解析)

5. 波形の同期誤差の影響

現在, FWD 試験で測定した荷重とたわみのピーク値を用いて静的逆解析を行い, 舗装を構成する各層の弾性係数を推定している. これらのピーク値の精度が重要であ

り, 欧米諸国では FWD 試験機のキャリブレーションセンターが建設され, 荷重およびたわみセンサを検証している. わが国でもその方向で進んでいる¹⁷⁾. 静的逆解析を行うとき測定値のピーク値の精度が問題になるが, 将来, 動的逆解析を行うことが求められるようになると, 荷重

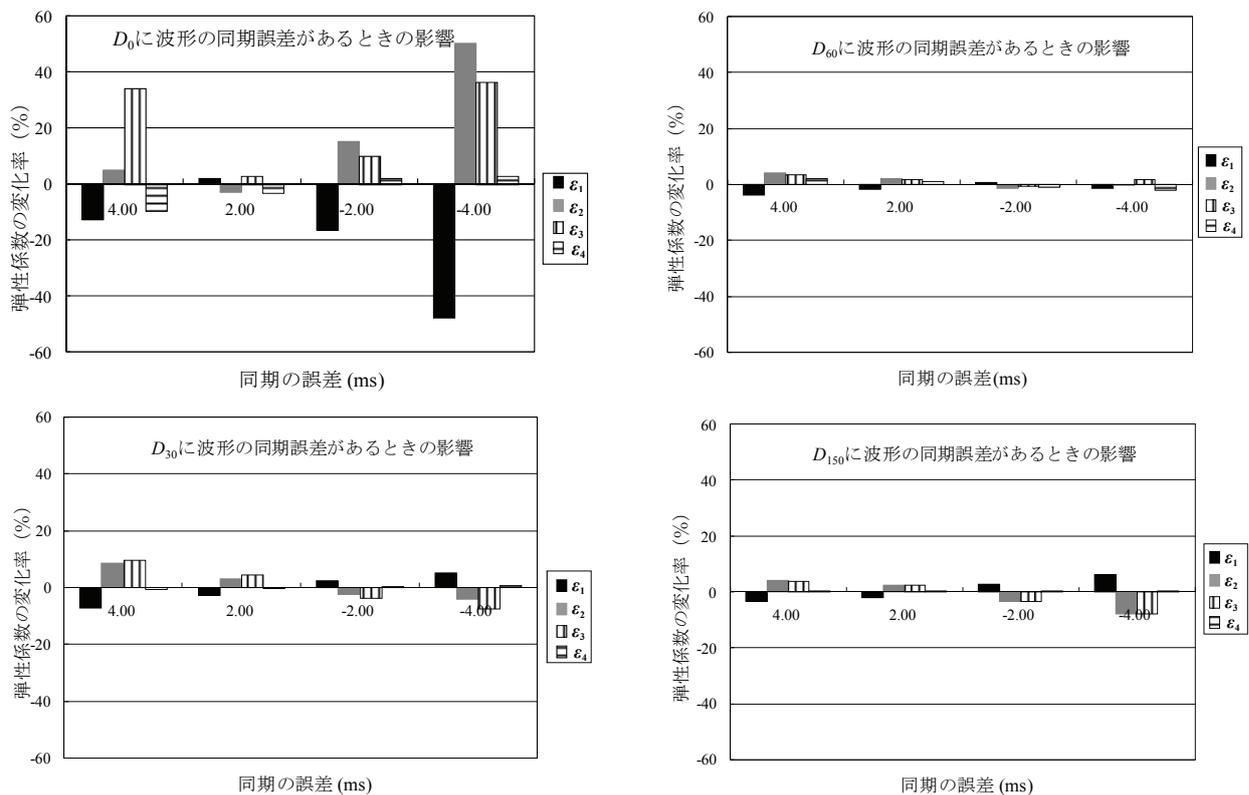


図-9 波形の同期誤差が弾性係数に及ぼす影響(動的逆解析)

