ＦＷＤ試験による弾性係数推定の精度向上に関する検討

松井邦人[1]・黒林　功[2]・西山大三[3]

[1]フェロー会員　Ph.D　東京電機大学教授　理工学部　建設工学科　（〒350-0394　埼玉県比企郡鳩山町石坂）
[2]学生会員　東京電機大学　理工学研究科　建設工学専攻　（〒350-0394　埼玉県比企郡鳩山町石坂）
[3]　東京電機大学　理工学研究科　建設工学専攻　修了　（アイオワ大学留学中）（Iowa City, IA 52242, USA）

最小二乗法の概念に基づき，ＦＷＤ試験データを逆解析して舗装構成層の弾性係数を推定するとき，結果のばらつきが非常に大きいとの指摘がある．これは，逆解析問題に共通する測定誤差と数値計算上の不安定性に原因があると思われる．本研究の結果，特異値分解と適切な閾値を設定して正規マトリックスのランク落ちを行うことにより，フレキシブルな舗装に対する逆解析の精度が向上することが明らかになった．また同時に，コンクリート舗装では，ガウス・ニュートン法を適用しても数値計算上の問題点のため良い結果が得られないことも明らかになった．

Key Words　:　*FWD, pavement, backcalculation, elastic moduli, linear elastic theory, Gauss-Newton method*

1. はじめに

舗装を合理的に維持管理していくという工学的かつ経済的な見地から，舗装各層の構造特性を知るだけでなく交通荷重の作用下で舗装の挙動と個々の層の間の相互作用を理解することが重要である．この目的を達成するため，種々様々な非破壊試験機が開発され，利用されてきている．

異なった試験機を利用する技術者が，それぞれの試験機の長所，短所だけでなく舗装技術者としての共通の理解を得る目的でＡＳＴＭ(American Society for Testing Materials)は1988年に舗装の非破壊試験と逆解析に関する第１回国際シンポジウムを開催している．その後，1993年に第２回シンポジウムが開かれ，1999年に第３回シンポジウムが開かれることになっている．

ＴＲＢ(Transportation Research Board)では，1991年に非破壊たわみ測定試験の可能性と限界，および舗装材料の剛性推定のための逆解析に関するシンポジウムを開催している．さらに，ＩＳＯＥ(International Society of Optical Engineering)は1996年に橋梁と道路の非破壊評価の国際シンポジウムを開き，さらに，1998年には老朽化するインフラストラクチャーと生産設備のための非破壊評価技術に関する国際シンポジウムをＩＳＯＥ，連邦航空局，非破壊試験情報センター，連邦道路局の主催で開催されることになっている．このように相次ぐ国際シンポジウムの中で，ＦＷＤに対する注目度は非常に高くなっている．

わが国では，1991年，1993年，1995年とこれまで３回，国内の主なＦＷＤ試験機が一同に集まり，共通試験が行われた．ＦＷＤ研究会の中で，測定データの分析，逆解析手法の開発，さらに舗装構造の特性評価を行ってきた．しかし，測定された表面たわみから舗装の層弾性係数の推定方法については必ずしも信頼を得ていない．良い評価が得られない最大の理由は，１台のＦＷＤ試験機を用い，同じ場所で繰り返し表面たわみを測定すると，測定データのばらつきは小さいものの，逆解析結果が大きくばらつくためである．

このようなばらつきの原因には，以下のようなことが考えられる．

1) たわみ測定誤差：系統誤差と偶然誤差が考えられる．

逆解析結果に与える影響は大きい．系統誤差はキャリブレーションして取り除くことが重要．偶然誤差の影響は，測定回数を増やすこととセンサーの数を多くすることで減少できる．

2) モデルパラメータ誤差：逆解析に用いる層厚やポアソン比が正しくない場合に発生する．層厚誤差の影響は無視できない量であるが，測定誤差の影響に比べ，かなり小さい．ポアソン比の誤差の影響は十分に小さく，標準的な値を用いて良い．

