繰返し荷重を受ける粒状材料の 累積損傷度理論による塑性変形解析

関根悦夫¹·石川達也²

 ¹正会員 博(工)(財)鉄道総合技術研究所 軌道技術研究部 軌道・路盤研究室 (〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)
 ²正会員 博(工) 北海道大学大学院助教授 工学研究科(〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8)

バラスト軌道は,列車走行による繰返し荷重を受け,粒状材料である道床バラストに塑性変形を生じる. 鉄道線路の効率的な維持管理を行うためには,繰返し作用する列車荷重下における道床バラスト部分の変 形特性を解明する必要がある.そこで,本研究では,道床バラストの材料特性を考慮したバラスト軌道の 変形挙動解析法について検討した.その結果,道床バラストの累積ひずみ特性を考慮した FEM 解析による 道床部の繰返し塑性変形量の簡易推定方法を提案した.また,模型試験結果との比較検討から,提案した 推定法の妥当性を検証し,累積損傷度理論を応用した場合,簡易な線形弾性解析でも道床の弾塑性挙動を ある程度推定できることを示した.

Key Words : *FEM*, *cumulative damage*, *plastic deformation*, *cyclic loading*, *granular materials*, *ballasted track*

1. はじめに

我が国の鉄道線路において,在来線の約90%を占める バラスト軌道(図-1)は,繰返し作用する列車荷重によ り,粒状材料である道床バラストに塑性変形が生じ,列 車の走行安全性や乗り心地等に影響を与えるため,軌道 の変形量を定期的に測定し,基準値を超過した場合には 補修作業を行っている.このため,効率的な軌道の維持 管理を行うには,繰返し作用する列車荷重下の道床バラ スト部分の変形特性を解明する必要がある.

これまで、バラスト軌道の変形挙動解明の一環として、 軌道や路盤を対象とした変形特性検討のための模型載荷 試験が実施されたり^{1),2),3),4},構造解析手法が提案され てきた^{5),6)}.構造解析手法については、その多くは道床バ ラストをマクロな構造体として扱うバネーダッシュポッ ドー質点系モデルであり、粘弾性論を骨子としている. そのため、道床バラストの繰返し載荷に伴う塑性変位量 は道床バラストへの作用圧力と道床バラストに生じる振 動加速度に比例するという実験式で表現され、解析モデ ルは塑性学的な理論展開をせずに構築されている.しか し、道床バラストは弾塑性的挙動を示す均等粒径の粒状 材料であり、その材料特性を充分考慮していない実験式 の一般性はなく、道床の繰返し塑性変形機構の解明には いたっていない.

また、舗装に用いられている粒状路盤材料についても

塑性変形に関する解析的検討は行われており^{7,8},修正 Cam-Clayモデルに基づいた変形解析によりコンクリート 舗装における粒状路盤の塑性変形の追跡や粒状路盤材料 の三軸圧縮試験の弾塑性解析を行い,静的載荷条件での 適用性を確認しているものの,繰返し荷重による塑性変 形の進行に対しては今後の課題としている.

本研究では、このような状況を踏まえ、粒状材料であ る道床バラストの材料特性を考慮し、比較的簡易な軌道 構造解析手法を構築するため、後述する累積損傷度理論 を用い、道床バラストの累積ひずみ特性を考慮した FEM 解析によって道床バラストの塑性変形量の合理的な算出 方法を提案する.



図-1 バラスト軌道の縦断面



図-4 (ε_a)max~ N_c 関係の近似曲線

2. 累積損傷度理論を応用した FEM による累積変 形解析

(1) 道床バラストの累積ひずみ特性

繰返し荷重を受ける盛土は、繰返し荷重強度と累積されるせん断ひずみに依存してせん断剛性が低下し、永久 変形が進行する.繰返し荷重強度と累積されるせん断ひ ずみの関係は、盛土内部の初期せん断応力比に影響され る。そこで、平野等⁹が砂質土盛土材料の繰返し三軸圧縮 試験を実施し、堀井等¹⁰が初期せん断応力_な、繰返し応力 (動的せん断応力_な)、繰返し載荷回数 N₆をパラメーター

とした累積ひずみ特性を式(1)のように定式化している. 各応力の定義を図-2に示す.

