

帯板要素と角柱要素を結合した鋼床版舗装 構造解析モデルの開発

西澤辰男¹

¹正会員 工博 石川工業高等専門学校助教授 環境都市工学科 (〒 929-0392 河北郡津幡町北中条)

鋼床版舗装の挙動は、鋼床版の構造や荷重の作用位置によって大きく影響を受けるため、鋼床版舗装の解析には、これらの条件を正確に考慮できるものでなければならない。本研究においては、鋼床版舗装のひずみを予測するための力学モデルを開発した。デッキプレートを帯板要素に、その上の舗装を角柱要素で表し、両者を特殊な接着要素にて連結するものである。帯板要素はデッキプレートばかりでなく縦リブや腹板などの鋼床版の複雑な構造を正確にモデル化できる。また、角柱要素は曲げ変形だけでなく、舗装自体の局部変形をも考慮することができる。しかしながら、この両者を結合する接着要素の定式化はやや複雑になる。開発したモデルの妥当性を簡単な例題によって検証するとともに、載荷試験結果との比較によって、モデルの実用性を確認した。

Key Words : *pavement on steel plate deck, structural model, FSM, prizm element, strip element*

1. はじめに

鋼床版はデッキプレートとそれを裏から補強する縦リブ、横リブからなる橋梁の床版である。鋼床版の上はグースアスファルトや改質アスファルトによって舗装され、その上を交通車両が走行することになる。このような鋼床版舗装に交通荷重が作用すると、縦リブや腹版接合部には局部的な曲げ変形が生じ、それに追従している舗装にも大きな曲げひずみが生ずることになる^{1),2)}。その結果、比較的早期にこのような場所から縦ひび割れが発生する。このような縦ひび割れを防止する対策としては、あらかじめ縦ひび割れが発生すると予想される場所に目地を設置する方法がある。適切な目地の設置を設定するためには、設計段階において少なくとも最大ひずみが生ずる位置を予測しなければならない。そのために、鋼床版舗装の力学モデルが必要となる。

鋼床版の構造や交通荷重の作用位置の微妙な組み合わせによって鋼床版舗装の挙動が大きく異なるため^{3),4),5)}、縦ひび割れの発生位置は、縦リブや箱桁腹版などの配置に大きく影響される。したがって、鋼床版舗装の解析においては、鋼床版の構造と交通荷重を同時に考慮しなくてはならない。このような解析手法の1つとして、有限帯板要素法 (Finite Strip Method: FSM) によるものがある。この手法においては、デッキプレートとアスファルト混合物層 (以下、アスファルト層) から成る複合平板として取り扱う方法が取られている^{6),7)}。しかしながら、この方法では、アスファルト層にのみ設置されている縦目地の効果や、アスファルト層の厚さ方

向の変形を考慮することができない。そこで、これらの問題を克服するために帯板要素をオーバーレイするモデル (Overlaid Finite Strip Method: OFSM) が開発された⁸⁾。このモデルによれば、舗装の厚さ方向の変形や縦目地も考慮することができる。しかし OFSM では舗装自体の挙動を曲げ変形で表現するために、舗装自体の (特に高温時の) 局部的な変形を細かく考慮できない。特に舗装自体の剛性が低くなると、タイヤ端部に大きなひずみが発生することが知られており⁹⁾、このような局部変形を解析する必要がある。そこで、本研究においては舗装の局部的な変形を考慮できる角柱要素と帯板要素を結合したモデルを開発することとした。本論文では、前半部において両要素を結合する接着要素を中心に FEM への定式化について述べ、後半部では簡単な例題および実験結果との比較によりモデルの妥当性を検証している。

2. 構造モデル

本研究で開発した帯板要素 (Strip element) と角柱要素 (Prism element) を接着要素 (Link element) で結合したモデルを図-1 に示す。これを、SLPE (Strip-Link-Prism Element) モデルと呼ぶことにする。帯板要素は、平板の曲げ変形をモデル化した要素であり、デッキプレート、縦リブを含む鋼床版全体の構造を細かく考慮することが可能である。また、角柱要素は舗装を代表し、8 節点の要素なので、厚さ方向の変形を含む局部的な変形を表現することができる。接着要素は、帯板要素と角柱要素を接合する役割を持ち、ちょうどデッキ

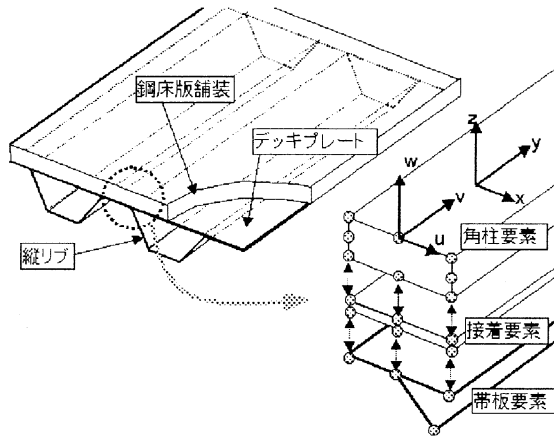


図-1 鋼床版舗装解析のための SLPE モデル

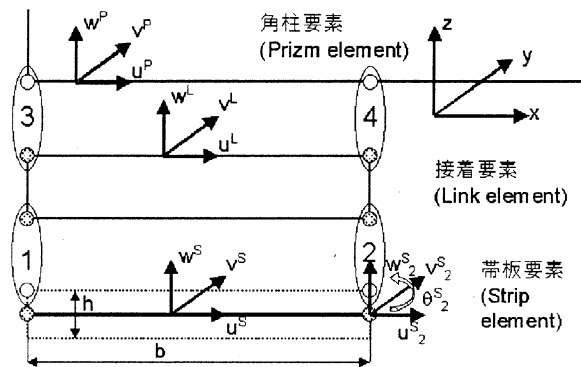


図-2 帯板要素、角柱要素および接着要素の自由度

プレートと舗装の間に施される接着層の機能をモデル化することになる。ただし、帯板要素と角柱要素で採用する節点自由度(変位)が異なるため、それらを結合するためには特殊な要素を新たに開発しなければならない。

3. 接着要素の定式化

本章においては接着要素の定式化の過程を述べる。そのためには、まず帯板要素と角柱要素の変位関数についても触れておかねばならない。図-2は、帯板要素と角柱要素を接着要素が結合した状態を表したものである。それぞれの要素内の変位もまとめて表示している。

これらの要素は、 x, z 面内で通常の FEM と同様に要素分割されて節点を持ち、その節点での自由度と適切な内挿関数を用いて内部の変位を記述する。一方、 y 方向の変位はフーリエ級数に展開して表現し、その振幅が節点変位となる。本研究においては、鋼床版の横桁間を解析対象とし、そのスパンを l で表す。 y 方向の境界条件としては、 $y = 0, y = l$ において x, z 面内の変位はゼロと仮定し、その境界条件を満足するフー

