

# 舗装の動的応答に関する 実測値と解析値との比較検討

董勤喜<sup>1</sup>・金井利浩<sup>2</sup>・坂本康文<sup>3</sup>・姫野賢治<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 Ph.D. 中央大学理工学部土木工学科 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

<sup>2</sup>学生会員 中央大学大学院理工学研究科土木工学専攻 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

<sup>3</sup>正会員 (独) 土木研究所基礎道路技術研究グループ (〒305-8516 茨城県つくば市南原 1-6)

<sup>4</sup>フェロー会員 工博 中央大学理工学部土木工学科 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

舗装の設計法は、経験的設計法から解析的/経験的設計法へ移行する段階にあり、筆者らは理論的設計法の高度化を目的として、舗装内部の動的応答に着目した実測値と解析値との比較について検討した。具体的には、舗装の各層の材料物性値を効率的に推定するため、Ritzベクトルを導入してマトリックスを縮小し、順解析と感度解析を行った。動的解析と感度解析の解を求める際には、荷重に依存するRitzベクトルを、開発したプログラムで自動的に決定した。また、FWD試験による実測データを用いて舗装構造の物性値を推定した。その結果、舗装の実測値と解析値における時系列データの応答波形およびピーク値はよく一致しており、開発した解析FEMソフトによって十分良い精度の解が得られることを確認した。

**Key Words** : pavement design, nondestructive tests, measurement, FEM, Ritz vector

## 1. はじめに

平成13年の「舗装の構造に関する技術基準」<sup>1)</sup>の発刊により、設計法や使用材料、施工法を問わない性能規定化に向けた方針が示され、それを受けて適材適所での自由な舗装設計を可能とする理論設計法が求められている。

現在、舗装の設計法は、経験的設計法から解析的/経験的設計法に移行する段階にある。欧米においても、舗装の設計法は、力学的/経験的方法を整備する段階にきており、解析ソフトの開発、実舗装における長期計測などを通してそれぞれにデータの収集を行っている<sup>2)7)</sup>。しかし、我が国では、公開されている載荷試験データや実舗装での試験データが比較的少ないのが現状である<sup>8)</sup>。

一方、近年、国内において優れた静的な多層弾性理論プログラムが開発されてきており、舗装の応答解析を主体とし入力データの信頼性も考慮した逆解析ソフトも整備されている<sup>9)10)</sup>。しかしながら、精度向上のためには荷重条件、材料の構成則および境界条件などの実態に応じた解析条件の設定が必要である。世界的にみても時間領域で柔軟な動的FEMによる逆解析プログラムは少なく、我が国で開発された動的逆解析ソフトDBALMにおいてもメッシュの分割や材料数などの制約がある<sup>10)</sup>。また、動的FEMによるひずみ、応力の順解析ソフトについても同様の現状にある。

欧米においては、実験データに関しては充実している<sup>7)</sup>が、解析方法については静的な逆解析と順解析しかない。解析した舗装内部のひずみ、応力と実測値を比較した結果では、アスファルト層下面の引張りひずみを除き、路盤および路床内の応答が大きい偏差が出ている傾向が見られる<sup>11)12)</sup>。

本研究では、時系列データをそのままの形で解析に反映させるために、新たなFEMプログラムを開発し、FWDデータへの適用性について検討を行った。これまでの汎用FEMソフトを用いた解析では、結果として得られる応力やひずみは平均化されたものでしかなく、舗装構成層の境界上節点の応力やひずみを正確に捉えるのが困難であった。そこで、モデル全体の剛性マトリックスをスカイライン法で記憶させることにより比較的高速な解析を可能とし、独自の局所パッチ法<sup>13)14)</sup>をFEM解析に適用することで、境界上節点における課題を解決した。

具体的には、メモリを最低限に使用して舗装の各層の材料物性値を効率的に推定するために、Ritzベクトルを導入してマトリックスを縮小し、順解析と感度解析を行った。荷重に依存するRitzベクトルは、解析時に開発したプログラムで自動的に決定した。また、FWD試験による実測データを用いて舗装構造の物性値を推定した。その結果、舗装の実測値と解析値を比較すると、時系列データの応答波形およびピーク値はよく一致しており、開

