動的荷重を受ける粘弾性多層構造の有限要素解析

董　勤喜[1]・姫野賢治[2]・八谷好高[3]・坪川将丈[4]・松井邦人[5]

[1] 正会員　Ph.D　中央大学理工学部土木工学科（〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27）
[2] フェロー会員　工博　中央大学理工学部土木工学科（〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27）
[3] 正会員　工博　国土交通省国土技術政策総合研究所空港研究部空港施設研究室
（〒239-0826 横須賀市長瀬3-1-1）
[4] 正会員　工修　国土交通省国土技術政策総合研究所空港研究部空港施設研究室
（〒239-0826 横須賀市長瀬3-1-1）
[5] フェロー会員　Ph.D　東京電機大学理工学部建設環境工学科
（〒350-0394 埼玉県比企郡鳩山町石坂）

本論文は，動的粘弾性問題における時間領域で 3 次元有限要素解析を効率的に行う方法を提案している．このような問題は，時間領域において直接解析することが困難であり，また，Fourier 変換を用いて周波数領域において定式化すると計算時間が膨大なものになる．計算効率を飛躍的に向上させるため，区分線形関数を用いた応力応答増分とひずみ応答増分の式を誘導している．アスファルト混合物の粘弾性的特性を 4 要素の Burger モデルで表現し，3 次元動的粘弾性有限要素方程式を定式化して数値シミュレーションを実施した．これによりモデルの構成要素が舗装構造の力学挙動に及ぼす影響を明らかにした．

Key Words: *viscoelastic dynamic analysis, Burger's model, time domain, increment, FEM, FWD*

1．はじめに

舗装構造はアスファルト混合物から成る表・基層とその下の路盤，路床で構成される．交通荷重が作用したときの舗装構造の変形は，たとえばアスファルト混合物の材料特性が粘弾性的であることから，非線形的である．アスファルト混合物の変形係数は温度依存性を有しており，高温ほど変形係数は小さくなることから，路盤・路床層に伝達される応力は大きくなり，わだち掘れ量も増大することが知られている[1)]．

舗装の非破壊試験として現在FWD(Falling Weight Deflectometer)試験が最も注目され，FWDは標準的な方法として評価されつつある．この試験機は，大部分が直径30cmの載荷版を介して載荷時間が30msから60msでピーク値がほぼ49kNとなるような等分布荷重が舗装表面に作用すると見なされている．この荷重による表面たわみを数点で測定し，荷重と表面たわみから舗装構造を評価することが行なわれている．FWD試験は動的問題であり，動的過渡応答解析を組み込むことが重要である．著者ら[2), 3), 4)]は舗装を3次元有限要素法（3D-FEM）でモデル化し，Ritzベクトルを用いて非比例減衰マトリックスを有する高自由度の動的システムの効率的順解析法と逆解析法を提案した．しかしながら，これら解析対象の材料は弾性特性を有するものとして適用している．実際的な舗装構造の力学挙動を把握するためには，アスファルト混合物の粘弾性的な性質を組み込むことが重要である．

粘弾性体における動的過渡応答解析では，時間領域と周波数領域で応答を求めることができる．一般的には，弾性・粘弾性の対応原理を利用して，Fourier変換を用いて周波数領域において定式化する[5)]が，周波数領域から時間領域への変換にはFourier逆変換を用いなければならないので計算時間は膨大になる．しかし，このような問題は，時間領域において直接解析することが困難である．高橋ら[6)]は個別要素法に基づいてアスファルト混合物の力学挙動を研究し，また，西沢ら[7)]はBurgerモデルを用いて，ひずみと応力の応答がせん断成分と体積成分を分けてからアスファルト舗装のわだち掘れを解析したが，定式化された有限要素法では，自由度が非常に高くなる場合，膨大な計算時間が必要となる．このような問題について，現時点では時間領域での新しいアルゴリズムが提案されていないことから，これについて開発する必要があると考えた．

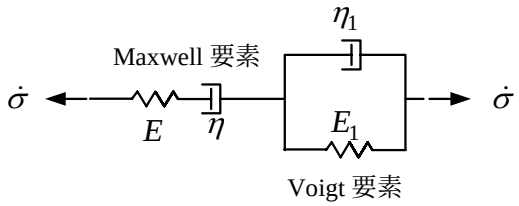


図-1 Burger モデル

本論文では，計算効率を飛躍的に向上させるため，時間領域での基礎方程式から，区分線形近似関数を用いた応力応答増分とひずみ応答増分の式を誘導している．さらに，アスファルト混合物の粘弾性的特性は4要素のBurgerモデルで表現することにより，動的粘弾性有限要素方程式を定式化して，数値シミュレーションを実施した．これにより，モデルの構成要素が舗装構造の力学挙動に及ぼす影響を明らかにした．