リエ三角級数に展開した。

接着要素と角柱要素とは節点 3, 4 が共有されており、この部分で結合されている。接着要素と帯板要素の結合には注意が必要である。なぜなら、実際には接着要素は帯板要素の表面と結合しなければならないが、帯板要素は厚さ方向の次元を持たないため、直接節点 1, 2 を共有させると、帯板要素の中立面と結合することになるからである。そこで、図に示すように帯板要素の表面に相当する位置に仮の節点を設け、この節点と接着要素の節点を共有させておく。帯板要素の節点変位とその表面の仮の節点変位は、帯板要素の厚さと回転変位を利用して関係づける。最初、接着要素の剛性マトリックスは 1, 2 仮想節点と 3, 4 節点の変位を用いて導いておき、上述した考え方で、帯板要素の節点変位と関係づけられた剛性マトリックスを導く。こうして導かれた接着要素の剛性マトリックスは、節点によって 3 個と 4 個の自由度が混在した特殊なものとなる。以下具体的に定式化していく。

(1) 帯板要素 (Strip element)

帯板要素は幅 b 、厚さ h の曲げ要素で、両端に節点を持つ。それぞれの節点は 3 方向の変位に加え、 y 軸周りの回転変位を持つ。節点変位を用いると、要素内部の変位は以下のように表される。

$$\begin{Bmatrix} u^S \\ v^S \\ w^S \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} N_{1i}^S \cdot s_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{1i}^S \cdot c_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{2i}^S \cdot s_m & N_{3i}^S \cdot s_m \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_{im}^S \\ v_{im}^S \\ w_{im}^S \\ \theta_{im}^S \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、

$$\begin{aligned} u^S, v^S, w^S &= \text{帯板要素内の } x, y, z \text{ 方向の変位,} \\ N_{11}^S &= (1 - \frac{x}{b}), N_{12}^S = \frac{x}{b}, \\ N_{21}^S &= 1 - \frac{3x^2}{b^2} + \frac{2x^3}{b^3}, N_{22}^S = \frac{3x^2}{b^2}, \\ N_{31}^S &= x(1 - \frac{2x}{b} + \frac{x^2}{b^2}), N_{32}^S = x(-\frac{x}{b} + \frac{x^2}{b^2}), \\ s_m &= \sin(\gamma_m y), c_m = \cos(\gamma_m y), \gamma_m = \frac{m\pi}{l} \\ u_{im}^S, v_{im}^S, w_{im}^S &= m \text{ モードにおける } i \text{ 節点の変位,} \\ \theta_{im}^S &= \left[\frac{\partial w_{im}^S}{\partial x} \right]_i \end{aligned}$$

m はフーリエ級数のモードを表し、 M は採用する項数である。この変位関数に基づいて帯板要素の剛性マトリックスが導かれる^{12),13)}。

(2) 角柱要素 (Prism element)

角柱要素は8個の節点を持ち、それぞれの節点の自由度は3方向の変位である。それらの節点変位を用いて、要素内部の変位は以下のように表される。

$$\begin{Bmatrix} u^P \\ v^P \\ w^P \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^8 \begin{bmatrix} N_i^P \cdot s_m & 0 & 0 \\ 0 & N_i^P \cdot c_m & 0 \\ 0 & 0 & N_i^P \cdot s_m \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_{im}^P \\ v_{im}^P \\ w_{im}^P \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここに、

u^P, v^P, w^P = 角柱要素内の x, y, z 方向の変位,
 $u_{im}^P, v_{im}^P, w_{im}^P$ = m モードにおける i 節点の変位,

また、 N_i^P ($i=1, 8$) は、8 節点要素の変位関数である。この変位関数に基づいて角柱要素の剛性マトリックスが作成される¹⁴⁾。

(3) 接着要素 (Link element)

接着要素は厚さが0で4個の節点を持ち、それぞれの節点は帯板要素の表面と角柱要素の節点と結合している。内部の変位は、帯板要素に接している辺 [1-2] と角柱要素に接している辺 [3-4] に対して別々に定義される。まず、帯板要素の表面と接する辺 [1-2] においては、

$$\begin{Bmatrix} u^L \\ v^L \\ w^L \end{Bmatrix}_{[1-2]} = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} N_{1i}^S \cdot s_m & 0 & 0 \\ 0 & N_{1i}^S \cdot c_m & 0 \\ 0 & 0 & N_{1i}^S \cdot s_m \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_{im}^L \\ v_{im}^L \\ w_{im}^L \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここに、

u^L, v^L, w^L = 接着要素内の x, y, z 方向の変位,
 $u_{im}^L, v_{im}^L, w_{im}^L$ = m モードにおける i 節点の変位,

また、角柱要素と接する辺 [3-4] においては、

$$\begin{Bmatrix} u^L \\ v^L \\ w^L \end{Bmatrix}_{[3-4]} = \sum_{m=1}^M \sum_{i=3}^4 \begin{bmatrix} N_{1(i-2)}^S \cdot s_m & 0 & 0 \\ 0 & N_{1(i-2)}^S \cdot c_m & 0 \\ 0 & 0 & N_{1(i-2)}^S \cdot s_m \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_{im}^L \\ v_{im}^L \\ w_{im}^L \end{Bmatrix} \quad (4)$$

N_{1i}^S は式 (1) と同じ 1 次関数である。帯板要素の変位関数は 3 次なので、厳密に言うと節点変位を共有しても

帯板要素の変位と辺 [1-2] の変位との適合条件は満足されていないことになる。しかしながら、後の数値計算例からわかるように、このような不適合が存在しても適切な要素分割を行えば、実用的には十分な精度を得ることが可能である。

(4) 接着要素の剛性マトリックス

接着要素では、帯板要素に接する辺 [1-2] の変位と角柱要素に接する辺 [3-4] の変位の差に比例した力が伝達されると仮定する。すなわち、

$$\begin{Bmatrix} \Delta f_x^L \\ \Delta f_y^L \\ \Delta f_z^L \\ \Delta f_{\theta x}^L \\ \Delta f_{\theta y}^L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x^L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_y^L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_z^L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{\theta x}^L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta y}^L \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta u^L \\ \Delta v^L \\ \Delta w^L \\ \Delta \theta_x^L \\ \Delta \theta_y^L \end{Bmatrix}$$

$$\{\Delta f^L\} = [K^L] \{\Delta \delta^L\} \quad (5)$$

ここに、

k_x^L, k_y^L, k_z^L = x, y, z 方向のばね係数
 $k_{\theta x}^L, k_{\theta y}^L$ = x, y 軸周りの回転ばね係数
 $\theta_x = \frac{\partial w}{\partial y}, \theta_y = \frac{\partial w}{\partial x}$