3) モデル化誤差：非線形挙動を示すものに線形モデルを用いたり，動的モデルを用いるべきものに静的モデルを適用する場合に生じる．FWD試験は衝撃試験であるにもかかわらず，慣習的に静的モデルで逆解析を行っている．工学的にそれで良いと思われる場合もあるが，十分に検討する必要があると思われる．

4) 逆解析アルゴリズムの不安定性：逆解析問題に潜在する数値解析上の不安定性である．測定誤差が大きいとアルゴリズムの不安定性の影響が顕著に現れるので，計算精度に十分配慮する必要がある．本研究では５種類のアルゴリズムで逆解析した結果を示すことにより，適切なアルゴリズムの選択の重要性を示した．

舗装を対象とした逆解析において，そのアルゴリズムの不安定性については十分に検討されてきたとは言えない．本研究は，非線形最小２乗法の概念に基づく逆解析アルゴリズムの不安定性に配慮しつつ，信頼できる逆解析ソフトウェアの開発と，それが適用できる舗装構造の範囲について検討することを目的としている．

2. 理論的検討

(1) 理論

FWD試験で計測した表面たわみから舗装を構成する各層の弾性係数を推定していることが行われている．色々な方法が提案されているが，ここでは非線形最小二乗法の概念を用い，測定したたわみと解析たわみの差ができる限り小さくなるように各層の弾性係数を求めている．すなわち，

$$\min \mathbf{J} = \{\mathbf{u} - \mathbf{z}(\mathbf{X})\}^{\mathrm{T}}\{\mathbf{u} - \mathbf{z}(\mathbf{X})\} \qquad (1)$$

$\mathbf{u} = \{u_1, u_2, \cdots, u_n\}^{\mathrm{T}}$ ： 測定たわみ

$\mathbf{z} = \{z_1, z_2, \cdots, z_n\}^{\mathrm{T}}$ ： 解析たわみ

$\mathbf{X} = \{X_1, X_2 \cdots, X_m\}^{\mathrm{T}}$ ： 未知パラメータ

最小値を見つけるためには繰り返し計算が必要となる．未知パラメータ$\mathbf{X}$は，各層の弾性係数，あるいはその係数を変換したものである．$\mathbf{X} = \mathbf{X_0}$においてテイラー展開を適用すると

$$\mathbf{z}(\mathbf{X_0} + \mathbf{dX}) = \mathbf{z}(\mathbf{X_0}) + \mathbf{AdX} \qquad (2)$$

ここに，$\mathbf{A} = [\quad]$は$n \times m$のマトリックスである．式(2)を式(1)の$\mathbf{z}$に代入し$\mathbf{dX}$で偏微分すると

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\,\mathbf{dX} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}(\mathbf{u} - \mathbf{z}) \qquad (3)$$

上式のような定式化をガウス・ニュートン法と呼んでいる．また，式(2)の左辺を$\mathbf{u}$とおき，書き直すと

$$\mathbf{A}\,\mathbf{dX} = \mathbf{u} - \mathbf{z} \qquad (4)$$

$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$を式(4)の左から掛けても式(3)が得られる．
上式を解いて補正量$\mathbf{dX}$を求める．式(3)はm元線形連立方程式であるので，解く方法は色々存在する．しかし，左辺の係数マトリックスは，明らかに対称であるが必ずしも性質が良くないため，計算には注意を要する．

マトリックスの性質の良否を判定する指標に条件数(condition number)がある．条件数は最大特異値を最小特異値で除したものである．従って，特異値分解を用いて計算するのが便利である．$\mathbf{A}$を特異値分解すると

$$\mathbf{A} = \mathbf{UDV}^{\mathrm{T}} \qquad (5)$$

ここに、$\mathbf{D}$は特異値からなる対角マトリックスであり，

$$\mathbf{U}^{\mathrm{T}}\mathbf{U} = \mathbf{VV}^{\mathrm{T}} = \mathbf{I} \qquad (6)$$