2. 粘弾性モデルの増分方程式

(1) 粘弾性モデルの応答

アスファルト舗装の粘弾性モデルは4要素のBurger モデルとしての表現を考えた．**図-1**に示すBurgerモデルは1個のMaxwell要素と1個のVoigt要素の直列結合である．単軸問題におけるひずみ応答$\varepsilon(t)$と応力応答$\sigma(t)$は次のような形で計算することができる．

$$\varepsilon(t)=\int_0^t J(t-\tau)\frac{\partial\sigma(\tau)}{\partial\tau}d\tau \tag{1}$$

$J(t)$はクリープ・コンプライアンス（Creep compliance）関数である．Burgerモデルとして次のような形で定義する．

$$J(t)=\frac{1}{E}+\frac{t}{\eta}+\frac{1}{E_1}(1-e^{-\lambda_1 t}) \tag{2}$$

ここに，$\lambda_1=E_1/\eta_1$．

式(2)を(1)に代入すると，粘弾性・弾性の対応原理を利用して，たたみ込み積分を用いて動的荷重による舗装の過渡応答を算出できる．

(2) 粘弾性の構成方程式

Burger モデルでは，応力が各構成要素に共通で，ひずみは各構成要素のそれの和となっている．全ひずみ速度$\dot{\varepsilon}(t)$はMaxwell要素とVoigt要素のひずみ速度から構成される[8]．

$$\dot{\varepsilon}(t)=\dot{\varepsilon}^g(t)+\dot{\varepsilon}^i(t) \tag{3}$$

ここで添字g，iはMaxwell要素とVoigt要素に関することを示す．

a) Maxwell要素

Maxwell要素の全ひずみ速度$\dot{\varepsilon}^g(t)$は弾性成分$\dot{\varepsilon}_e^g(t)$，粘性成分$\dot{\varepsilon}_v^g(t)$から構成される．すなわち

$$\dot{\varepsilon}^g(t)=\dot{\varepsilon}_e^g(t)+\dot{\varepsilon}_v^g(t)=\frac{\partial\sigma(t)}{E\partial t}+\frac{\sigma(t)}{\eta} \tag{4}$$

b) Voigt**要素**

Voigt 要素の応力$\sigma(t)$は弾性成分$\sigma_e^i(t)$，粘性成分$\sigma_v^i(t)$から構成される．すなわち

$$\sigma(t)=\sigma_e^i(t)+\sigma_v^i(t)=E_1\varepsilon^i(t)+\eta_1\dot{\varepsilon}^i(t)$$
$$\dot{\varepsilon}^i(t)+\lambda_1\varepsilon^i(t)=\frac{\sigma(t)}{\eta_1} \tag{5}$$

式(3)は次のような形で計算することができる．

$$\dot{\varepsilon}(t)=\dot{\varepsilon}^g(t)+\dot{\varepsilon}^i(t)=\frac{\partial\sigma(t)}{E\partial t}+\frac{\sigma(t)}{\eta}+\frac{\partial\varepsilon^i(t)}{\partial t} \tag{6}$$

(3) 増分方程式

各時間区分内の応力とひずみの変化を時間に対して線形とすれば，応力とひずみの成分について線形関係は時間域$\tau\in[t_{n-1},t_n]$で次のような形で計算することができる．

$$\sigma(\tau)=\sigma(t_{n-1})+\frac{\sigma(t_n)-\sigma(t_{n-1})}{\Delta t_n}(\tau-t_{n-1})$$
$$=\sigma(t_{n-1})+\frac{\tau-t_{n-1}}{\Delta t_n}\Delta\sigma_n \tag{7}$$

応力とひずみの微分は増分で書くと次のようになる．

$$\frac{\partial\sigma(t)}{\partial t}=\frac{\sigma(t_n)-\sigma(t_{n-1})}{\Delta t_n}=\frac{\Delta\sigma_n}{\Delta t_n} \tag{8}$$

$$\frac{\partial\varepsilon(t)}{\partial t}=\frac{\varepsilon(t_n)-\varepsilon(t_{n-1})}{\Delta t_n}=\frac{\Delta\varepsilon_n}{\Delta t_n} \tag{9}$$

式(8)と(9)を用いて，式(6)は増分で次のようになる．

$$\frac{\Delta\varepsilon_n}{\Delta t_n}=\frac{\Delta\sigma_n}{E\Delta t_n}+\frac{\sigma}{\eta}+\frac{\Delta\varepsilon_n^i}{\Delta t_n} \tag{10}$$

ひずみ増分は時間域$\tau\in[t_{n-1},t_n]$で次のような形で計算することができる．

$$\Delta\varepsilon_n = \frac{\Delta\sigma_n}{E} + \frac{1}{\eta}\int_{t_{n-1}}^{t_n} \sigma(\tau)d\tau + \Delta\varepsilon_n^i \tag{11}$$