である。一方、 Δ は辺 [1-2] と辺 [3-4] の諸量の差であることを表す。

それぞれの辺に沿った回転を含む変位は以下のようになる。辺 [1-2] において、式 (3) より、

$$\begin{Bmatrix} u^L \\ v^L \\ w^L \\ \theta_x^L \\ \theta_y^L \end{Bmatrix}_{[1-2]} = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} N_{1i}^S \cdot s_m & 0 & 0 \\ 0 & N_{1i}^S \cdot c_m & 0 \\ 0 & 0 & N_{1i}^S \cdot s_m \\ 0 & N_{1i}^S \cdot \gamma_m \cdot c_m & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_{1i}^S}{\partial x} \cdot s_m & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_{im}^L \\ v_{im}^L \\ w_{im}^L \end{Bmatrix}$$

$$= \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^2 [N_{1im}^L] \{\delta_{im}^L\} \quad (6)$$

また、辺 [3-4] において、式 (4) より、

$$\begin{Bmatrix} u^L \\ v^L \\ w^L \\ \theta_x^L \\ \theta_y^L \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^M \sum_{i=3}^4 N_{1(i-2)}^S \cdot \begin{Bmatrix} u^S \\ v^S \\ w^S \\ \theta_x^S \\ \theta_y^S \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} N_{1(i-2)}^S \cdot s_m & 0 & 0 \\ 0 & N_{1(i-2)}^S \cdot c_m & 0 \\ 0 & 0 & N_{1(i-2)}^S \cdot s_m \\ 0 & N_{1(i-2)}^S \cdot \gamma_m \cdot c_m & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_{1(i-2)}^S}{\partial x} \cdot s_m & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_{im}^L \\ v_{im}^L \\ w_{im}^L \end{Bmatrix}$$

$$= \sum_{m=1}^M \sum_{i=3}^4 [N_{1(i-2)m}^L] \{\delta_{im}^L\}$$

したがって、変位の差は、

$$\begin{Bmatrix} \Delta u^L \\ \Delta v^L \\ \Delta w^L \\ \Delta \theta_x^L \\ \Delta \theta_y^L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u^L \\ v^L \\ w^L \\ \theta_x^L \\ \theta_y^L \end{Bmatrix}_{[1-2]} - \begin{Bmatrix} u^L \\ v^L \\ w^L \\ \theta_x^L \\ \theta_y^L \end{Bmatrix}_{[3-4]}$$

$$= \sum_{m=1}^M [N_{11m}^L \quad N_{12m}^L \quad -N_{11m}^L \quad -N_{12m}^L] \begin{Bmatrix} \delta_{1m}^L \\ \delta_{2m}^L \\ \delta_{3m}^L \\ \delta_{4m}^L \end{Bmatrix} \quad (8)$$

となる。これらを用いて、仮想仕事の原理より、次式のような剛性方程式が得られる：

$$\begin{Bmatrix} f_{1m}^L \\ f_{2m}^L \\ f_{3m}^L \\ f_{4m}^L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11m}^L & K_{12m}^L & -K_{11m}^L & -K_{12m}^L \\ * & K_{22m}^L & -K_{12m}^{LT} & -K_{22m}^L \\ * & * & K_{11m}^L & K_{12m}^L \\ * & * & * & K_{22m}^L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{1m}^L \\ \delta_{2m}^L \\ \delta_{3m}^L \\ \delta_{4m}^L \end{Bmatrix} \quad (9)$$

ここに、

$$K_{11m}^L = \frac{l}{2} \int_0^b N_{11m}^{LT} K^L N_{11m}^L dx$$

$$K_{12m}^L = \frac{l}{2} \int_0^b N_{11m}^{LT} K^L N_{12m}^L dx$$

$$K_{22m}^L = \frac{l}{2} \int_0^b N_{12m}^{LT} K^L N_{12m}^L dx$$

また、剛性マトリックスの*は対角要素に対して対称であることを示す。

(5) 各要素の節点と接着要素の節点の結合

式 (9) は帯板要素の表面の仮想節点に対するものなので、改めて実際の帯板要素の節点と関係づけなくて

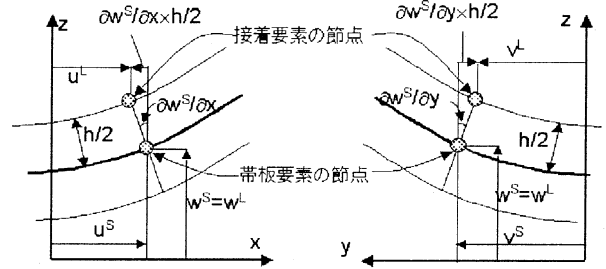


図-3 帯板要素と接着要素の節点変位の関係

はならない。接着要素は帯板要素の表面で結合していると仮定すると、図-3 に示すように接着要素と帯板要素の節点の変位間には以下のような関係がある。

$$u_i^L = u_i^S - \left[\frac{\partial w^S}{\partial x} \right]_i \cdot \frac{h}{2}$$

$$v_i^L = v_i^S - \left[\frac{\partial w^S}{\partial y} \right]_i \cdot \frac{h}{2}$$

$$w_i^L = w_i^S$$

上式に式 (1) を代入してモードごとに表せば次のようになる。

$$u_{im}^L = u_{im}^S - \theta_{im}^S \cdot \frac{h}{2}$$

$$v_{im}^L = v_{im}^S - \frac{h\gamma_m}{2} \cdot w_{im}^S$$

$$w_{im}^L = w_{im}^S$$

これらをマトリックス表示すれば次式となる。

$$\begin{Bmatrix} u_{im}^L \\ v_{im}^L \\ w_{im}^L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{h}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{h}{2}\gamma_m & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{im}^S \\ v_{im}^S \\ w_{im}^S \\ \theta_{im}^S \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$\{\delta_{im}^L\} = [R_m] \{\delta_{im}^S\} \quad (i = 1, 2) \quad (11)$$

一方、接着要素と角柱要素の節点の自由度は同じであるから、

$$\begin{Bmatrix} u_{im}^L \\ v_{im}^L \\ w_{im}^L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{im}^P \\ v_{im}^P \\ w_{im}^P \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$\{\delta_{im}^L\} = [I] \{\delta_{im}^P\} \quad (i = 3, 4) \quad (13)$$