式(4)を特異値分解を用いて解くと，

$$\mathbf{dX} = \mathbf{VD}^{-1}\mathbf{U}^{\mathrm{T}}(\mathbf{u} - \mathbf{z}) \qquad (7)$$

また式(3)の右辺に特異値分解を適用すると，

$$\mathbf{dX} = \mathbf{VD}^{-2}\mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}(\mathbf{u} - \mathbf{z}) \qquad (8)$$

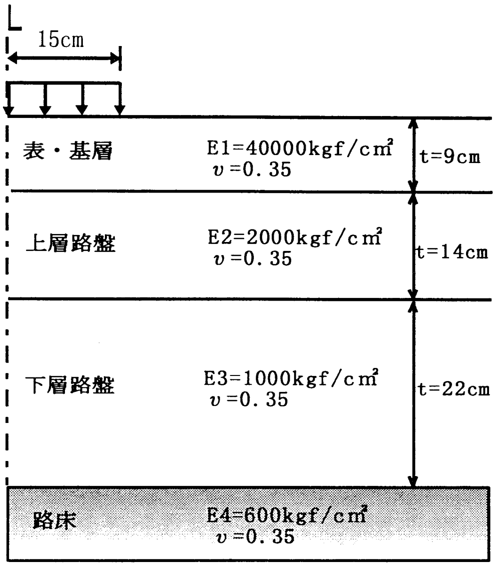
と書くことができる．式(5)を式(3)の両辺に代入すると式(7)と同じ結果が得られる．しかし，式(3)の左辺にのみ式(5)を適用すると，式(3)の右辺の係数マトリックスの条件数は式(4)の条件数を二乗したものとなり，条件数の悪い（大きい）連立方程式を解くことになる．いま，一般に$\mathbf{Cb} = \mathbf{f}$という連立方程式があるとき，$\mathbf{f}$が$\mathbf{df}$だけ変化するとき，$\mathbf{b}$は$\mathbf{db}$だけ変化する．この関係を

$$\frac{\|\mathbf{db}\|}{\|\mathbf{b}\|} \le (\mathbf{C}\text{の条件数}) \times \frac{\|\mathbf{df}\|}{\|\mathbf{f}\|} \qquad (9)$$

と表せる．$\|*\|$は*のノルム（ベクトル*の大きさ）を表している．言い換えると条件数は右辺の相対誤差の拡大率の最大値を意味している．すなわち，式(3)を解くより，式(4)を解く方が測定誤差の拡大率が小さいと言うことができる．

(2) 計算例

式(3)を直接ガウス・ジョルダン法，コレスキー法，ＱＲ分割法，等を用いて解くことが多い．本研究では，



図－１　舗装構造断面

表－１　シミュレーションたわみ（μm）

センサー位置	D0	D200	D450	D600	D900	D1500
表面たわみ	900	724	472	377	260	154

図－１に示すような舗装断面を対象として，数値シミュレーションによりアルゴリズムの収束性について比較した．この断面に半径15cmの円形等分布荷重5tfを載荷したときの表面たわみを表－１に示した．

図－１の断面の解析たわみを基準として，変動係数１%となるたわみを100セット準備した．式(3)をガウス・ジョルダン法，コレスキー分割法，ＱＲ分割法等の５種類の方法で解き，逆解析弾性係数を比較した．

この比較の中で使用したＢＡＬＭ97'(Back Analysis for Layer Moduliの97年度版)では，弾性係数を変数とするのではなく，変数変換した弾性係数を，その初期値で除し無次元化したものを変数とし，一般化逆行列を適用している．繰り返し計算の収束判定に変数の変化率を用い，すべての変数の変化率が0.1%以下となれば収束したとみなし計算を打ち切っている．収束までの繰り返し計算回数を表－２に示す．シミュレーションデータを用いる限り，計算手法の間で大きな差は見られない．