式(7)を式(11)に代入すると,

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_n &= \frac{\Delta\sigma_n}{E} + \Delta\varepsilon_n^i + \frac{1}{\eta}\int_{t_{n-1}}^{t_n} (\sigma_{n-1} + \frac{\tau - t_{n-1}}{\Delta t_n}\Delta\sigma_n)d\tau \\ &= \frac{\Delta\sigma_n}{E} + \Delta\varepsilon_n^i + \frac{1}{\eta}(\sigma_{n-1} + \frac{1}{2}\Delta\sigma_n)\Delta t_n\end{aligned} \tag{12}$$

式(12)を見ると，ひずみ増分$\Delta\varepsilon_n$の計算はまずVoigt要素ひずみ増分$\Delta\varepsilon_n^i$を確定しなければならないので，式(5)の解は時間域$\tau \in [t_{n-1}, t_n]$で次のような形で計算することができる.

$$\varepsilon^i(t) = e^{-\lambda_1(t-t_{n-1})}\int_{t_{n-1}}^{t} e^{\lambda_1(\tau-t_{n-1})}\frac{1}{\eta_1}\sigma(\tau)d\tau + ce^{-\lambda_1(t-t_{n-1})} \tag{13}$$

積分定数cは時間t_{n-1}における$\varepsilon^i(t)$の初期条件から決定する．今この初期条件を$\varepsilon^i(t_{n-1})$とすると

$$c = \varepsilon^i(t_{n-1}) \tag{14}$$

初期条件を式(13)に代入すると,

$$\varepsilon^i(t_n) = e^{-\lambda_1\Delta t_n}\int_{t_{n-1}}^{t_n} e^{\lambda_1(\tau-t_{n-1})}\frac{1}{\eta_1}\sigma(\tau)d\tau + \varepsilon^i(t_{n-1})e^{-\lambda_1\Delta t_n} \tag{15}$$

Voigt要素ひずみ増分$\Delta\varepsilon_n^i$は時間域$\tau \in [t_{n-1}, t_n]$で次のような形となる.

$$\begin{aligned}&\Delta\varepsilon_n^i = e^{-\lambda_1\Delta t_n}\int_{t_{n-1}}^{t_n} e^{\lambda_1(\tau-t_{n-1})}\frac{\sigma(\tau)}{\eta_1}d\tau \\ &+ \varepsilon_{n-1}^i(e^{-\lambda_1\Delta t_n} - 1) = \varepsilon_{n-1}^i(e^{-\lambda_1\Delta t_n} - 1) \\ &+ \frac{e^{-\lambda_1\Delta t_n}}{\eta_1}\int_{t_{n-1}}^{t_n} e^{\lambda_1(\tau-t_{n-1})}\left[\sigma_{n-1} + \frac{\Delta\sigma_n}{\Delta t_n}(\tau - t_{n-1})\right]d\tau\end{aligned} \tag{16}$$

式(16)の積分部分は次のようになる.

$$\begin{aligned}I_n &= \int_{t_{n-1}}^{t_n} e^{\lambda_1(\tau-t_{n-1})}\left[\sigma_{n-1} + \frac{\Delta\sigma_n}{\Delta t_n}(\tau - t_{n-1})\right]d\tau \\ &= \frac{1}{\lambda_1}(e^{\lambda_1\Delta t_n} - 1)\sigma_{n-1} \\ &- \frac{1}{\lambda_1}\left[e^{\lambda_1\Delta t_n} - \frac{1}{\lambda_1\Delta t_n}(e^{\lambda_1\Delta t_n} - 1)\right]\Delta\sigma_n\end{aligned} \tag{17}$$

式(17)を式(16)に代入すると,

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_n^i &= \varepsilon_{n-1}^i(e^{-\lambda_1\Delta t_n} - 1) + \frac{1}{E_1}(1 - e^{-\lambda_1\Delta t_n})\sigma_{n-1} \\ &+ \frac{1}{E_1}\left[1 - \frac{1}{\lambda_1\Delta t_n}(1 - e^{-\lambda_1\Delta t_n})\right]\Delta\sigma_n\end{aligned} \tag{18}$$

式(18)を式(12)に代入すると，ひずみ増分は次のような形で計算できる.

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_n &= \frac{\Delta\sigma_n}{E} + \frac{1}{\eta}(\sigma_{n-1} + \frac{1}{2}\Delta\sigma_n)\Delta t_n + \varepsilon_{n-1}^i(e^{-\lambda_1\Delta t_n} - 1) \\ &+ \frac{1}{E_1}(1 - e^{-\lambda_1\Delta t_n})\sigma_{n-1} + \frac{1}{E_1}\left[1 - \frac{1}{\lambda_1\Delta t_n}(1 - e^{-\lambda_1\Delta t_n})\right]\Delta\sigma_n\end{aligned} \tag{19}$$

これを再整理して，ひずみ増分は次のような形となる.