ここに、[I] は単位マトリックスである。

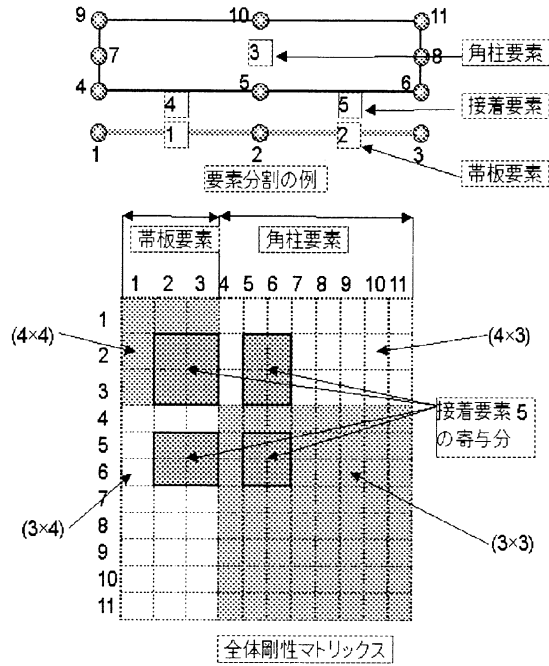


図-4 全体剛性マトリックスのデータ構造

(6) 接着要素の剛性マトリックス

式 (11) と式 (13) を式 (9) に代入して整理すると、次式のような接着要素の剛性方程式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} f_{1m}^S \\ f_{2m}^S \\ f_{3m}^P \\ f_{4m}^P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m^T \mathbf{K}_{11m}^L \mathbf{R}_m & \mathbf{R}_m^T \mathbf{K}_{12m}^L \mathbf{R}_m \\ * & \mathbf{R}_m^T \mathbf{K}_{22m}^L \mathbf{R}_m \\ * & * \\ * & * \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{1m}^S \\ \delta_{2m}^S \\ \delta_{3m}^P \\ \delta_{4m}^P \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11m}^L \mathbf{R}_m & \mathbf{K}_{12m}^L \mathbf{R}_m \\ \mathbf{K}_{12m}^L \mathbf{R}_m & \mathbf{K}_{22m}^L \mathbf{R}_m \\ \mathbf{K}_{11m}^L & \mathbf{K}_{12m}^L \\ * & \mathbf{K}_{22m}^L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{1m}^S \\ \delta_{2m}^S \\ \delta_{3m}^P \\ \delta_{4m}^P \end{Bmatrix} \quad (14)$$

帯板要素、角柱要素および接着要素からなる SLPE モデルのプログラムにおいては、4 自由度の節点と 3 自由度の節点が混在したマトリックスを取り扱うため、ベクトルやマトリックスのデータ構造には特別な注意が必要である。

本研究で開発したプログラムにおいては、要素番号や節点番号を帯板要素と角柱要素で完全に分けて割り振る。すなわち図-4 に示す構造を例にとると、節点 1 から 3 までは帯板要素の節点とし、4 から 11 までは角柱要素の節点とする。すると、全体剛性マトリックスの前半部は帯板要素の部分、後半部は角柱要素の部分に分けられる。接着要素はこれらにまたがって配置され、両者の力のやり取りを表現することになる。こうすることによって、要素剛性マトリックスの全体剛性

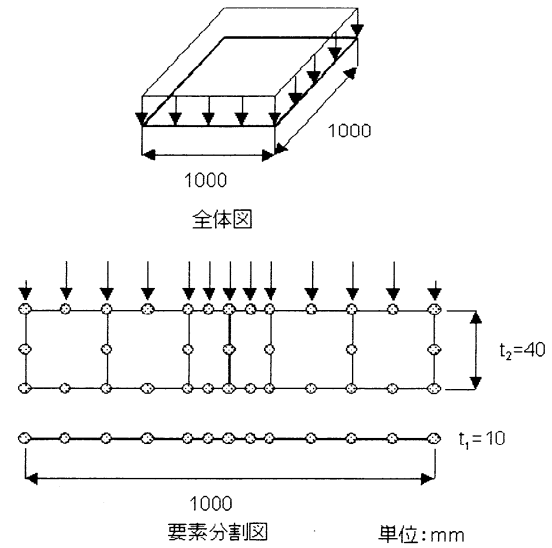


図-5 例題 1 の要素分割

表-1 例題 1 の計算結果、平板中央部のひずみ分布 (10^{-6})

ID	深さ (mm)	0	-40	-40	-50
OLU	ϵ_x	-131.4	131.4	-32.9	32.9
	ϵ_y	-130.7	130.6	-32.7	32.7
OLB	ϵ_x	-85.4	51.2	51.2	85.4
	ϵ_y	-84.8	50.9	50.2	84.9
SL	ϵ_x	-85.2	51.1	51.1	85.2
	ϵ_y	-84.9	50.9	50.9	84.9
SP1	ϵ_x	-132.1	132.3	-33.4	33.4
	ϵ_y	-130.4	130.5	-32.6	32.4
SP2	ϵ_x	-132.0	132.2	-32.9	33.4
	ϵ_y	-130.2	130.4	-32.7	32.3
SP3	ϵ_x	-84.9	51.1	49.5	85.8
	ϵ_y	-86.3	51.5	51.4	86.3
SP4	ϵ_x	-85.3	51.4	49.7	86.2
	ϵ_y	-86.6	51.7	51.3	86.6

マトリックスへの重ね合わせのルーチンが統一化され、データの取り扱いが容易になるのである。

4. 例題による検証

本章では、開発したプログラムの妥当性を検討するために、いくつかの構造について、本モデルによる解析結果と、すでに有効性が実証されている OFSM モデルによる解析結果を比較する。

(1) 例題 1：4 辺が単純支持された平板

図-5 に示すように、4 辺単純支持された正方形平板に等分布荷重が作用している場合を考える。平板の弾性

係数は $1 \times 10^4 \text{MPa}$ ，ポアソン比は 0.2，荷重強度は 0.05 MPa とした．モデルとしては以下のものを考える．

- **OLU**: 4cm と 1cm の 2 層 OFSM モデルで境界面はアンボンド．
- **OLB**: 4cm と 1cm の 2 層 OFSM モデルで境界面はボンド．
- **SL**: 5cm の 1 層 FSM モデル．
- **SP1**: 4cm のプリズム要素と 1cm の帯板要素で，境界面のばね $k_x^L = k_y^L = k_{\theta x}^L = k_{\theta y}^L = 0$ ， $k_z^L = 1 \times 10^3$ ．
- **SP2**: 4cm のプリズム要素と 1cm の帯板要素で，境界面のばね $k_x^L = k_y^L = k_{\theta x}^L = k_{\theta y}^L = 0$ ， $k_z^L = 1 \times 10^4$ ．
- **SP3**: 4cm のプリズム要素と 1cm の帯板要素で，境界面のばね $k_x^L = k_y^L = k_z^L = 1 \times 10^4$ ， $k_{\theta x}^L = k_{\theta y}^L = 0$ ．
- **SP4**: 4cm のプリズム要素と 1cm の帯板要素で，境界面のばね $k_x^L = k_y^L = k_z^L = 1 \times 10^4$ ， $k_{\theta x}^L = k_{\theta y}^L = 1 \times 10^3$ ．