とたわみの時系列データにおいて、波形だけでなくそれらの測定時刻が一致しなければならない。測定時刻の間にずれが存在するときは、ここでは同期誤差と呼んでいる。FWD 試験では、舗装表面をたわみ波形が伝播するので、荷重荷点の D_0 たわみが最初にピークに達し、荷重点から離れるほどピークの発生が遅れるはずである。しかし、しばしば実測データでは、 D_0 のたわみのピークが D_{20} 、 D_{30} のたわみのピークより遅く現れる。原因は不明であるが、同期が不完全であることが考えられる。そこで、もし同期が不完全なとき、逆解析結果にどのように影響するかを検討した。

本研究では、動的応答解析のたわみ波形を、注目しているセンサ位置(ここでは、荷重点から 0cm, 30cm, 60cm, 150cm)でそれぞれが 2ms, 4ms だけ遅れた場合と進んだ場合を測定データとして逆解析を行った。その結果を図-9 に記す。図中の横軸でのプラスは、たわみ波形が遅れたときの結果、マイナスはたわみ波形が進んだときの結果である。 D_0 の同期に 4ms の位相差が含まれるとき、逆解析弾性係数へ与える影響が大きい。 D_0 の同期が取られていないと逆解析弾性係数への影響は大きい、4層目の逆解析弾性係数に与える誤差は小さい。 D_{30} 、 D_{60} 、 D_{150} での位相差が含まれるとき、2層目、3層目の逆解析弾性係数へ与える影響が大きい。同期誤差における影響は、荷重点に近いセンサほど顕著に見られる。

6. 結論

動的逆解析では、静的逆解析で考えられる層厚、ポアソン比のような解析モデル誤差と測定誤差に加えて、密度の誤差、同期誤差により発生する誤差が考えられる。本研究では、これらの誤差が逆解析結果に及ぼす影響を検討した。その結果以下のようなことが明らかになった。

- 1) 層厚の誤差の影響は、動的逆解析では全層の逆解析弾性係数に影響するが、静的逆解析ではある 1 層の逆解析弾性係数に大きく影響する。
- 2) ポアソン比の誤差の影響は、動的逆解析・静的逆解析とも似た傾向を示す。しかし、静的逆解析は誤差を考慮した層の逆解析弾性係数に影響し、動的逆解析では、4 層目を除き全ての逆解析弾性係数に影響する。
- 3) 密度の誤差の影響は、動的逆解析に大きな影響を与えない。
- 4) 測定誤差の影響は、静的逆解析と比べ、動的逆解析結果に及ぼす影響は小さい。動的逆解析は安定した逆解析法である。
- 5) 同期誤差の影響は、動的逆解析結果に及ぼす影響は大きい。特に荷重点付近のセンサに付帯させた誤差による影響が逆解析に与える影響は大きく、荷重点付近のセンサ同期が重要である。

現状では、荷重とたわみセンサのキャリブレーション

しか行われていない。動的逆解析を行うのであれば、同期誤差のキャリブレーションを行う必要がある。また、層厚の誤差は逆解析の結果に大きく影響することが明らかになった。本論においても、表層厚の解析誤差を無くせば最大、動的逆解析で15%・静的逆解析で50%の誤差を低減できる。地中レーダ探査試験(Ground Penetrating Radar 試験)などで表層(アスファルト混合物層)の層厚を確認することが重要である。