発した解析 FEM ソフトの信頼性が高いことが確認できた。計算に要した時間も、CPU が 2.4GHz の PC を使った場合、自由度 15000 の軸対称の 6 層モデルを用いて 12 パラメータを求める際に、一回の解析に要する時間は 75 秒程度と静的解析と大差はなく、実用上問題のないことが分かった。

## 2. 動的順解析と動的逆解析の手順

### (1) 動的順解析

衝撃荷重が作用する舗装構造の一般的な運動方程式を式(1)に示す。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

初期条件は  $t = 0$  において

$$\mathbf{u}(0) = \mathbf{0}, \quad \dot{\mathbf{u}}(0) = \mathbf{0}$$

ここに、 $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$  はそれぞれ  $n \times n$  の質量、減衰、剛性マトリックス、 $\ddot{\mathbf{u}}(t), \dot{\mathbf{u}}(t), \mathbf{u}(t)$  はそれぞれ  $n \times 1$  の加速度、速度、変位ベクトルである。右辺の  $\mathbf{f}(t)$  は衝撃荷重ベクトルである。また、著者らのこれまでの数値解析経験から、舗装構造の動的順解析と逆解析に適する減衰モデルを剛性比例減衰としている。非比例減衰は式(2)により算出する。

$$\mathbf{C} = \beta \mathbf{K} \quad (2)$$

ここに、 $\beta$  は比例定数であり、層ごとに異なると考えられる。

### (2) 動的逆解析

FWD 試験において、表面での各たわみセンサーでの測定値と解析値の誤差に対して以下の最小二乗法を適用して、式(3)に示す目的関数により評価される。

$$J(\mathbf{P}) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^n \left( u_i^*(t) - u_i(\mathbf{P}, t) \right)^2 dt \quad (3)$$

ここに、

$n$  は着目点の数、 $u_i^*(t), u_i(\mathbf{P}, t)$  は着目点  $i$  における測定値と計算値であり、 $\mathbf{P} = (p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_{2m})^T = (E_1, E_2, \dots, E_m, C_1, C_2, \dots, C_m)^T$  は各層の弾性係数と減衰係数、 $m$  は舗装構成層の数である。 $t_0, t_f$  はそれぞれ測定時間の上限、下限である。

式(3)はパラメータ  $p_j$  に関する非線形関数となり、Gauss-Newton 法を適用することにより、式(4)の補正方程

式に変換される。

$$\mathbf{A}d\mathbf{P} = \mathbf{b} \quad (4)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \int_{t_0}^{t_f} \left( \sum_{i=1}^n \frac{\partial u_i}{\partial p_k} \frac{\partial u_i}{\partial p_j} \right) dt \\ \mathbf{b} &= \int_{t_0}^{t_f} \left( \sum_{i=1}^n \left( u_i^*(t) - u_i(\mathbf{P}, t) \right) \frac{\partial u_i}{\partial p_k} \right) dt \\ d\mathbf{P} &= \{ dp_j \} \quad j, k = 1, 2, \dots, 2m \end{aligned} \quad (5)$$

式(4)はしばしば不安定であるため、解法に注意する必要がある。ここでは式(4)に関して特異値分解を用いて解くのが最善であるように思われる<sup>15)</sup>。

### (3) 動的感度解析

測定された表面たわみの時系列データから未知パラメータを推定するような逆解析を行うとき、たわみの未知パラメータに関する感度を計算することが必要となる。動的な舗装構造解析の場合、質量マトリックスと荷重ベクトルは各層の材料物性値に独立である。式(5)の感度方程式は式(1)をパラメータ  $p_j$  で偏微分すると得られる。

$$\mathbf{M} \frac{\partial \ddot{\mathbf{u}}}{\partial p_j} + \mathbf{C} \frac{\partial \dot{\mathbf{u}}}{\partial p_j} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial p_j} = \mathbf{h}_j \quad (6)$$

初期条件は  $t = 0$  において

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial p_j} = \frac{\partial \dot{\mathbf{u}}}{\partial p_j} = \mathbf{0} \quad (7)$$