次に，第１回共通試験データを用いて逆解析を行った．対象とした舗装断面は図－１と同じであり，使用したデータは機関A, B, Cの３台のＦＷＤ試験機で測定されたデータである．それぞれの試験機で50回計測を行っている．この実測データを用いて50個のデータを個々に逆解析したとき，収束までの繰り返し計算回数を表－３に示す．ガウス消去法では，ほとんどが収束せず，最大繰り返し計算回数として設定した200回に達している．総合

表－２　収束までの繰り返し計算回数（全データ数 100）

	muji	gt-svd	QR	jordan	chole
0～20	78	60	69	69	71
21～50	11	16	15	15	13
51～100	4	7	5	5	2
101～150	0	3	1	1	0
151～200	7	14	10	10	14

表－３　収束までの繰り返し計算回数（全データ数 50）

機関A	muji	gt-svd	QR	jordan	chole
0～20	33	30	29	0	32
21～50	14	16	19	0	15
51～100	2	3	1	0	2
101～150	0	0	0	0	0
151～200	1	1	1	50	1
機関B					
0～20	1	1	2	0	1
21～50	42	8	5	0	8
51～100	3	6	7	0	9
101～150	1	3	3	0	1
151～200	1	30	31	48	35
機関C					
0～20	8	4	6	0	8
21～50	20	28	22	0	23
51～100	12	5	7	0	7
101～150	1	4	4	0	2
151～200	9	9	11	50	10

プログラム名
muji　：一般化逆行列法，特異値分解，無次元化(BALM97')
gt-svd：ガウス・ニュートン法，特異値分解
QR　　：ガウス・ニュートン法，QR分割法
jordan：ガウス・ニュートン法，ガウス・ジョルダン法
chole ：ガウス・ニュートン法，コレスキー法

的に判断して，無次元化を取り入れた一般化逆マトリックスの収束性がよい．理由として考えられることは，シミュレーションデータでは，誤差は測定値だけであるが，実測データは測定誤差だけでなく，モデルの曖昧さも影響するため，更に計算が不安定になるためであろう．

無次元化を取り入れた逆解析では，条件数が他と比較して小さい．すなわち，式(9)の誤差の拡大率が小さくなるためであろうと思われる．一般化逆行列の計算は特異値分解を行うと，条件数を計算することができ便利である．条件数が大きくなりすぎるときランクを落とし，見かけの条件数を下げ，計算の安定化を図ることができる．最大特異値×10^{-3}を閾値とし，特異値が閾値より小さくなるとマトリックスのランクを下げている．

尚，表－２，表－３の第１列目は収束するまでの繰り返し計算回数である．例えば表－２の21～50は，収束するまでの繰り返し計算回数が21回以上50回以下を意味している．mujiを使用した場合11個のデータがその範囲で収束している．

3. 逆解析弾性係数の精度向上の検討

(1) 数値シミュレーション

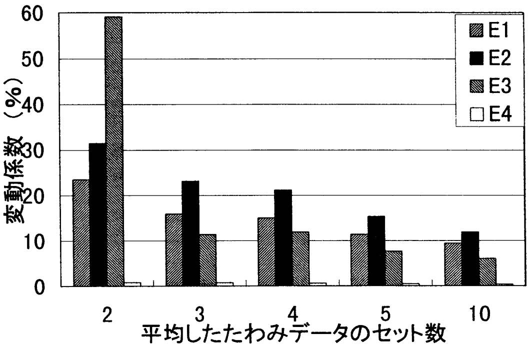
ＦＷＤ試験で同じ場所で数回計測したデータを逆解析すると，得られた弾性係数の間にしばしば大きなばらつきが存在する．信頼できる逆解析手法が選択されたとすると，逆解析結果のばらつきの原因は測定誤差が支配的になると言うことができる．測定誤差は繰り返し計測することで，誤差の影響を軽減できる．

図－１のアスファルト舗装を対象として，表－１のたわみを平均値，変動係数を１%で正規分布すると仮定して100 セットのたわみデータを算出した．その中から n(=2, 3, 4, 5,10)セットの平均値を用いて逆解析を行い，各層の弾性係数の変動係数を図－２に示す．予測されることであるが，平均したたわみデータ数が多いほど逆解析弾性係数のばらつきが小さくなっている．なお使用したプログラムは muji である。