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_n &= \varepsilon_{n-1}^i(e^{-\lambda_1\Delta t_n} - 1) + \left(\frac{\Delta t_n}{\eta} + \frac{1}{E_1}(1 - e^{-\lambda_1\Delta t_n})\right)\sigma_{n-1} \\ &+ \left(\frac{1}{E} + \frac{\Delta t_n}{2\eta} + \frac{1}{E_1}\left[1 - \frac{1}{\lambda_1\Delta t_n}(1 - e^{-\lambda_1\Delta t_n})\right]\right)\Delta\sigma_n\end{aligned} \tag{20}$$

2つのコンプライアンス定数は次のように定義される.

$$\frac{1}{\tilde{E}_1} = \frac{\Delta t_n}{\eta} + \frac{1}{E_1}(1 - e^{-\lambda_1\Delta t_n}) \tag{21}$$

$$\frac{1}{\tilde{E}} = \frac{1}{E} + \frac{\Delta t_n}{2\eta} + \frac{1}{E_1}\left(1 - \frac{1}{\lambda_1\Delta t_n}(1 - e^{-\lambda_1\Delta t_n})\right) \tag{22}$$

式(21)と(22)を式(20)に代入すると次の式が得られる.

$$\Delta\varepsilon_n = \varepsilon_{n-1}^i(e^{-\lambda_1\Delta t_n} - 1) + \frac{1}{\tilde{E}_1}\sigma_{n-1} + \frac{1}{\tilde{E}}\Delta\sigma_n \tag{23}$$

式(23)から応力の増分$\Delta\sigma_n$は次のような形で計算することができる.

$$\Delta\sigma_n = \tilde{E}\Delta\varepsilon_n - \tilde{E}(e^{-\lambda_1\Delta t_n} - 1)\varepsilon_{n-1}^i - \frac{\tilde{E}}{\tilde{E}_1}\sigma_{n-1} \tag{24}$$

粘弾性体では，一般的にポアソン比は時間と温度に依存する．本論文では三軸等方・等温の粘弾性体の場合，ポアソン比が一定値に対して，ひずみ応答増分$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$と応力応答増分$\Delta\boldsymbol{\sigma}$は，Burgerモデルを用いて次のように計算することができる．なお，本論文における数式中の太字はマトリックス，ベクトルもしくはテンソル量を表す.

$$\Delta\boldsymbol{\sigma}_n = \mathbf{A}\tilde{E}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_n - \mathbf{A}\tilde{E}(e^{-\lambda_1\Delta t_n}-1)\boldsymbol{\varepsilon}^i_{n-1} - \frac{\tilde{E}}{\tilde{E}_1}\boldsymbol{\sigma}_{n-1} \quad (25)$$
$$= \mathbf{D}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_n + \mathbf{D}_1\boldsymbol{\varepsilon}^i_{n-1} - \alpha\boldsymbol{\sigma}_{n-1}$$

ここで

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a+2b & a & a & 0 & 0 & 0 \\ a & a+2b & a & 0 & 0 & 0 \\ a & a & a+2b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$a = \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \qquad b = \frac{1}{2(1+\nu)}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{A}\tilde{E}, \quad \mathbf{D}_1 = \mathbf{A}\tilde{E}(1-e^{-\lambda_1\Delta t_n}), \quad \alpha = \tilde{E}/\tilde{E}_1$$

3. 動的有限要素方程式

まず，時間領域で動的粘弾性問題における有限要素法の定式化を行う．体積力が存在しないと仮定すると，仮想仕事の原理を用いて，時刻$t+\Delta t$ において次のような方程式が得られる．

$$\int_V \delta\boldsymbol{\varepsilon}^T_{n+1}\boldsymbol{\sigma}_{n+1}dV + \int_V \delta\mathbf{u}^T_{n+1}\rho\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}dV - \int_{S_\sigma}\delta\mathbf{u}^T_{n+1}\mathbf{p}_{n+1}dS = 0 \quad (27)$$

舗装構造の変位，速度と加速度に関しては，要素節点の変位を用いて，次のような方程式により表される．

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{N}\mathbf{d}_{n+1}, \quad \dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \mathbf{N}\dot{\mathbf{d}}_{n+1}, \quad \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} = \mathbf{N}\ddot{\mathbf{d}}_{n+1} \quad (28)$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = \mathbf{B}\mathbf{d}_{n+1} \quad (29)$$

式(28)と(29)は式(27)を代入すると，運動方程式は次のように書くことができる．

$$\int_V \delta\mathbf{d}^T_{n+1}\mathbf{B}^T\boldsymbol{\sigma}_{n+1}dV + \int_V \delta\mathbf{d}^T_{n+1}\mathbf{N}^T\rho\mathbf{N}\ddot{\mathbf{d}}_{n+1}dV - \int_{S_\sigma}\delta\mathbf{d}^T_{n+1}\mathbf{N}^T\mathbf{p}_{n+1}dS = 0 \quad (30)$$