感度方程式の右辺はそれぞれのパラメータに関して式(8)のように定義する

$$\mathbf{h}_j = - \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial p_j} \dot{\mathbf{u}} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial p_j} \mathbf{u} \quad j = 1, \dots, 2m \quad (8)$$

パラメータ  $p_j$  に関する応答の感度は式(7)を初期条件として式(6)を解くことで得られる。

### (4) 方程式の縮小化

一般的に数値解析法を用いて式(1)と(6)を解くことが行われるが、これらを Newmark 法を用いて解くと、計算時間が膨大なものとなる。そこで Ritz ベクトルを用いて運動方程式と感度方程式を縮小化している<sup>16)</sup>。式(6)の演算子は式(1)と同じであるが、Ritz ベクトルは右辺の項に依存しているため、右辺の異なる運動方程式と感度方程式では、Ritz ベクトルが異なると考えられる。感度方程式

の右辺は、時間関数の形に書き換えることが出来ないため、簡単に Ritzベクトルを求めることは出来ない。従来の研究では、運動方程式から得られた Ritzベクトルの数を増加させて感度方程式にも用いていた<sup>16)</sup>。しかし、動的解析と感度解析とともに、同じ Ritzベクトルの数を増加させると、一般的に計算精度は向上するが、理論的な根拠が究明されていないのが実情である。

本研究では、繰返し法を用いて方程式の右辺に依存する Ritzベクトルを自動的に算出した。計算効率を向上させることを考慮すると、式(1)と(6)は同じ演算子であり、剛性マトリックスを一度三角分解してから異なる Ritzベクトルが求められ、どの程度の Ritzベクトルの数 $n$ で解の精度が確保されるかを式(9)で評価する。

$$\frac{\|c_n x_n\|}{\sum_{j=1}^n \|c_j x_j\|} = \varepsilon \quad (9)$$

ここに、 $\varepsilon$ は許容誤差、 $x_j$ は Ritzベクトル、 $c_j$ は Ritzベクトルを求める際の比例定数である。

### (5) 解析プログラム

基本的には舗装全体を多層弾性構造でモデル化し、表・基層、路盤および路床は8節点四辺形の軸対称アイソパラメトリック要素に分割して、舗装構成層の弾性係数と減衰係数を推定できるFEM逆解析プログラムを開発した。これによって、FWD実験によって得られた荷重時系列データを外力としてFEM解析を行い、実験のセンサー位置における表面たわみと舗装内部の応答を求めることができる。本プログラムの特徴は、順・逆解析の自由度が10万以上であっても、Ritzベクトルの導入によりマトリックスを縮小化して、PCでも効率的に解析できるようにしたことである。