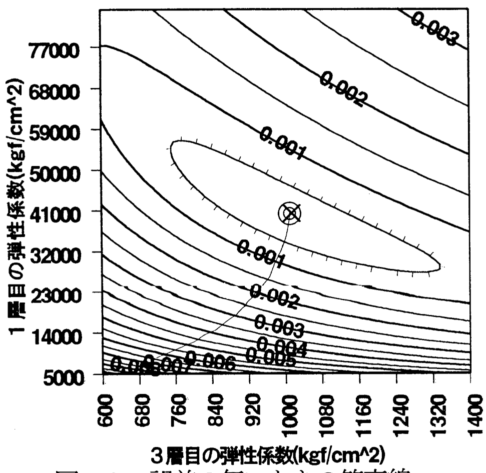
(2) 評価関数の等高線

本問題のような非線形最小化問題において，その解を求めるため繰り返し計算を用いる．その収束過程の安定性・不安定性を調べることも結果の信頼度を判断する上で重要である．評価関数の等高線を描くことは，収束過程をビジュアルに見ることが出来ると言う長所があるが，一方２次元に限られると言う欠点もある．本問題は未知パラメータが４個であるので４次元ということになるが，２個の未知パラメータの値を固定すると２次元に投影した平面上で等高線を描くことが出来る．

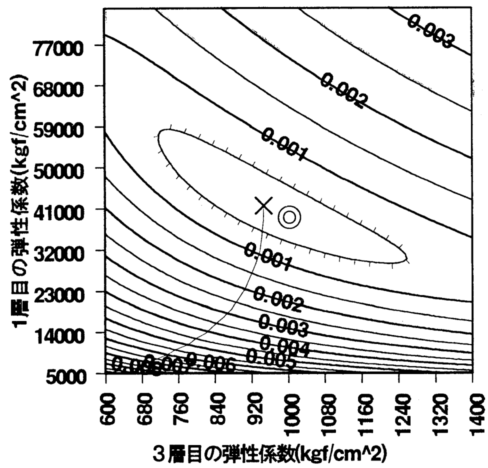
ここでは，E2, E4 の値を固定して，E1－E3 平面上に等高線を描いた．図－３は測定誤差の無いときの等高線であり，図－4 は測定誤差が含まれるときの等高線の例である。両図は似かよっているものの若干異なっている．両図に示された◎印は図－１に示した真値の位置であり×印は収束値である．初期値を E1=5000kgf/cm^2, E3=600kgf/cm^2 として，E2, E4 についてはそれらの真値 2000kgf/cm^2, 600kgf/cm^2 にそれぞれ固定して逆解析を行い，その収束状態をそれぞれの図に示した．図－3 では◎印に収束しているが, 図－4 では◎印で最小とならず，離れたところに収束している．しかし，どちらの場合も安定して収束していることが読みとれ，繰り返し計算上の不安定性は生じていない．



図－２　各平均データ数における弾性係数の変動係数



図－３　誤差の無いときの等高線



図－４　誤差が含まれるときの等高線

4. 実測データのばらつきと逆解析結果

第１回 FWD 共通試験の中から，３機関(A,B,C)のデータを用いて上に述べたシミュレーションと同様に n(= 1, 3, 5)セットの平均値を用いて逆解析を行った．舗装断面の寸法，ポアソン比は必ずしも正しくないため，測定誤差だけでなく，それらの誤差も逆解析結果に現れている．しかし個々の誤差の影響を分離することはできない．