$$\left(\varepsilon_{a}\right)_{\max} = \left\{\frac{SR_{a}}{a!(a2-a3\cdot SR^{a4})\cdot N_{c}^{a5}}\right\}^{a6N_{c}^{a4}}$$
(1)

ここに、 $SR_s: 初期せん断応力比$ $SR_s = \tau_s / \sigma_m = \sigma_s / (2\sigma_m)$ $SR_d: 動的せん断応力比$ $SR_d = a / \sigma_m = \sigma_d / (2\sigma_m)$ $\sigma_s: 初期軸差応力$ $\sigma_d: 繰返し応力振幅$ $\sigma_m: 平均主応力$ $(\epsilon_a)_{max}: 累積軸ひずみ$ $a1 \sim a7: 係数$

ここでは、道床バラストの累積ひずみ特性が、砂質土 盛土材料の累積ひずみ特性と同様に式(1)のように表すこ とができると仮定し、道床バラストの1/5相似粒度の粒状 材料に対する繰返し三軸圧縮試験結果をもとに式(1)のal $\sim a7$ の係数を同定し、SR_s, SR_d, N_cと累積軸ひずみ(ε_a)_{max} の関係を求めることとした. 図-3 は、繰返し三軸圧縮試 験(供試体初期乾燥密度 1.39g/cm³, 有効拘束 E_{σ_c} '= 29.4kPa(等方応力状態),軸差応力振幅 q_a =100kPa(q_{max} =110kPa, q_{min}=10kPa),載荷周期 f=0.25Hz)¹⁰⁾から得ら れた軸ひずみEaと繰返し載荷回数 Ncの関係を示したもの である. 図中のEmax は繰返し載荷中に最大軸差応力 gmax を負荷した状態を、Emin は最小軸差応力 gmin を負荷した状 態の軸ひずみをそれぞれ示している. また, 軸ひずみ Ea は、初期状態(図-2に示すA点の状態)の軸ひずみを基 準にした測定結果である. 図-3 は、繰返し載荷に伴い軸 ひずみは増加する傾向にあるものの、繰返し載荷初期に は残留軸ひずみの増加が大きく、塑性の卓越する弾塑性 状態を示すが、繰返し載荷回数の増加とともに残留軸ひ ずみの増加量が減少し、弾性化へ進行することを示して いる. この軸ひずみ & ~ 繰返し載荷回数 N. 関係を式(1)で 近似した結果を図-3中に実線で示す。同図から、近似は 試験データに対してほぼ妥当なものとなっており、式(1) が道床バラストのような粒状材料の累積ひずみ特性に対 しても有効であることがわかる.また、式(1)に基づく道 床バラストの累積ひずみ特性の一例として、(ε_a)max $\sim N_c$



図-5 累積変形解析の手順

関係を SR_dならびに SR_d別に求めた結果を図-4 に示す. 同図から,道床バラストの累積ひずみ特性に関して次の ことがわかる.

- ・初期せん断応力比 SR_s と動的せん断応力比 SR_d が一定の 場合,累積軸ひずみ(ϵ_a)max は繰返し載荷回数 Ncの増加 とともに増加する.
- ・初期せん断応力比 SR_s と繰返し載荷回数 N_c が一定の場合,累積軸ひずみ(ϵ_a)max は動的せん断応力比 SR_d の増加 とともに増加する.
- ・動的せん断応力比 SR_d と繰返し載荷回数 N_c が一定の場合,累積軸ひずみ(ϵ_a)max は初期せん断応力比 SR_s の増加 とともに増加する.

本来であれば、同試料に対して系統立てた繰返し三軸 圧縮試験を行い、種々の試験条件の試験結果に対し図-4 の妥当性を検証すべきであるが、以下では、式(1)が他の 応力状態についても適用できると仮定して検討すること とした.

(2) 累積損傷度理論に基づく FEM 解析

本研究では、地盤材料の累積ひずみ特性を考慮し、地

盤材料のせん断剛性を低下させて、繰返し荷重載荷時の 地盤構造物の弾塑性変形を推測する理論を、「累積損傷 度理論」と称し、累積損傷度理論を取り入れた FEM 解析 による繰返し荷重載荷時の粒状材料の弾塑性変形量の推 定方法を提案する.