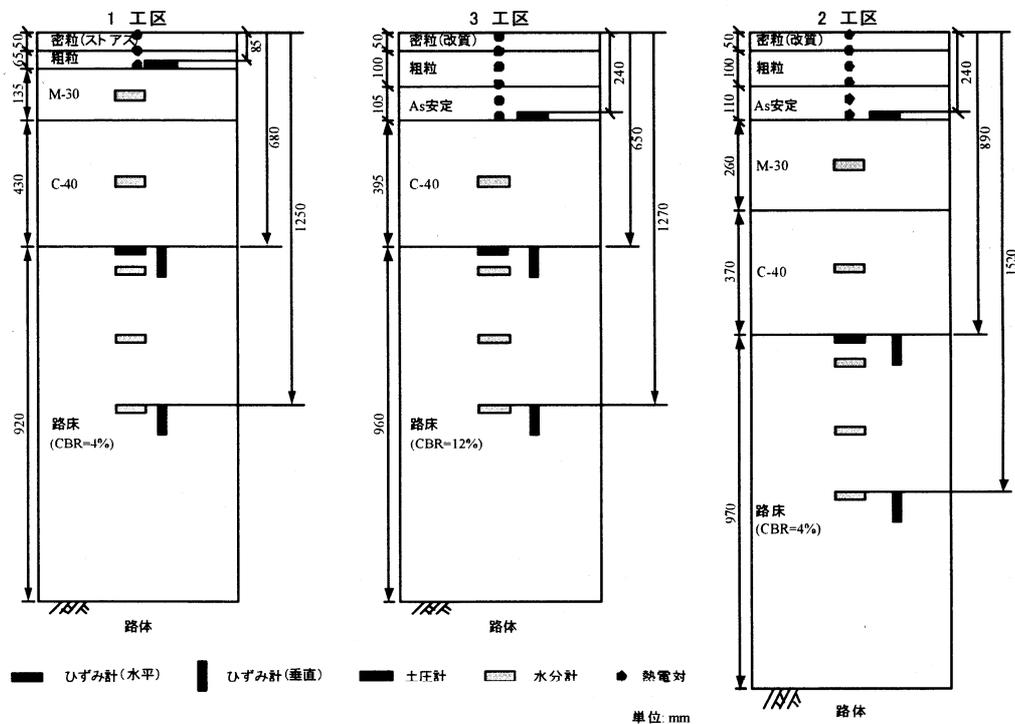


図-1 試験舗装の断面と計器埋設位置

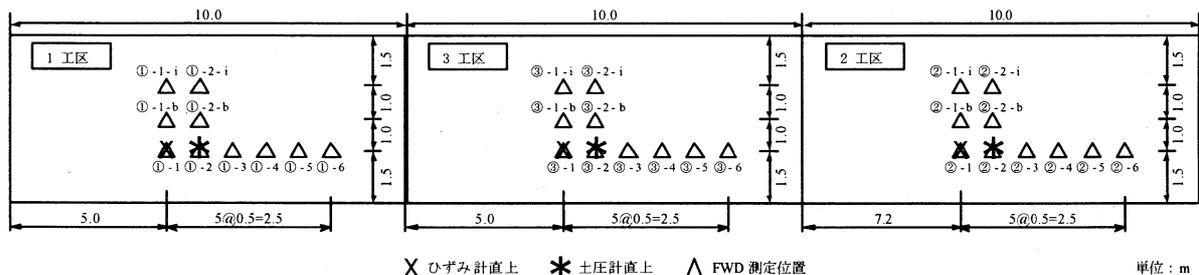


図-2 FWD測定位置平面図

### 3. 実舗装でのFWD試験

#### (1) 試験舗装の概要

土木研究所の舗装走行試験場内に図-1に示すような3種類の断面を持つ試験舗装が構築されている。平面形状は、いずれの断面も幅5m、長さ10mである。ひずみ計、土圧計については、荷重車走行に伴う経時変化が測定できるように外側わだち部の直下に埋設し、水分計については中央側へ、熱電対については路肩側へ荷重車の走行による影響を避けるように設置されている。

#### (2) FWD試験と計測

FWD試験による測定は、図-2に示す平面位置において実施した。連続して測定した場合、2回目以降のデータにはほとんどバラツキがないことから、測定回数は2回とし、解析にあたっては1回目の測定データは廃棄し、2回目だけのデータを用いることとした。一例として3工区のひずみ計直上で動的载荷により得られたFWD時系列データを図-3に示す。ひずみ計と土圧計の計測は、FWDによる49kN载荷時のデータとした。载荷は荷重車走行の供用前に行ったもので、オフセット载荷での挙動も把握するために、計器埋設位置の直上から延長方向に2m離れた地点まで50cm間隔で測定している。

### 4. 実舗装データへの適用

これまでに述べた舗装の動的応答を解析する方法を整理すると、図-4のようになる。ただし、本研究では舗装の動的応答の解析に関するものだけをとりまとめている。

#### (1) 解析対象舗装断面

解析の対象となる舗装は、図-1に示すような3断面で構成され、各層の厚さは図-1に示すとおりである。解析対象の舗装は軸対称モデルとし、境界の影響を排除するために、深さ10m、半径5mとして、節点数7701、要素数2500の8節点四辺形のアイソパラメトリック要素で離散化した。全自由度は15000となる。境界条件は、両側面をローラー支承、底面を完全固定とした。