変分原理により次のような方程式を満たす[9]．

$$\int_V \mathbf{B}^T\boldsymbol{\sigma}_{n+1}dV + \int_V \mathbf{N}^T\rho\mathbf{N}\ddot{\mathbf{d}}_{n+1}dV - \int_{S_\sigma}\mathbf{N}^T\mathbf{p}_{n+1}dS = 0$$
$$\int_V \mathbf{B}^T(\boldsymbol{\sigma}_n + \Delta\boldsymbol{\sigma}_{n+1})dV + \int_V \mathbf{N}^T\rho\mathbf{N}(\ddot{\mathbf{d}}_n + \Delta\ddot{\mathbf{d}}_{n+1})dV - \int_{S_\sigma}\mathbf{N}^T\mathbf{p}_{n+1}dS = 0 \quad (31)$$

式(25)を式(31)に代入すると，以下のような方程式が得られる．

$$\int_V \mathbf{B}^T(\boldsymbol{\sigma}_n + \mathbf{D}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} + \mathbf{D}_1\boldsymbol{\varepsilon}^i_n - \alpha\boldsymbol{\sigma}_n)dV + \int_V \mathbf{N}^T\rho\mathbf{N}(\ddot{\mathbf{d}}_n + \Delta\ddot{\mathbf{d}}_{n+1})dV - \int_{S_\sigma}\mathbf{N}^T\mathbf{p}_{n+1}dS = 0 \quad (32)$$

ひずみ増分$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$ は，変位の増分$\Delta\mathbf{d}_{n+1}$ に基づくと次の形になる．

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = \mathbf{B}\Delta\mathbf{d}_{n+1} \quad (33)$$

加速度は中心差分法によって次の方程式になる

$$\ddot{\mathbf{d}}_n = \frac{\mathbf{d}_{n+1} - 2\mathbf{d}_n + \mathbf{d}_{n-1}}{\Delta t^2} = \frac{\Delta\mathbf{d}_{n+1} - \Delta\mathbf{d}_n}{\Delta t^2} \quad (34)$$

加速度の増分$\Delta\ddot{\mathbf{d}}_{n+1}$ は$\ddot{\mathbf{d}}_n$ と比べると微小と認められることから計算過程では省略する．

方程式(33)と(34)を式(32)に代入すると次のように計算できる．

$$\int_V \mathbf{B}^T\mathbf{D}\mathbf{B}\Delta\mathbf{d}_{n+1}dV + \int_V \mathbf{B}^T\left[(1-\alpha)\boldsymbol{\sigma}_n + \mathbf{D}_1\boldsymbol{\varepsilon}^i_n\right]dV + \mathbf{M}\frac{1}{\Delta t^2}(\Delta\mathbf{d}_{n+1} - \Delta\mathbf{d}_n) - \int_{S_\sigma}\mathbf{N}^T\mathbf{p}_{n+1}dS = 0 \quad (35)$$

方程式(35)はマトリックスとベクトルで次のように表される．

$$\left(\mathbf{K}_n + \frac{1}{\Delta t^2}\mathbf{M}\right)\Delta\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{f}_{n+1} - \mathbf{f}_{\sigma,n} + \frac{1}{\Delta t^2}\mathbf{M}\Delta\mathbf{d}_n \quad (36)$$

ここで

$\mathbf{K}_n = \int_V \mathbf{B}^T\mathbf{D}(\tilde{E})\mathbf{B}dV$ ：舗装構造の剛性マトリックスで，時間ステップ Δt を定数とすると$\mathbf{K}_n$ が定数になる

$\mathbf{f}_{n+1} = \int_{S_\sigma}\mathbf{N}^T\mathbf{p}_{n+1}dS$ ：時間ステップΔt によって作用外力から計算される節点力ベクトル

$\mathbf{M} = \int_V \rho\mathbf{N}^T\mathbf{N}dV$ ：舗装構造の質量マトリックス

$\mathbf{f}_{\sigma,n} = \int_V \mathbf{B}^T\left[(1-\alpha)\boldsymbol{\sigma}_n + \mathbf{D}_1\boldsymbol{\varepsilon}^i_n\right]dV$ ：前時刻t_n の状態によって計算される節点力ベクトル

$\Delta\mathbf{d}$ ：変位増分

Δt ：時間増分

方程式(36)を解き，式(33)と(25)を用いれば，ひずみの増分と応力の増分を計算できる．時刻$t+\Delta t$ の時，粘弾性問題の動的過渡応答は以下のような形で更新される．

$$\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{d}_n + \Delta\mathbf{d}_{n+1}$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_n + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \quad (37)$$
$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_n + \Delta\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$$

表-1 舗装構成層の材料特性

	表層	上層路盤	下層路盤	路床
厚さ(cm)	15	15	24	–
E (MPa)	5880	588	196	98
E_1(MPa)	5880	--	--	--
η (MPa*s)	5880	--	--	--
η_1(MPa*s)	588	--	--	--
ν	0.35	0.35	0.35	0.35