FEM 解析モデルにおける道床バラストの変形係数の設 定や繰返し荷重載荷時の道床バラストの弾塑性変形量の 推定方法の概略を図-5 に示す。ただし、計算過程では、 道床バラスト以外の部材は繰返し載荷により損傷しない と考え、道床バラスト以外の材料定数は変更しないで FEM 解析を行うものとする.

累積損傷度理論による解析手順を以下に示す.

- ①道床バラスト各要素に損傷していない状態の変形係数 **D**を設定し、自重による初期安定解析 (FEM の静的線 形弾性解)を行い、道床の応力分布 (as)と自重変位 *u*_iを算出する (**図**-5 の処理手順 1). なお、損傷してい ない状態の道床バラストの変形係数は、道床バラスト の静的三軸圧縮試験における単調載荷過程でのせん断 開始後 *ε*_a=0.001%程度の微小ひずみ領域で定義される 初期接線変形係数を採用する.
- ②損傷していない状態の変形係数(=E₀)を用いて自重 と載荷荷重による初期応力解析(FEMの静的線形弾性 解析)を行い,道床バラストの応力分布(α+σa)と初 期変位 u₀を算出する(図-5の処理手順2).
- ③上述の応力分布に基づき,道床各要素の σ, σ, σ, σ を 求めて式(1)に代入し, N_c=1 とおいて繰返し載荷1回 目の累積軸ひずみ(ε_a)max を算出する。その後,道床バラ ストの要素ごとに繰返し載荷による損傷後の変形係数 (軟化変形係数) E₁(n)を式(2)により算出する(図-5の 処理手順3).なお, n は収束計算回数のことである.

$$E_1(n) = (\sigma_s + \sigma_d) / (\varepsilon_a)_{\max} \qquad (2)$$

- ④軟化変形係数 E₁(n)を用いて自重と載荷荷重による繰返し応力解析を行い、収束計算 n 回目の道床の応力分布と弾塑性変位 u₁を算出する.その後、再度累積損傷度理論を用いて累積軸ひずみ(E_a)max と軟化変形係数E₁(n+1)を算出し、解析前後の軟化変形係数を比較して両者が一致しない場合には、③~④の計算過程を収束するまで繰り返す(図-5の処理手順4).
- ⑤軟化変形係数 *E*₁(n)が収束した場合には、各要素はその 応力状態における当該材料の累積ひずみ特性を満足す ると考え、収束した軟化変形係数 *E*₁(n)を用いた自重と 載荷荷重による累積変形解析を行い、自重と載荷荷重 による累積変位 *u*_aを算出する。なお、載荷による最終 的な弾塑性変位 *u*_pは、累積変位 *u*_aから自重変位 *u*_iを差 し引いて算出する(図-5の処理手順 5).
- ⑥繰返し載荷を行う場合には、繰返し載荷回数 N 回目で は式(1)において N_c=N として、①~⑤の計算過程を繰



り返す.

なお、累積損傷度理論の適用の過程で、初期軸差応力 os, 繰返し応力振幅od, 平均主応力omの決定方法を検討 しなければならない.累積損傷度理論では、*os*、*od*、*om* が決まれば式(1)に基づき累積軸ひずみ(Ea)maxを算定し,軟 化変形係数 E_l(n)を求めることができる.しかし、三軸圧 縮試験のように軸圧が載荷されても拘束圧が一定に保た れる制御された応力状態と異なり、一般に地盤内の応力 状態はある方向から荷重が載荷されれば、その方向の応 力状態が変化するだけでなく、それと直交する他の2方 向の応力状態も変化する. この傾向は FEM 解析において も同様である.従って、地盤中の自重のみが載荷された 場合の応力状態と自重と載荷荷重が載荷された場合の応 力状態で、三軸圧縮試験の等方圧密状態の応力状態と軸 差応力載荷時の応力状態を近似することが必要になる. ここでは、各載荷状態の軸差応力の差の半分が繰返し応 力振幅σαに等しいと仮定し、式(3)による方法によって近 似した. os, on, om, ocと載荷状態の最大・最小主応力 の, のとの関係を図-6に示す.