(1) 測定データ

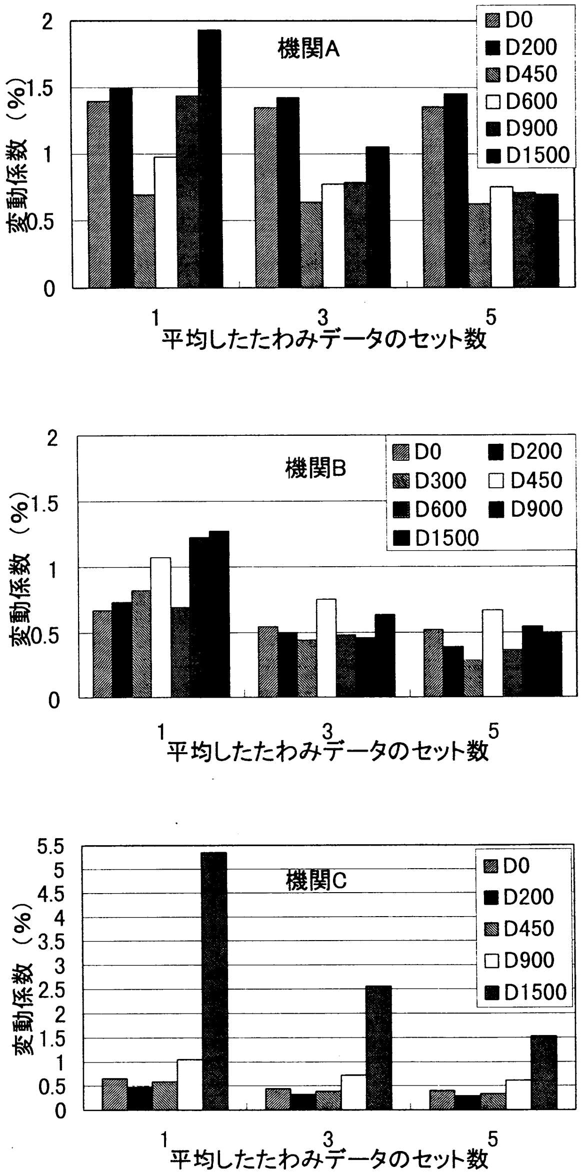
3機関のデータはそれぞれ約50セットである．各機関の平均たわみを表－4に，変動係数を図－5に示す．測定データのばらつきは数値シミュレーションで用いたたわみデータのばらつきと比べ，遙かに大きいが，平均化することによりばらつきを軽減できる．ただし機関Aにおいては，載荷点に近いD0とD200で計測回数が増すごとに，たわみが徐々に小さくなっている為，平均化してもあまりばらつきに変化はみられなかった．

(2) 逆解析結果

各機関の逆解析結果を表－5に示す．括弧内は標準偏差である．また，図－6に変動係数を示す．平均をした測定たわみのデータセット数が多いほど，逆解析弾性係数の変動係数も小さくなっている．しかし，機関Cの変動係数は非常に大きくなっている．この理由として考えられることは，センサー数が他の機関より少ないことに加え，D1500のたわみのばらつきが非常に大きいことである．一般に逆解析を行うと路床の弾性係数は最も早く収束し安定しているが，機関Cのデータでは，逆解析結果の変動係数は小さいものの，繰り返し計算過程で路床の弾性係数がある幅で常に変動している．その傾向が上位の層に影響し，上層・下層路盤の逆解析弾性係数のばらつきが大きくなっている．

(3) 一部の弾性係数の固定

ＢＡＬＭ97’では，任意の層の弾性係数を所定の値に固定して逆解析を行うことができる．路床弾性係数の変動が上位の層のばらつきに影響すると思われるので，路床弾性係数の収束過程における値の変動を参考に平均的な値に固定して逆解析を行った．その結果を表－6に，変動係数を図－7に示す．逆解析結果の平均値はほとんど影響を受けないものの，上位の層の逆解析弾性係数の変動係数はかなり小さくなり，その傾向は機関Cで特に顕著である．弾性係数の値を一つ固定することにより，未知パラメータの数が減るだけでなく測定誤差の影響を低減できる．