4. 数値シミュレーションによる感度解析

(1) 数値シミュレーション

本研究で作成した動的解析プログラムを使用して，数値シミュレーションを実施した．例題として，**図-2**のような多層舗装構造を用いる．このモデルの構成および各層の弾性係数は，「アスファルト舗装要綱」[10]を参考として決定したD交通相当のものである．アスファルト混合物以外の層構成材料は全て線形弾性体と仮定している．物性値は**表-1**に記した．アスファルト混合物の粘性係数については，現時点ではクリープ試験を実施していないことから，ここでは一定値に固定して計算している．外力は，舗装の標準的な非破壊試験機であるFWDによる荷重を模して，$f(t)=49\sin^2(25\pi t)$kNとした．この場合，載荷時間は t=0.0~0.04秒としている[11]．動的解析の時間ステップ長は0.002秒，解析時間は0.06秒としている．たわみ性舗装を設計するとき，一般的にはその設計基準にアスファルト層下面の水平引張ひずみと路床上面の垂直圧縮ひずみが用いられる．したがって，本論文では，舗装表面センサー位置におけるたわみ，載荷版中心直下のアスファルト（AC）層下面と路床上面のひずみを求めた，その結果を**図-3**に記した．

解析に使用した領域は，解析時間内で動的荷重波が境界に到達しないような大きさを選択しており，FEMモデルには反射波を消去するようなダンパーを挿入していない．解析に使用するFEMモデルには8節点アイソパラメトリック要素を用い，その総数は4693，総節点数は5600である．すべての解析をプロセッサー2.4GHz，メモリー512MBのDELL DIMENSION 8250で行った．時間領域30ステップの計算に要したCPU時間は8分であった．

図-3から見ると，各センサー位置における時系列たわみがピークに到達するまでの時間は同一ではなく，載荷版中心から離れるにつれて応答遅延時間が順に長くなっている．たわみはピークを過ぎて徐々に減少しているが，載荷版中心（D_0）のたわみは時間が長くなっても，ゼロになっていないことから，残留変形を考える必要がある．載荷版中心直下のAC層下面の引張のひずみと路床上面の圧縮ひずみ応答ピーク値は荷重と同調しており，それらの値は149.2×10^{-6}と187.7×10^{-6}となっている．解析時間が0.05秒になってから，ひずみは緩やかに減少している．

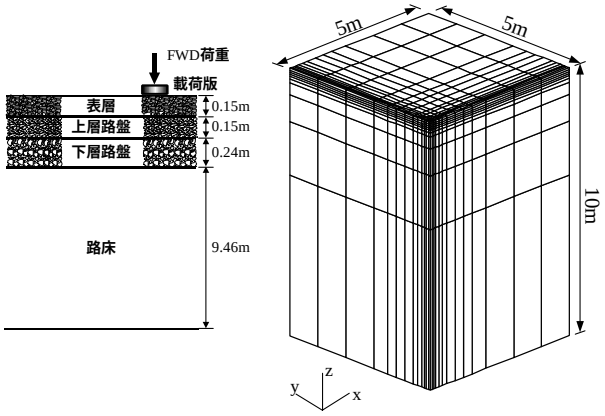
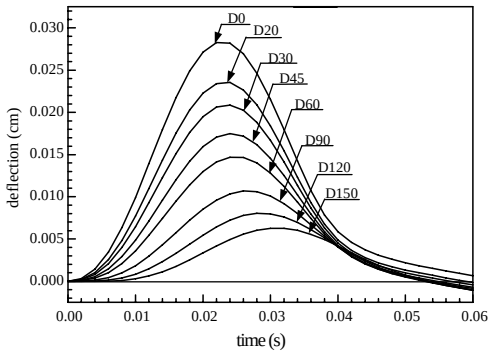
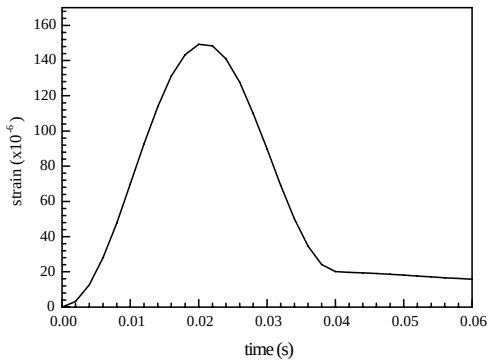