$$\sigma_{s} = \left\{ \sigma_{1}^{SP} - \sigma_{3}^{SP} - \left(\sigma_{1}^{S} - \sigma_{3}^{S}\right) \right\} / 2$$

$$\sigma_{d} = \sigma_{s}$$

$$\sigma_{c} = \left(\sigma_{1}^{S} + \sigma_{3}^{S}\right) / 2$$

$$\sigma_{m} = \sigma_{c} + \sigma_{s} / 2$$
(3)



図-7 模型試験の概略



図-8 定点繰返し載荷試験結果

ここに、の^{sp}:自重と載荷荷重負荷時の最大主応力 の^{sp}:自重と荷重負荷時の最小主応力 の^s:自重負荷時の最大主応力 の^s:自重負荷時の最大主応力

(3) 解析モデル

累積損傷度理論に基づく FEM 解析の妥当性を検討す るため、1/5 縮尺模型の繰返し載荷(図-7、8 参照)^のを模 擬するこことした.なお、通常の列車の繰返し荷重は車 輪走行での移動荷重による繰返し載荷であるが、ここで は、載荷ロッドによる定点での繰返し載荷を対象とした. 解析モデルの概略、解析メッシュを図-9、10 に示す.模 型試験はバラスト軌道の繰返し一点載荷試験を平面ひず み状態で行ったものであり、解析モデルも 2 次元平面ひ ずみ状態とし、模型まくらぎ中心線を対称軸とした 1/2 対称モデルである.なお、道床バラストがまくらぎなら びに路盤と不連続であることを考慮して、まくらぎと 道床バラストおよび路盤と道床バラストの境界には、剛 性が低く薄い要素(以下、「境界要素」という)をそれぞ れ挿入した.

FEM の静的線形弾性解析で用いる解析パラメーターを 表-1 に示す。このうち、まくらぎおよび路盤の材料定数 (密度、変形係数、ポアソン比)は、模型試験と同じコ



等設計標準¹¹⁾等で用いられている一般的な値を採用した. 一方,道床バラストの密度とポアソン比,および初期安 定解析・初期応力解析時の変形係数(初期変形係数)は, 模型試験の試験条件と模型試験の道床バラスト応力状態 を想定した繰返し三軸圧縮試験結果¹⁰⁾をもとに設定した. また,境界要素の変形係数とポアソン比は,模型試験で 得られた繰返し載荷1回目の弾性鉛直変位量(図-11参 照)およびまくらぎ直下近傍の路盤圧力分布がFEM解析 結果と模型試験結果とでほぼ一致するように設定した. 荷重条件は,模型試験との整合性をとるため,模型試験

3. 解析結果

荷した.

累積損傷度理論を応用した FEM 解析を用いて, 繰返し 荷重載荷時の道床バラストの繰返し塑性変形量を推定し た結果を以下に示す.ここでは, 繰返し応力解析の計算 過程で得られた軟化変形係数の分布と収束傾向, 収束後 の永久変形解析より得られたまくらぎ上面(図-9 中に示 す A 点)での弾塑性鉛直変位量 u, の繰返し載荷に伴う推



移をもとに、累積損傷度理論を応用した FEM 解析の適用 性について検討する.

(1) 繰返し載荷1回目

繰返し載荷回数 $N_c=1$ に対して行った解析結果のうち, 道床バラストの軟化変形係数 $E_1(n)$ の分布状況を図-12((a) ~(d)はそれぞれ収束計算 1, 2, 8, 9回目の解析結果) に 示す.同図では,色の濃い部分ほど載荷によって損傷し, 変形係数が初期値より減少した要素を表している.

鉛直荷重の載荷による要素の損傷は、収束計算1回目 ではまくらぎ直下からまくらぎ端部下45°方向範囲内で、 激しく、収束計算2回目ではさらに道床バラスト表面に 広がる傾向を示している.しかし、後述する収束の判定 により収束したと判断される収束計算9回目ではまくら ぎ直下とまくらぎ端部周辺域で損傷は激しいものの、道 床バラスト表層・下層で100mm、中層で140mm以上離 れた要素では鉛直荷重を載荷しても損傷しないことがわ かる.また、各深さとも要素の損傷は載荷点直下から外 周部に向けて比較的緩やかに伝搬していること、載荷点 からの水平距離が等しい場合にはまくらぎ下面に近いほ ど損傷度が大きくなることがそれぞれわかる.