载荷荷重については、FWD実験で得られた荷重時系列データを外力とし、载荷板半径15cmの円形等分布荷重として舗装表面に作用するものとした。

#### (2) 動的逆解析

動的逆解析に使用したFWDデータは図-3に示すように、各工区のデータのうちひずみ計直上に関するものを用いた。表-1にアスファルト混合物、粒状路盤、路床と

路体の弾性係数初期値を示す。各層の減衰係数の初期値は弾性係数の0.5%としている。

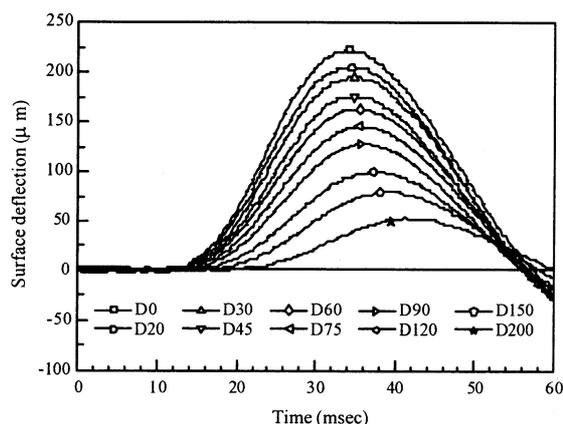


図-3 FWD時系列データ (3工区)

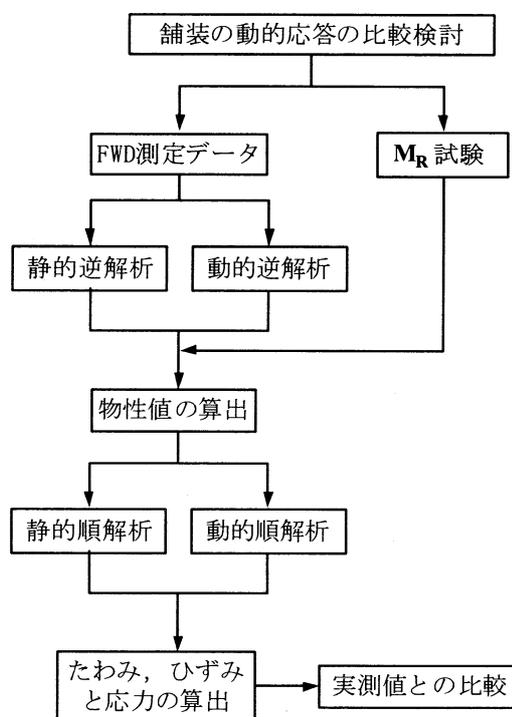


図-4 実験データの収集と解析フロー

今回使用したPCで12パラメータを同時に求めると、順解析→感度解析→逆解析の1回の繰返し計算を行う時間は75秒程度で、非常に計算効率が上がっている。さらに、未知材料数の設定は実舗装の層数に合わせる事ができる。

FWD試験データを用いた逆解析から得られた舗装各層の弾性係数と減衰係数を表-2に示す。表-2より、1工区の各層の材料物性値は2工区、3工区より小さくなる傾向が見られる。粒状路盤、路床と路体の値は若干異なる結果であるが、いずれの材料もほぼ同等と考えられるレベルの結果が得られている。アスファルト混合物の弾性

係数は各層ともに 2 工区より 3 工区の方が大きくなる傾向が見られる。

表-1 動的逆解析の初期値

混合物の種類	弾性係数 (MPa)	減衰係数 (MPas)	ポアソン比
密粒 (改質)	6000	30	0.35
密粒 (ストア)	6000	30	0.35
粗粒	6000	30	0.35
As 安定	4000	20	0.35
M-30	300	1.5	0.40
C-40	200	1.0	0.40
路床 (CBR=4)	40	0.2	0.40
路床 (CBR=12)	120	0.6	0.40
路体 (関東ローム)	14	0.07	0.40