謝辞：本研究は、科学研究費補助金基盤研究(C)17560413(平成17年度～18年度)の支援を受けて行った研究の一部であることを記し、ここに、謝意を表します。

参考文献

- 1) Strategic Highway Research Program: Layer Moduli Backcalculation software, P-651, National Science Foundation, Oct.1993.
- 2) Van Deusen, D.A.: Selection of Flexible Pavement Backcalculation Software for the Minnesota Road Research Project, Minnesota Office of Transportation, 1996.
- 3) Back-Calculation of Layer Parameters for LTPP Test Sections, Vol.2 : Layered Elastic Analysis for Flexible and Rigid Pavements, Publication No.FHWA-RD-01-113, 2002,10.
- 4) 松井邦人, 笠原篤, 岡田貢一: 逆解析弾性係数に対する測定たわみと構造モデルの誤差の影響, 土木学会論文集, No.526/V-29, pp.55-62, 1995.11.
- 5) Romanoschi, A.A. and Metcalf, J.B.: Errors in Pavement Layer Moduli Backcalculation due to Improper Modeling of the Layer Interface Condition, TRB 2003 Annual Meeting CD-ROM, 2003.1.
- 6) Vennalagati, K.M., Ferregut, C. and Nazarian, S.: Stochastic Analysis of Errors in Remaining Life due to Misestimation of Pavement Parameters in NDT, Nondestructive Testing of Pavements and Backcalculation of Moduli, second volume (eds. Von Quintas, H.L., Bush, A.J. and Baladi, G.Y.), SPT 1198, ASTM,

- 1994.
- 7) Zaghoul, S., He, Z., Vitillo, and Kerr, J.B.: Project Scoping Using Falling Weight Deflectometer Testing: New Jersey Experience, *Transportation Research Record*, 1643, pp.34-43, 1988.
- 8) Uzan, J.: Dynamic Linear Back Calculation of Pavement Material Parameters, *Journal of Transportation Engineering*, ASCE, Vol.120, No.1, pp.109-126, January/February 1994.
- 9) 菊田征勇, 松井邦人: マトリックス縮小化を用いた時間領域における舗装構造の逆解析, 土木学会論文集, No.577/V-34, pp.77-85, 1997.
- 10) Kang, Y.V.: Multifrequency Back-Calculation of Pavement Layer Moduli, *Journal of Transportation Engineering*, ASCE, Vol.124, No.1, pp.73-81, 1998.
- 11) 菊田征勇, MAINA James, 松井邦人, 董勤喜: 複数の時系列データを用いた舗装構造の動的逆解析, 土木学会論文集, No.760/V-63, pp.223-230, 2004.5.
- 12) Chatti, K., Ji, Y.G. and Harichandran, R.S.: Dynamic Time Domain Backcalculation of Layer Complex Moduli and Thickness in Asphalt Concrete Pavement, National Research Council, *Transportation Research Record*, 1869, 2004.
- 13) Ji, Y., Wang, F., Luan, M. and Guo, Z.: A Simplified Method for Dynamic Response of Flexible Pavement and Application in Time domain Backcalculation, *the Journal of American Science*, 2(2), pp.70-81, 2006.
- 14) 小澤良明, 松井邦人: フォークトモデルで構成された舗装構造の波動伝播解析, 土木学会論文集 E, Vol. 64, No.2, pp.314-322, 2008.
- 15) (社)土木学会: 多層弾性理論による舗装構造解析入門, 丸善, 2005.
- 16) 松井邦人, 井上武美, 三瓶辰之: 舗装各層の弾性係数を表面たわみから推定する一手法, 土木学会論文集, No.420/V-13, pp.107-114, 1990.8.
- 17) (独)土木研究所: 土木技術資料, 48-7, 2006.

INFLUENCE OF VARIOUS ERRORS ON ESTIMATED LAYER MODULI BY DYNAMIC BACKCALCULATION

Yuki SHINOHARA, Yoshiaki OZAWA and Kunihito MATSUI

Structural evaluation of pavement structure is performed by static backcalculation using peak loading and deflections values. Backcalculated moduli reflect on various errors and their magnitudes have been reported. Dynamic backcalculation is more suitable than static backcalculation because FWD is an impulsive loading test.

However, effect of errors due to dynamic backcalculation has not been examined. This paper identifies the effects of modeling errors, measurement errors and lack in synchronization on backcalculated results. Dynamically backcalculated results are compared with static results and difference in those results is examined.