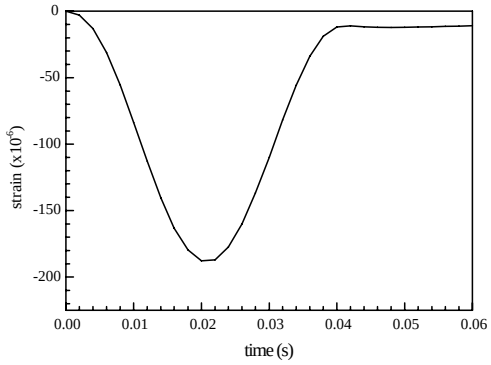
図-2 舗装構造の3次元有限要素モデル



a) 表面たわみ

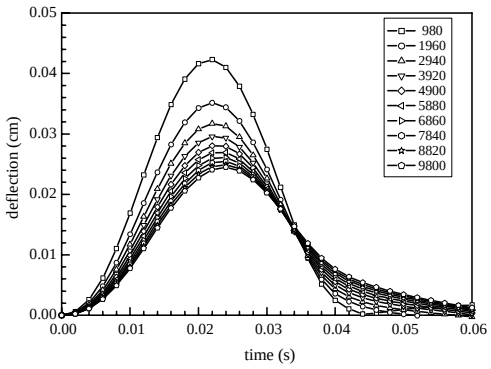


b) AC層下面のひずみ

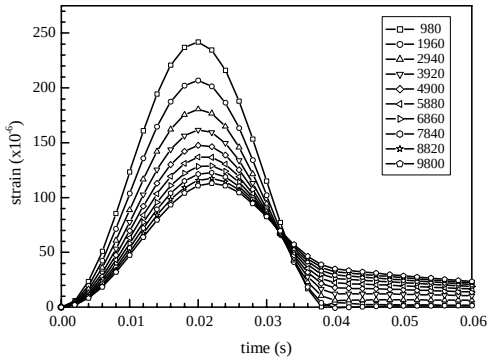


c) 路床上面のひずみ

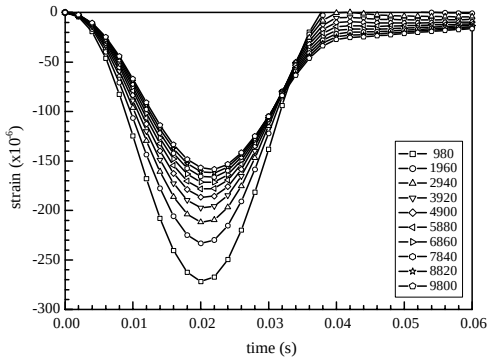
図-3 表面たわみ，AC層と路床のひずみの時間的変化



a) 表面たわみ

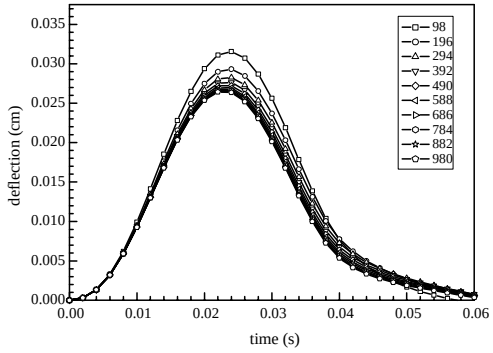


b) AC層下面のひずみ

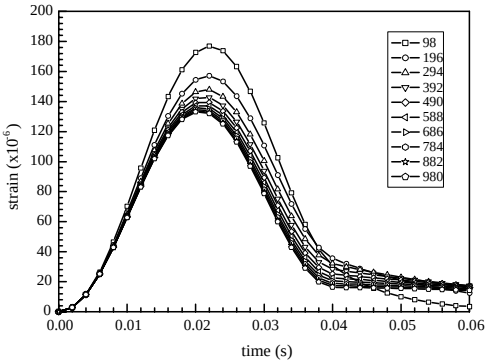


c) 路床上面のひずみ

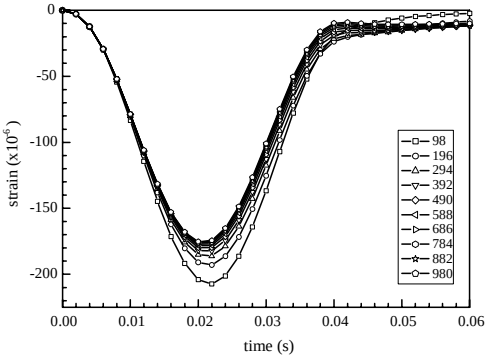
図-4 弾性係数Eによる応答の違い



a) 表面たわみ



b) AC層下面のひずみ



c) 路床上面のひずみ

図-5 粘性係数η_1による応答の違い

(2) 感度解析

図-1に示したように，ここではアスファルト混合物をBurgerモデルで表現した．感度解析として，Maxwell要素ならびにVoigt要素の弾性特性値と粘性特性値を種々に変えて，動的荷重に対する舗装の応答を調べた．以下では，それら4個のパラメータのうち舗装の応答に及ぼす影響が大きいMaxwell要素の弾性係数とVoigt要素の粘性係数について，感度解析結果をまとめる．