表-2 動的逆解析で求めた舗装構成層の物性値

混合物の種類	工区		
	1	2	3
密粒 (ストア)	3679 24.22	--	--
密粒 (改質)	--	5501 29.6	6204 32.9
粗粒	3111 28.32	5125 35.4	5672 40.1
As 安定	--	5588 45.4	7418 57.0
M-30	188 1.3	316 1.62	--
C-40	56 0.33	87 0.36	76 0.36
路床 (CBR=4)	87 0.43	146 0.52	--
路床 (CBR=12)	--	--	154 0.56
路体 (関東ローム)	23 0.11	36 0.14	42 0.16

上段：弾性係数 (MPa)  
下段：減衰係数 (MPas)

### (3) 解析値と実測値との比較 (3 工区)

動的逆解析結果の妥当性を検証するため、FWD 試験時における舗装表面たわみと内部の応答について、表-2 に示す逆解析で求めた 3 工区の各層の弾性係数と減衰係数を用い、FWD 試験で収集した荷重時系列データを外力として、FEM 解析を行った。解析で得られた舗装内部の応答のピーク値をまとめたものを表-3 に示す。

これによると、動的な解析値は静的解析値より実測値とよく一致しており、動的な解析結果と実測値と比較すると、いずれも絶対誤差が 10%以内である。

#### a) 表面たわみの比較

舗装表面たわみについて、FWD 荷重試験による実測値と解析値の関係を図-5 に示す。D<sub>60</sub>においてピーク値付近での差異がやや大きくなっているものの、解析値と実測

値の時間的な推移はよく一致している。

表-3 実測値と解析値との比較 (3 工区)

測定位置	深さ (cm)	実測	解析	
			動的	静的
アスコン下面ひずみ(μ)	24	55	57	69
路床上面ひずみ(μ)	65	-83	-75	-96
路床内部ひずみ(μ)	127	-42	-46	-41
路床上面土圧 (kPa)	65	10	9	10

#### b) アスコン下面の引張りひずみの比較

アスファルト混合物層下面の水平方向の引張りひずみについて、FWD 荷重試験による実測値と解析値の関係を図-6(a) に示す。解析ひずみと実測ひずみのピーク値に到達する時間がほぼ同じであり、両者の曲線は、よく一致している。また、実測引張りひずみが解析したものよりやや小さくなっている傾向が見られる。これは、荷重位置の微妙なずれ等が影響しているためと考えられる。

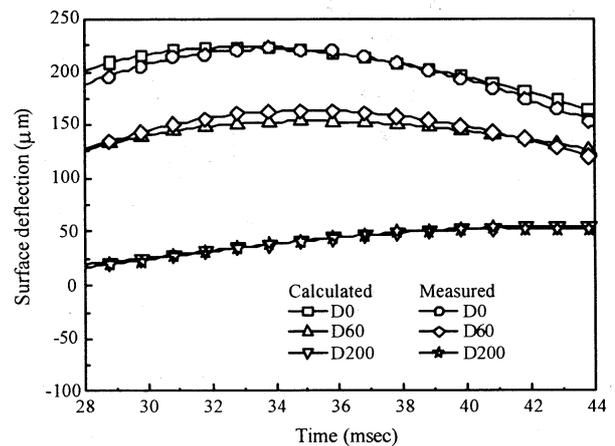
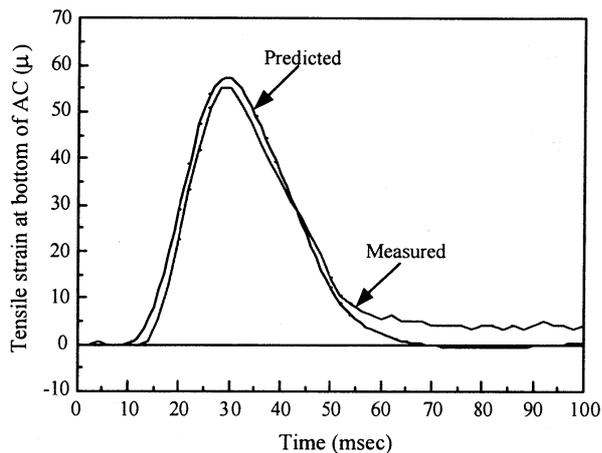