図-13 は、式(4)で定義される「平均損傷度」が収束計 算回数に応じて推移する様子を示したものである.



 $(E/E_0)_{ave} = \frac{100}{m} \sum_{k=1}^{m} E_{N,k}(n)/E_0$ (4)

ここに, (E/E₀)ave: 平均損傷度

m: 道床部の全要素数

E_{Nk}(n):繰返し載荷回数N回目・収束計算n回目の道床要素kの軟化変形係数

収束の判定は,式(4)に示す「平均損傷度」について,n 回目の値がn-1回目の値と比較して,その変化率が±5%以 下となった場合に収束したものと判定した.なお,充分 収束せずに,ある値を中心とした振動状態にある場合に は,振動の中心値を収束後の「平均損傷度」とした.

また, 図-14 は収束計算の進行に伴うまくらぎ上面での 弾塑性変位量の推移をそれぞれ示したものである. 図-13 から道床部の平均損傷度が, 図-14 から弾塑性変位量 u_p



がそれぞれ収束計算 9 回目でほぼ収束していることがわ かる.また,収束計算 9 回目の u_pは試験結果 0.58mm に 対して 0.40mm であり,妥当な解析結果を得ることがで きた.

(2) 繰返し載荷 2 回目

繰返し載荷2回目以降の解析を行う場合,道床バラス トを損傷していない状態(載荷荷重載荷前の状態)に再 度設定して繰返し載荷回数N回目の計算過程を実行する 方法と,N-1回の計算で収束した軟化変形係数の分布を 初期状態として引き続き繰返し載荷N回目の計算過程を 実行する方法が考えられるが,ここでは,実際の繰返し 載荷を受ける道床バラストの損傷過程を考慮し,後者の 方法を適用することとした.なお,収束計算そのものは, 繰返し載荷1回目と同様に9回まで行った.

繰返し載荷2回目に対して行った解析結果を図-15~図 17 に示す.図-15 から,鉛直荷重の載荷による道床部要素の損傷は図-12 とほぼ同じ傾向にあることが確認できる.さらに、図-16、図-17 から,道床部の平均損傷度, 弾塑性変位量 upともに、収束計算6回目でほぼ収束しており、繰返し載荷1回目より収束計算回数が少ない段階でほとんど収束していることがわかる.これは、繰返し載荷回数1回目の計算で収束した軟化変形係数の分布を初期状態として引き続き解析を行ったことが理由である



と考えられる.また,道床部の損傷状態がほぼ収束した 収束計算 6 回目の平均損傷度は 45%,同じく弾塑性変位 量 u_p は 0.47mm あった.なお,繰返し載荷回数 2 回目の 試験結果の弾塑性変位量 u_p は, 0.62mm であった.

(3) 繰返し載荷に伴う弾塑性変形の推移

これまでの解析結果をもとに、繰返し荷重載荷時の道 床バラストの繰返し塑性変形量を推定し、累積損傷度理 論を応用した FEM 解析の適用性について検討する.図 -18 は、解析結果のまくらぎ上面での弾塑性変位量 up と 繰返し載荷回数 Ncの関係を試験結果と比較したものであ る.同図から、解析結果のまくらぎ上面での弾塑性変位 量 up は、その大きさもまた繰返し載荷に伴う増加傾向も ほぼ等しいことがわかる.従って、累積損傷度理論を応 用した FEM の永久変形解析を用いた場合、簡易な線形弾 性解析でも模型道床バラストの弾塑性挙動をある程度推 定できると考えられる.また、このような解析結果が得 られたことは、模型試験における道床部の損傷傾向を道 床バラストの室内要素試験結果を通して推定する手法の 妥当性を示すものであると考えられる.

なお、本研究では、主応力方向が繰返し載荷中に変化 しない拘束圧一定・応力振幅一定の片振り繰返し三軸圧 縮試験結果及び 1/5 模型による定点での繰返し載荷試験 結果を用いて累積損傷度理論による FEM 解析を実施し、 累積損傷度理論による FEM 解析の有効性を証明するこ とができたが、実際の載荷形態は主応力方向が繰返し載 荷中に変化する車輪走行による移動載荷であり、道床バ ラストの弾塑性変位量は定点載荷と移動載荷とでは必ず しも一致しないため、繰返し移動荷重作用時の粒状構造 物が受ける応力状態あるいは応力履歴を模擬した要素試 験方法の確立が今後の課題となる.