なお，ばね係数の値は単位長さあたりのものでその単位は， k_x^L ， k_y^L ， k_z^L に対して MN/m/m， $k_{\theta x}^L$ ， $k_{\theta y}^L$ に対しては MN/m である．また，これらの値は，接着条件がボンドとなるようにあらかじめ予備計算によって選定されたものである．表-1 は平板中央部の厚さ方向のひずみ分布をまとめたものである．表の 1 行目は平板表面からの深さ (mm) であり，-40mm は 1 層目と 2 層目の境界面になる．2 列めの ϵ_x と ϵ_y はそれぞれ x，y 方向のひずみである．構造，荷重条件が x，y 軸に対称であるため，本来 $\epsilon_x = \epsilon_y$ であるが，SLPE モデルの計算結果には 1.6 μ 程度の誤差が見られる．境界面がアンボンドであれば，1 層と 2 層のそれぞれの中央面が中立面となるため，深さ 0mm と -40mm，および -40mm と -50mm のひずみの値は等しく符号が反対になる．一方，ボンドであれば，2 層が一体となって中立面が 2 層あわせた厚さの中央面に形成され，0mm と -50mm のひずみ量は等しく符号は反対になる．また，1 層目の底面と 2 層目の表面である -40mm では，両方の層のひずみ量は等しくなる．この表より，**OLU**，**SP1**，**SP2** のケースでは，境界面がボンドのひずみ分布を示し，それらケースの間での値がほぼ等しくなっている．一方，**OLB**，**SL**，**SP3**，**SP4** のケースのひずみ分布は，境界面がボンド条件のそれであることが分かる．以上の結果より，境界面の条件ごとに，SLPE モデルは OFSM モデルと同じ計算結果を与えることが確認された．また，SLPE は境界面のばね定数を調整することにより，ボンド，アンボンドを表現できることが分かる．

(2) 例題 2：U 型の縦リブを有する鋼床版上の舗装

図-6 に示すような，1 つの U 型縦リブを有する鋼床版舗装のスパン中央に等分布荷重が作用する場合を考える．デッキプレートの弾性係数，ポアソン比，

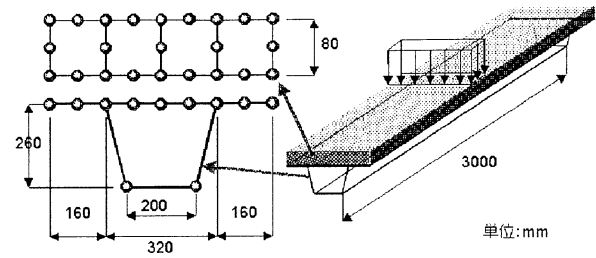


図-6 例題 2 の要素分割

表-2 例題 2 の計算結果．荷重直下のひずみ分布 (10^{-6})

ID	深さ (mm)	0	-80	-80	-92
OLU	ϵ_x	-8.5	75.6	-29.2	38.0
	ϵ_y	-256.6	78.3	-144.4	-64.0
OLB	ϵ_x	51.6	31.5	32.2	27.9
	ϵ_y	-308.9	-69.5	-69.4	-33.5
SP1	ϵ_x	-38.9	18.4	48.8	34.8
	ϵ_y	-159.9	192.9	-144.2	-84.8
SP2	ϵ_x	39.5	28.0	28.3	25.0
	ϵ_y	-282.7	-71.4	-73.5	-31.1

厚さはそれぞれ， $2.1 \times 10^5 \text{MPa}$ ，0.3，12mm，舗装は $1.0 \times 10^4 \text{MPa}$ ，0.35，80mm とした．なお，U 型縦リブの板厚は 6mm とした．SLPE モデルとしては，図-6 に示すような要素分割を考え，以下のケースを比較した．

- **OLU**：OFSM で境界面はアンボンド．
- **OLB**：OFSM で境界面はボンド．
- **SP1**：SLPE モデルで， $k_x^L = k_y^L = k_{\theta x}^L = k_{\theta y}^L = 0$ ， $k_z^L = 1 \times 10^4$ ．
- **SP2**：SLPE モデルで， $k_x^L = k_y^L = k_z^L = 1 \times 10^4$ ， $k_{\theta x}^L = k_{\theta y}^L = 1 \times 10^4$ ．

表-2 は荷重中心におけるひずみの計算結果である．表の見方は表-1 と同様である．この場合，アンボンド条件である **OLU** と **SP1** では舗装内のひずみがかなり異なる．これは舗装の厚さが厚いため，局所的な変形が顕著に表れたためである．ボンド条件である **OLB** と **SP2** の間でもアスファルト層のひずみはかなり異なる．このように，舗装が厚い場合には，曲げ変形では考慮できない舗装内の局所的な変形が無視できなくなる．ただし，**SP2** において，アスファルト層底面とデッキプレート表面のひずみ量はほぼ等しく，ボンド条件を満足していると考えてよい．

5. 実橋における載荷試験による検証⁸⁾

(1) 載荷試験概要

本実験は神奈川県湘南銀河大橋 (3 径間連続鋼斜張橋) で実施された．厚さ 12mm のデッキプレートにグースアスファルト混合物 40mm と改質 I 型アスファルト

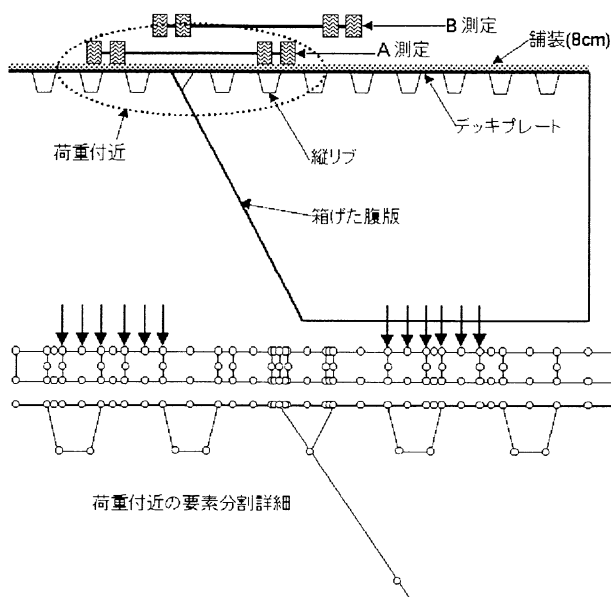


図-7 実橋における荷重試験の要素分割

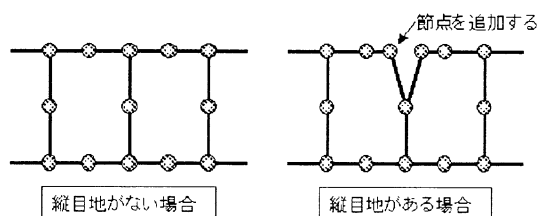


図-8 縦目地のモデル化

表-3 計算条件

項目	アスファルト層	デッキプレート	縦リブ
弾性係数 [MPa]	1000, 5000	208000	208000
ポアソン比	0.35	0.3	0.3
厚さ [mm]	80	12	6