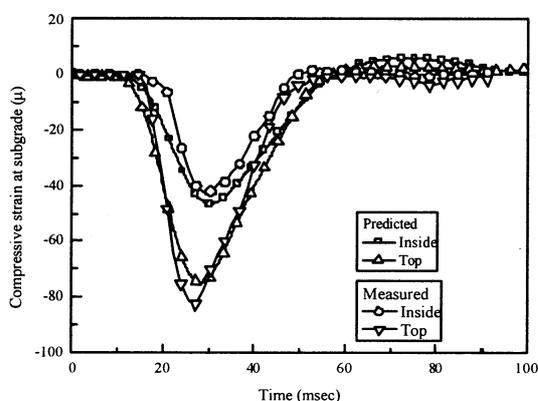
図-5 解析表面たわみと FWD たわみとの比較

#### c) 路床上面と内部の圧縮ひずみの比較

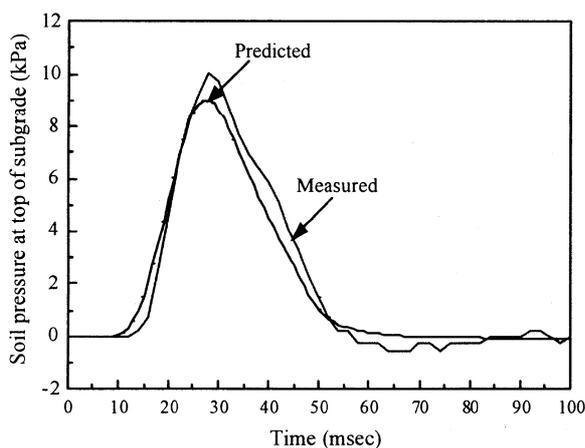
路床上面と内部の圧縮ひずみについて、FWD 荷重試験による実測値と解析値の関係を図-6(b) に示す。路床上面の解析ひずみと実測ひずみのピーク値に到達する時間がほぼ同じであり、両者の曲線は、ほぼ一致している。この傾向は路床内部のひずみにおいても同様である。さらに、路床の深さが増加すると、路床内部のひずみがピーク値に到達する時間が遅くなる傾向が見られる。路床上面の実測圧縮ひずみが解析したものより大きくなる傾向も見られる。路床の深さが増加するとともに、解析ひずみと実測ひずみとの偏差が小さくなっているが、これは、荷重点から離れるにつれ、全体のひずみが小さくなり、舗装表面のたわみに対する路床の影響が増すことで、見掛け上の弾性係数が大きくなる傾向にあるためと考えられる。



(a) アスコン下面の引張ひずみ



(b) 路床上面と内部の圧縮ひずみ



(c) 路床上面の圧縮応力

図-6 解析舗装内部の応答と実測応答との比較

d) 路床上面の圧縮応力の比較

路床上面の圧縮応力について、FWD 載荷試験による実測値と解析値の関係を図-6(c)に示す。圧縮ひずみと同様に、路床上面の解析応力と実測応力のピーク値に到達する時間がほぼ同じであり、両者の曲線は、ほぼ一致して

いる。また、路床上面の実測圧縮応力が解析したものより大きくなる傾向も見られる。

5. まとめ

本研究では、理論的設計法の高度化を目指して、舗装内部の動的応答に着目した実測値と解析値との比較について検討した。その結果、時系列データの応答波形およびピーク値はよく一致しており、動的解析結果は静的解析結果よりも解の精度が高いことを確認した。すなわち、従来の動的解析から得られる層境界上節点におけるひずみや応力は平均化されたものであったが、本研究では境界面の局所パッチ法を用いてこの問題をクリアし、実務に携わるユーザにとっても有用なプログラムを開発できたと考える。

本研究で得られた主な知見をまとめると次のとおりである。

- (a) 動的解析と感度解析の解を求める際の荷重に依存する Ritz ベクトルは、開発したプログラムで自動的に決定できる。
- (b) 実舗装でも理論的解析で得られた結果とほぼ同等の応答が生じていることが確認できた。
- (c) 解析結果と実測値を比較すると、静的よりも動的の方が逆解析結果は良好だと考えられる。
- (d) 順解析結果については、時系列データの応答波形およびピーク値はよく一致している。
- (e) 路床上面と内部の解析圧縮ひずみは実測ひずみと同様に、路床の深さが増加するとともに、小さくなる傾向が見られた。