a) AC層の弾性係数 *E*（Maxwell要素）の影響

Maxwell要素の弾性係数*E*の変化と応答との関係を調べた．基準とした構成層の材料物性値は**表-1**に記したとおりである．弾性係数*E*としては980MPaごとに変化させた10種類の弾性係数を考えた．**図-4(a)**を見ると，弾性係数の増加に伴ってたわみ量のピーク値は小さくなっている．また，弾性係数が5880MPa以上になると，ピークに到達する時間が遅くなり7840MPa以上では，ピーク値はあまり変化しなくなる．さらに，たわみは，載荷時間を過ぎると，弾性係数の増大に伴って大きくなることもわかる．図**-4(b)**と**(c)**を見ると，弾性係数が小さくなるに従って，AC層下面と路床上面のひずみは大きくなっている．これは，温度上昇に伴って，アスファルト混合物の変形係数が小さくなることに対応するものと考えられる．弾性係数が6860MPa以上になると，ひずみのピーク到達時間が遅くなること，7840MPaになるとピーク値の変化は緩やかになっていることに加え，ひずみ量は載荷時間を過ぎると弾性係数の増大に伴って大きくなることがわかる．

b) AC層の粘性係数 η_1（Voigt要素）の影響

Voigt要素の粘性係数η_1が変化したときの応答を調べた．粘性係数η_1は98MPaごとに変化させた10種類のものを考えた．基準とした構成層の材料物性値は**表-1**に記したとおりである．**図-5(a)**から，粘性係数が大きくなると，たわみの最大ピーク値は小さくなり，残留変形も小さくなる．粘性係数が588MPaになると，最大ピーク値は変化しない．また，粘性係数の増大に伴って，ピークに到達する時間が速くなっている．図**-5(b)**と**(c)**から，粘性係数が大きくなるに従ってAC層下面と路床上面のひずみも小さくなっていることがわかる．

5. 結論

本研究で得られた知見を整理すると以下のようになる．

1) 舗装が動的荷重を受ける場合を対象にして，時間領域での基礎方程式から，区分線形近似関数を用いた応力応答増分とひずみ応答増分の式を誘導し，動的粘弾性有限要素方程式を定式化した．
2) アスファルト混合物の粘弾性的特性は4要素Burgerモデルで表現できることを，FWD試験に対する数値シミュレーションの結果によって説明できた．
3) Maxwell要素の弾性係数は表面たわみ，AC層下面と路床上面のひずみに及ぼす影響が大きい．弾性係数が小さくなると，それらの量は大きくなり，ピークに到達する時間は同時に速くなる．また，載荷時間を過ぎてからの値は，弾性係数の増大に伴って，大きくなる．
4) Voigt要素の粘性係数が表面たわみ，AC層下面と路床上面のひずみに及ぼす影響は弾性係数より大きくなる．粘性係数の増大に伴って，それらの応答は減少が，588MPa以上になるとそれらの応答は変化しない．

参考文献

1) 遠藤　桂，橋本友光：高温域におけるレジリエンドモジュラスと動的安定度に関するー検討，道路建設，pp.36-41，1996.
2) 董　勤喜，松井邦人，八谷好高，坪川将丈：動的荷重を受ける多層弾性構造の効率的有限要素解析と感度解析，土木学会論文集，No. 731/I-63, pp.247-255, 2003.
3) Dong, Q., Hachiya, Y., Takahashi, O., Tsubokawa, Y., Matsui, K.: An efficient backcalculation algorithm of time domain for large-scale pavement structures using Ritz vectors, Finite Elements in Analysis and Design, **38**, pp.1131-1150, 2002.
4) Dong, Q., Matsui, K., Yamamoto, K.: Tome domain backcalculation of pavement structure material properties using 3DFEM with Ritz vectors, International Journal of Geomechanics, **1**, pp.325-336, 2001.
5) クリステンセン，R.M.：粘弾性力学の基礎，雄松堂出版社，2000.
6) 高橋　修，田口　仁：個別要素法によるアスファルト混合物のシミュレーションに関する基礎的研究，土木学会舗装工学論文集，第1巻，pp.23-32，1996.
7) 西澤辰男，山田英雄，横川尚佳：3DFEMによるアスファルト舗装のわだち掘れ解析，土木学会第57回年次学術講演会，V-006, 2002.
8) 山田嘉昭：塑性・粘弾性，培風館，1980.
9) Bathe, K.J., Willson, E.L.: Numerical methods in finite element analysis, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1976.
10) (社)日本道路協会：アスファルト舗装要綱，1986.
11) 土木学会：舗装工学，1995.
12) 金井利浩，東　滋夫，岡部俊幸，松井邦人，渡辺規明：時系列データを用いた動的FEMによる逆解析に関する研究，土木学会舗装工学論文集，第1巻，pp.39-48，1996.

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF VISCO-ELASTIC MULTI-LAYERED STRUCTURE UNDER DYNAMIC LOAD

Qinxi DONG, Kenji HIMENO, Yoshitaka HACHIYA,
Yukitomo TSUBOKAWA and Kunihito MATSUI

This paper proposed an efficient method to conduct 3D-FEM in time domain on dynamic visco-elastic issues. Equations for both stress and strain increments were derived. By introducing Burger model to simulate the visco-elastic properties of asphalt mixture, a series of numerical simulations were carried out. Through the simulation, influences of model components on the behavior of pavement structures are explained.