混合物 40mm が載った舗装構造であった。横げた間隔 10m のスパン中央部の舗装表面横断方向にひずみゲージを貼り付け、大型車トラックの後軸を近づけてひずみを計測した。この計測は箱げた腹板接合部に縦目地を設置する前後で実施し、縦目地の効果を確認した。後軸中心を縦目地設置位置に合わせた A 測定と、一方の複輪の中心を箱桁腹板接合部に合わせた B 測定という形で荷重を行った。荷重試験の詳細は文献⁸⁾を参照されたい。

(2) 計算モデル

図-7 はこの荷重試験に対する SLPE モデルの要素分割である。鋼床版については、断面のほぼ半分の片側車線のみについて帯板要素にて分割した。舗装部分は 1 層として扱い、タイヤが作用する位置に合わせて、要素分割を行った。縦目地は図-8 に示すように、縦目地

設置部に節点を一つ追加し、その部分で隣り合う要素の 1 部を切り離すことによってモデル化した。材料定数は表-3 に示すとおりである。特にアスファルト混合物の変形係数は荷重速度や温度によって変化するので、その値の設定が問題となる。通常のアスファルト混合物であれば、荷重荷重時間を 2 秒、混合物温度を 10°C とした場合、1000MPa 程度である¹⁰⁾。一方、最近用いられている改質系のアスファルト混合物やゲースアスファルト混合物の場合はそれよりもやや高い¹¹⁾。そこで、アスファルト層の剛性の影響をみるために、1000MPa および 5000MPa の 2 種類を設定した。アスファルト層とデッキプレートの接着条件はボンドとし、接着要素のばね係数の値は例題 2 の SP2 と同じとした。

(3) 実験結果との比較

図-9 は目地設置前における横断面に沿ったアスファルト表面のひずみ分布を示している。左の図は後軸の中心を箱桁腹板接合部に一致させた A 測定の結果、右の図は一方の複輪の中心を箱桁腹板接合部に一致させた B 測定の結果である。黒丸は横断方向の実測ひずみ、白丸は橋軸方向の実測ひずみを示している。SLPE による計算値は、横断方向のひずみを実線で、橋軸方向のひずみを破線で表している。細い線がアスファルト層の弾性係数を 1000MPa とした結果で、やや太い線はアスファルト層の弾性係数を 5000MPa とした結果である。

A 測定の場合、実測によれば腹板接合部に大きな横断方向の引張ひずみが発生している。一方タイヤ直下においては圧縮ひずみが生じている。計算値はこのような傾向をよく表現している。とくに、アスファルト層の弾性係数を 5000MPa とした場合には、腹板接合部における実測の値とほぼ一致している。ひずみ分布は、荷重作用位置付近以外の縦リブ接合部において引張となっている。

B 測定の場合には、腹板接合部の引張りひずみは A 測定の場合ほど大きくはならないが、それでもやや大きな引張りひずみになっている。また、後軸中心付近の縦リブ接合部にやや大きな引張りひずみが観測された。計算値はこのような傾向を捉えてはいるが、値そのものはアスファルト層の弾性係数によって大きく異なる。全体として、アスファルト層の弾性係数が 5000MPa の場合のひずみ量は、アスファルト層の弾性係数が 1000MPa の場合の半分程度になっている。特に 1000MPa の場合、ひずみ分布は縦リブ接合部で大きく変化する。このように、アスファルト層の弾性係数が小さくなると、舗装のひずみは鋼床版の構造に大きく影響される。