5. まとめ

本研究では、道床バラストの材料特性を考慮したバラ スト軌道の変形挙動解析法について検討した.その結果、 道床バラストの累積ひずみ特性を考慮した FEM 解析に よる道床バラストの繰返し塑性変形量の簡易推定方法を 提案することができた.また,模型試験結果との比較検 討から,提案した推定方法の妥当性を検証し,累積損傷 度理論を応用した場合,簡易な線形弾性解析でも道床バ ラストの弾塑性挙動をある程度推定できることを示した.

しかし,実務レベルに提案した解析手法を適用するためには,現象のモデル化の方法や要素試験の方法等検討 すべき課題がある.今後,提案した解析手法の適用性や 精度の向上を図るため,実測値を用いたケーススタディ を積み重ね本研究の深度化を図りたい.

謝辞:本研究において,三軸圧縮試験および結果の整理 について,室蘭工業大学工学部 木幡行宏助教授に多大 なご協力を頂いた.ここに,深甚なる感謝の意を表する.

参考文献

- 石川達也,名村明:実物大試験による道床バラスト部繰返し変形特性の検討,土木学会論文集,No.512/IV-27, pp47-59, 1995.
- 2) 関根悦夫,木幡行宏,蒋関魯,矢崎澄雄,長戸博:道床バ ラストの強度・変形特性,鉄道総研報告, Vol.14, No4, pp.13-18, 2000.
- 3) 尾高達男,佐藤吉彦:軌道破壊理論(Ⅲ)の提案と車両条 件の影響の検討,土木学会第40回年次学術講演概要集,Ⅳ

-37, pp.73-74, 1985.

- 三浦重:軌道構造の動特性モデルの構築,鉄道総研報告, Vol.9, No12, pp.7-12, 1995.
- 5) 関根悦夫,石川達也,竹内康,清水裕太:移動荷重方式に よるバラスト軌道の模型載荷試験,土木学会第57回年次学 術講演概要集, V-461, pp.921-922, 2002.
- (5) 関根悦夫,石川達也,木幡行宏:道床バラストの繰返し塑 性変形に及ぼす移動荷重の影響,鉄道総研報告, Vol.18, No.3, pp.17-22, 2004.
- 西澤辰男,竹内康,小梁川雅:コンクリート舗装の粒状路 盤における塑性変形の解析法,土木学会舗装工学論文集, Vol.7, pp.17-1-17-7, 2002.
- 竹内康:舗装用材料の弾塑性解析モデルに関する基礎的研究,土木学会舗装工学論文集, Vol.7, pp.24-1-24-9, 2002.
- 9) 平野圭一,蒋関魯,館山勝,筑摩栄,龍岡文夫:砂質盛土 材の変形特性・累積ひずみ特性,土木学会第52回年次学 術講演会,Ⅲ-73, pp.146-147, 1997.
- 10) 木幡行宏,三浦宏介:単粒度砕石の強度・変形特性に及ぼ す密度および粒度分布の影響,平成15年度土木学会北海道 支部論文報告集,第60号, pp.494-497, 2004.
- 鉄道総合技術研究所編:鉄道構造物等設計標準・同解説「軌 道構造[有道床軌道](案)」,鉄道総合技術研究所,1997.

PLASTIC DEFORMATION ANALYSIS OF COARSE GRANULAR MATERIAL UNDER CYCLIC LOADING BY CUMULATIVE DAMAGE MODEL

Etsuo SEKINE and Tatsuya ISHIKAWA

This paper presents a simple method to estimate cyclic plastic deformation of ballasted track subjected to repeated train passages in terms of the strength and deformation characteristics of coarse granular materials. A new analytical procedure with linear elastic FEM analysis considering the cumulative strain derived from element test results of ballast was proposed, and it was revealed that the analytical procedure could roughly estimate the residual settlement of railroad ballast, which is an assemblage of poorly-graded crushed stone, by simulating small scale model tests of ballasted track.