参考文献

- 1) (社)日本道路協会：舗装の構造に関する技術基準，2001。
- 2) Brown, S. F.: State-of-the-art report on field instrumentation for pavement experiments, Transportation Research Record, No.640, pp.13-28, 1977.
- 3) Selig, E. T.: Soil stress gauge calibration, Geotechnical Testing Journal, Vol.3, pp.153-158, 1980.
- 4) Tabatabaee, N. and Sebaaly, P.: State-of-the-art: Pavement instrumentation, Transportation Research Record, No.1260, pp.246-255, 1990.
- 5) Tabatabaee, N., Al-Qadi, I. L. and Sebaaly, P.: Field evaluation of Pavement instrumentation methods, Journal of Testing and Evaluation, Vol.20, pp.144-151, 1992.
- 6) Selig, E. T., Zhang, J. and Eberoshn, W.: Evaluation of dynamic earth pressure cells for subgrade, Transportation Research Record, No.1596, pp.1-6, 1997.
- 7) TRB Committee A2B05, <http://www.clp.cornell.edu/A2B05/>.
- 8) 岳本秀人, 久保裕一, 安部隆二: FWD 及び走行車両による

- 舗装体ひずみの計測と解析, 土木学会舗装工学論文集 第9巻, pp.185-192, 2004.
- 9) 松井邦人, 黒林功, 西山大三: FWD 試験による弾性係数推定の精度向上に関する検討, 土木学会舗装工学論文集 第3巻, pp.39-47, 1998.
- 10) 東滋夫, 金井利浩, 岡部俊幸, 林信也, 松井邦人: FWD による時系列データの舗装構造評価への適用, 土木学会舗装工学論文集 第3巻, pp.31-38, 1998.
- 11) Appea, A., Flintsch, G. W. and AlQadi, I. L.: Backcalculation validation through field instrumentation, Pavement Evaluation, A joint conference of the FWD and road profiler's groups, Roanoke, VA, USA, 2002.
- 12) Goncalves, F. P., Ceratti, J. A. P. and Bica, A. V. D.: The use of embedded stress cells for monitoring pavement performance, Geotechnical Testing Journal, Vol.26, pp.363-372, 2003.
- 13) Zhu, J. Z. and Zienkiewicz, O. C.: Superconvergence recovery technique and a posteriori error estimators, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 30, pp. 1321-1339, 1990.
- 14) Zienkiewicz, O. C. And Zhu, J. Z.: The Superconvergence patch recovery and adaptive finite element refinement, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 101, pp. 207-224, 1992.
- 15) Press, W. H, Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P.: Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing, 2<sup>nd</sup> edn., Cambridge University Press, London, 1992.
- 16) 董勤喜, 松井邦人, 八谷好高, 坪川将丈: 動的荷重を受ける多層弾性構造の効率的有限要素解析と感度解析, 土木学会論文集, No.731/I-63, pp.247-255, 2003.

## COMPARATIVE STUDY OF MEASUREMENT WITH PREDICTION ON DYNAMIC RESPONSE OF PAVEMENT

Qinxi DONG, Toshihiro KANAI, Yasufumi SAKAMOTO and Kenji HIMENO

The pavement design using analytically or mechanistic-empirical based methodologies is now replacing the empirical one. To make the analytically based design advance, comparative study of measurement with prediction on dynamic response of pavement has been done. To effectively backcalculate the material properties of pavement, the Ritz vector is introduced, and the requisite number of Ritz vector needed in the forward and sensitivity analyses is adaptively determined in the developed program. The material properties of constructed layers for pavement can be backcalculated from the FWD test data. Moreover, the predicted surface deflections, soil pressure, and strains are in good agreement with the measured ones for the prepared pavements. It is confirmed that the developed FEM program has adaptability to the tested pavements.