図-10 は目地設置後におけるアスファルト表面のひずみ分布を示している。図中の凡例は先の図と同様であり、縦目地の位置を破線で示した。この場合、縦目地

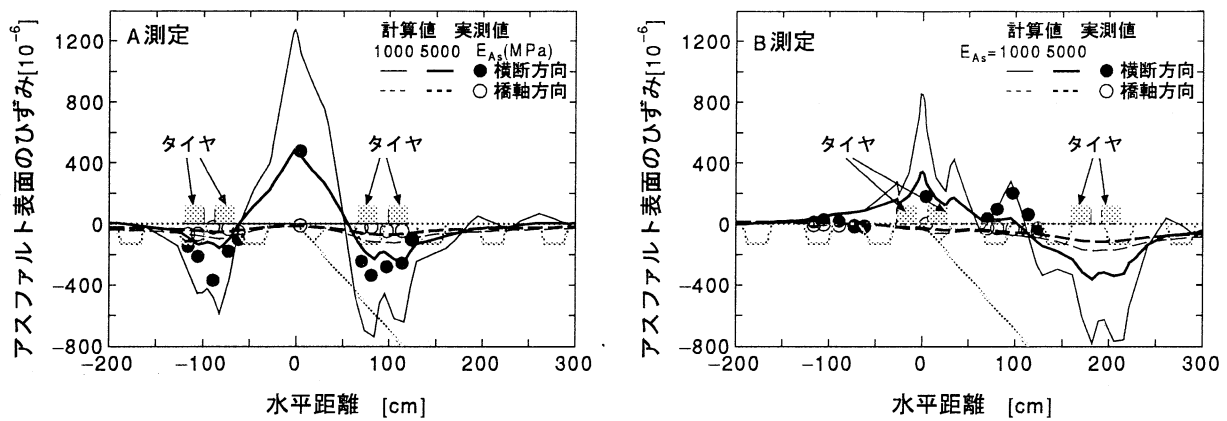


図-9 目地設置前におけるアスファルト表面のひずみ分布

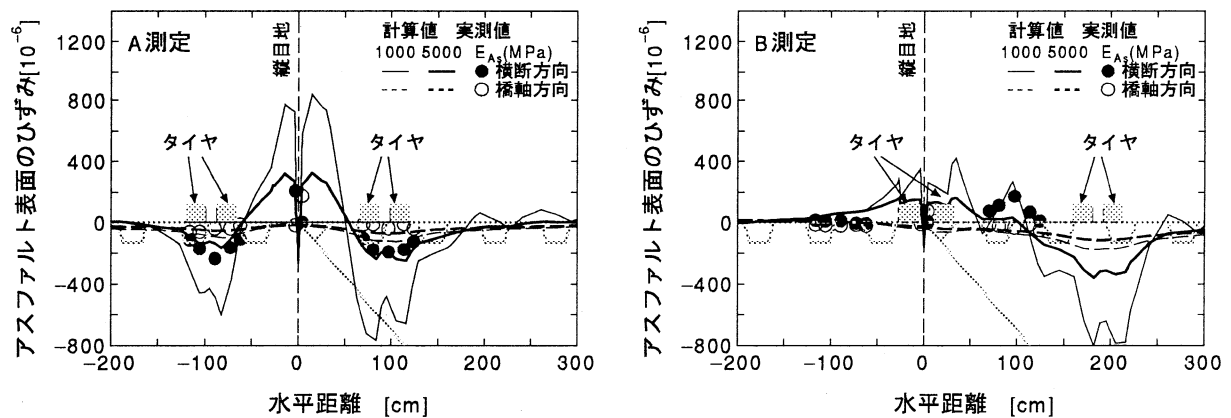


図-10 目地設置後におけるアスファルト層表面のひずみ分布

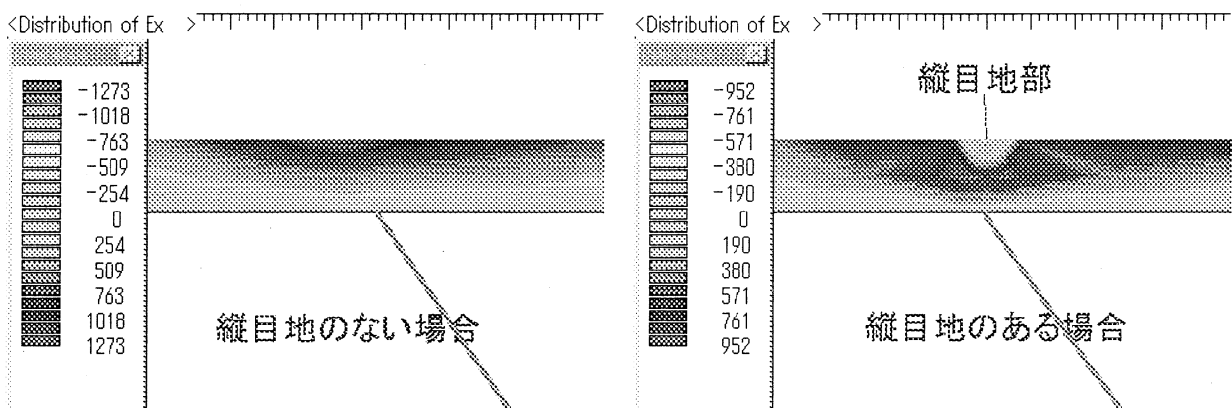


図-11 目地部のひずみ (ϵ_x) 分布

位置における実測された引張ひずみは大きく減少している。計算値は、目地近傍でひずみが激減しているが、それ以外では、目地がない場合とほとんど同じひずみとなっている。すなわち、目地の効果は目地設置近傍のきわめて限られた場所のみであって、それ以外の腹版接合部周辺には、依然として比較的大きな引張ひずみが生じていることになる。この場合も A 測定においてはアスファルト層の弾性係数が 5000MPa の場合の計算値が実測値と良く一致しており、B 測定の場合には 1000MPa の計算値に近い。

先に述べたように、SLPE モデルはアスファルト層の局所的な変形を解析することができる。図-11 は、箱桁腹板接合部周辺における ϵ_x の分布を示したものである。色が濃いほど、 ϵ_x の値が大きいことを示している。図から明らかなように、目地がないと ϵ_x の分布は厚さ方向で引張から圧縮に変化しており、ほぼ一般的な曲げの状態になっているといえる。一方、目地があると、目地の周辺のひずみが極端に減少するが、ひずみが減少している領域は非常に小さな範囲に限られていることがわかる。

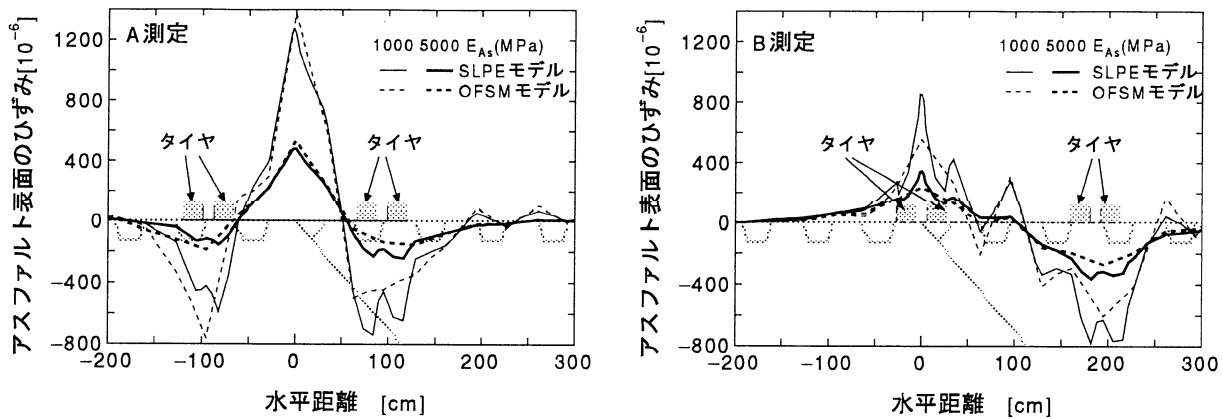


図-12 OFSM モデルと SLPE モデルの比較 (目地設置前, アスファルト表面の横断方向ひずみ)

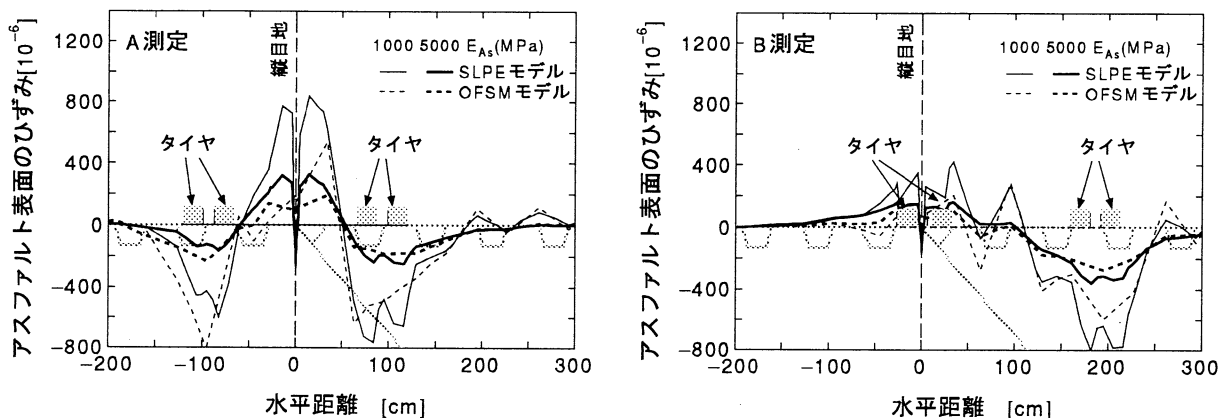


図-13 OFSM モデルと SLPE モデルの比較 (目地設置後, アスファルト表面の横断方向ひずみ)

(4) OFSM モデルとの比較

SLPE モデルの特性を見るために, OFSM との比較を行った. 計算モデルは, 載荷試験を行った鋼床版舗装であり, 計算条件はさきほどと同様である. 図-12 は目地設置前の横断方向のひずみ分布を比較した結果である. A 測定においては, 腹版接合部のひずみは両モデルの結果はほぼ同じであるが, タイヤ直下においては, SLPE の計算値はタイヤの間で微妙に変化している. B 測定においても, SLPE の計算値はタイヤ間の腹版接合部の大きなひずみ変化を捉えている.

図-13 は目地設置後のひずみ分布の比較である. 目地設置による目地付近のひずみの減少は, OFSM においてやや広い範囲に及ぶが, SLPE ではその効果は非常に局所的である. したがって, SLPE では目地設置後も目地付近に, 依然として大きな引張ひずみが計算される. このような傾向は B 測定においても同様である.

以上のことから, OFSM に比較して, SLPE は鋼床版舗装の細かなひずみの変化をよく表現することができるということがわかる.

(5) 移動荷重

SLPE モデルによるプログラムにおいては, 荷重の y 方向の位置を y 座標値によって与えればよいので, 荷

重の移動を比較的容易に扱うことができる. 載荷実験においては大型車後軸をゲージ位置に近づけながらひずみ計測を行っているので, SLPE によってそのような荷重の移動によるひずみの変化を計算した. 図-14 は, 荷重の移動による腹版接合部のアスファルト層表面の横断方向ひずみの変化である. A 測定の場合, 荷重の移動によってもひずみはあまり大きく変化しない. これは荷重である後軸の軸間距離が 1.3m であるダンデム軸のため, 荷重が作用する範囲が広いからである. この場合, アスファルトの弾性係数を 5000MPa とすると実測値と非常に良く合うことがわかる. B 測定の場合, 荷重の移動によるひずみの変化はやや大きく, タイヤの接近によるピークが見られる. 計算値に比べ測定値はやや小さな値となるが, 荷重移動に伴う変化の傾向は計算値と同じである.

6. あとがき

本研究においては, 鋼床版舗装の力学的な挙動を, 鋼床版の構造を含めて解析できる FEM モデルを開発した. 本モデルは, 鋼床版を表現する帯板要素と舗装を表現する角柱要素を接着要素によって結合したものである. 帯板要素と角柱要素は自由度が異なるために, 両

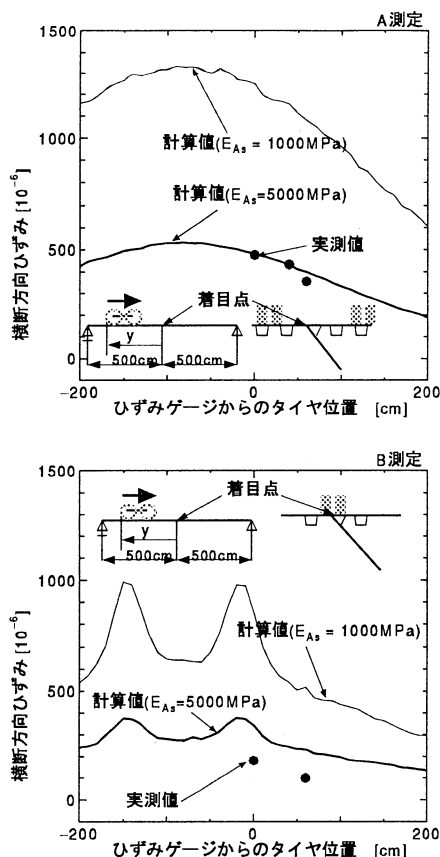


図-14 荷重移動によるひずみの変化

者を結合する接着要素は特殊な要素となる。本モデルに基づいた FEM プログラムを開発し、プログラムの妥当性を簡単な例題により検証した。さらに、実橋における載荷実験結果と本モデルによる計算結果との比較によって、モデルの実用性も確認した。本モデルの特徴は以下のとおりである

1. 角柱要素を採用することによって、舗装内部の細かなひずみ変化を表現することができる。
2. 特に舗装の剛性が低く、局所的な変形が生ずる場合に威力を発揮する。
3. 接着要素のパラメータの与え方によって、デッキ

プレートと舗装の接着効果を表現できる。

4. 舗装の縦目地を表現できる。とくに舗装に部分的にカットを入れたような目地をモデル化できる。

謝辞 実橋における載荷実験データは、神奈川県と大成ロテック株式会社からご提供いただいた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 多田宏行：橋面舗装と設計施工，鹿島出版会，1996。
- 2) 佐々木道夫：橋面舗装と鋼床版，アスファルト，Vol. 38，No. 187，pp.44-53，1996。
- 3) 松川真輔，吉兼亨，福永克良：硬化性アスファルトを用いた鋼床版舗装のひずみ挙動について，第 15 回日本道路会議論文集，pp.385-386，1983。
- 4) 林秀侃，石崎嘉明，井元泉：鋼床版舗装の実橋載荷による挙動特性について，第 20 回日本道路会議論文集，pp.512-513，1993。
- 5) 角和夫：関西国際空港における橋面舗装，アスファルト，Vol.38 No.187，pp.29-35，1997。
- 6) 飯島尚，小島逸平：鋼床版舗装の疲労曲線，第 15 回日本道路会議論文集，pp.383-384，1983。
- 7) 岩崎雅紀，永田考，西川武宏，小塩達也，山田健太郎：アスファルト舗装が鋼床版の疲労に及ぼす影響，土木学会論文集，No.563/I-39，pp.161-171，1997。
- 8) 西澤辰男，姫野賢治，佐藤亮一，佐藤育正：鋼床版舗装の構造解析法に関する研究，土木学会論文集，No.627/V-44，pp.103-112，1999。
- 9) 西澤辰男，松野三朗：アスファルト舗装の車輪走行位置に生ずる縦表面ひび割れについて，土木学会論文集，No.478/V-21，pp.71-80，1993。
- 10) 笠原篤，岡川秀幸，菅原照雄：アスファルト混合物の動的性状とその舗装構造の力学解析への利用，土木学会論文報告集，第 254 号，pp.107-117，1976。
- 11) 中西弘光：鋼床版舗装への碎石マスチック混合物の適用について，舗装，Vol.33，No. 8，pp.4-11，1998。
- 12) Cheung, Y.K.: Folded Plate Structures by Finite Strip Method, Proc. of ASCE, Vol. 95, No. ST12, pp.2963-2979, 1969。
- 13) 草間晴幸，谷山健：有限帯板要素法，日刊工業新聞社，1994。
- 14) O.C. ツィエンキーヴィッツ，吉識雅夫，山田嘉昭監訳：マトリックス有限要素法，培風館，pp.371-378，1996。

(1999.8.23 受付)

DEVELOPMENT OF A STRUCTURAL MODEL WITH PRISM ELEMENT AND STRIP ELEMENT FOR PAVEMENT ON STEEL PLATE DECK

Tatsuo NISHIZAWA

The structural model for pavements on steel plate deck should be able to deal with structure of the steel plate deck as well as pavement structure. This paper presents a structural model using the strip element and prism element. In this model, the steel plate deck is modeled by the strip element and the pavement is divided with the prism element. The strip element and the prism element are connected with a link element. This model is able to analyse the local deformation of pavement, particularly with low stiffness. The validity of the model was verified with numerical examples and comparisons with the experimental results obtained on an actual pavement on a steel plate deck.