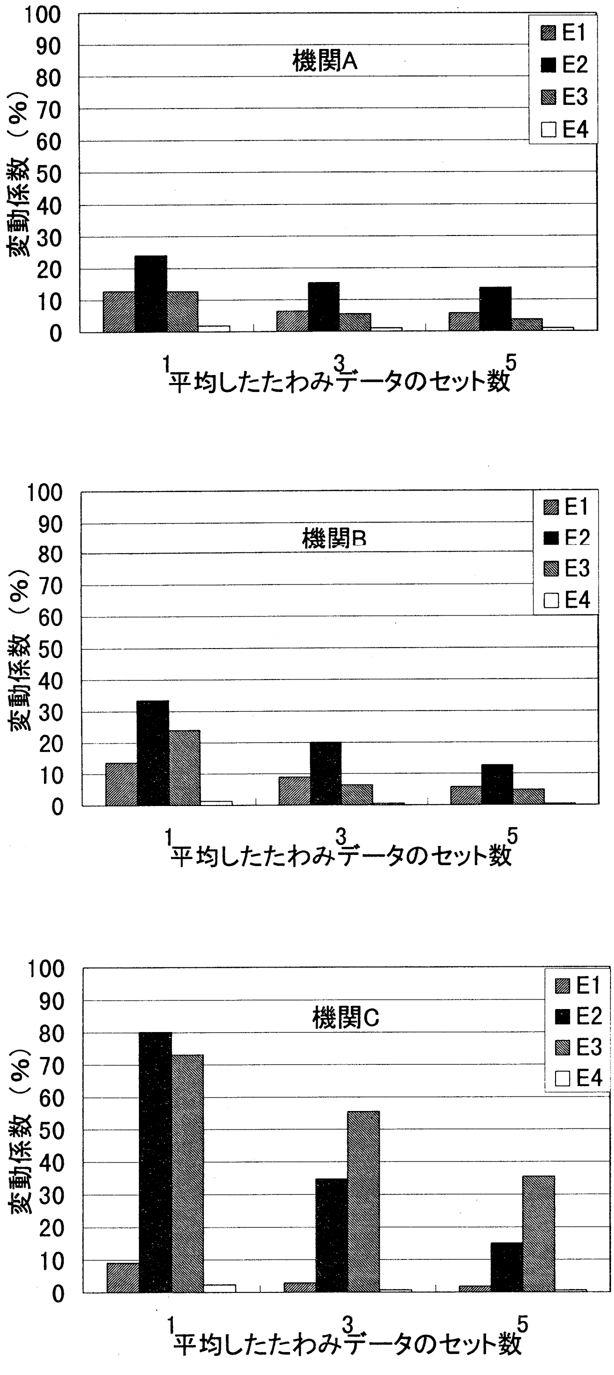
図－5　各機関のたわみの変動係数

表－4　各機関の平均たわみ（μm）

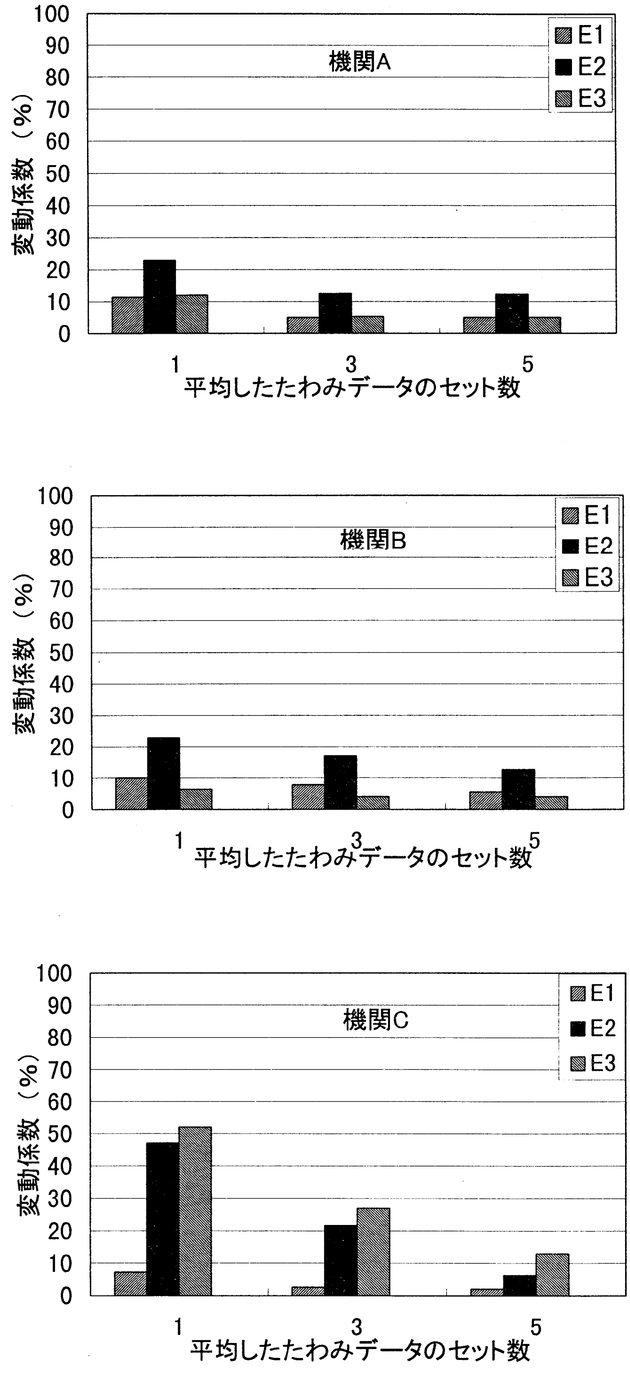
センサー位置	D0	D20	D30	D45	D60	D90	D150
機関A	1033	815	—	495	378	243	136
機関B	998	827	691	533	413	269	146
機関C	949	780	—	492	—	237	140

表－5　各機関の逆解析結果（kgf/cm²　（ ）内は標準偏差　：　1 kgf/cm²　→　0.098 MPa）

機関	A				B				C			
	E1	E2	E3	E4	E1	E2	E3	E4	E1	E2	E3	E4
1セット	32738 (4181)	1636 (391)	572 (72)	647 (11)	52678 (7168)	1485 (498)	552 (132)	611 (8)	64543 (5840)	508 (407)	3431 (2509)	664 (16)
3セット	32621 (2095)	1631 (251)	562 (31)	647 (7)	52130 (4639)	1514 (303)	521 (34)	611 (3)	66296 (1868)	362 (126)	3337 (1849)	662 (6)
5セット	32571 (1846)	1640 (224)	560 (21)	647 (6)	52382 (3013)	1494 (189)	520 (25)	611 (3)	66906 (1252)	314 (47)	3563 (1264)	662 (5)



図－6　各機関の逆解析結果の変動係数



図－7　各機関の路床固定のときの変動係数

表－6　各機関の路床固定の場合の逆解析結果 (kgf/cm²　( ) 内は標準偏差　:　1 kgf/cm²　→　0.098 MPa)

機関	A				B				C			
	E1	E2	E3	E4	E1	E2	E3	E4	E1	E2	E3	E4
1セット	35754	1367	668	647	52253	1511	521	611	64382	512	1602	664
	(4062)	(313)	(80)	(—)	(5276)	(346)	(34)	(—)	(4730)	(242)	(836)	(—)
3セット	35631	1365	652	647	52783	1470	522	611	65474	420	1623	662
	(1796)	(171)	(34)	(—)	(4178)	(252)	(21)	(—)	(1748)	(91)	(439)	(—)
5セット	35626	1370	653	647	53228	1438	524	611	65799	393	1657	662
	(1767)	(168)	(33)	(—)	(2987)	(184)	(21)	(—)	(1399)	(26)	(216)	(—)

５．コンクリート舗装への適用

(1) 数値シミュレーション

アスファルト舗装と比べコンクリート舗装の逆解析が不安定であることが知られている．その原因が，コンクリート版のそりによるものか，逆解析の数値計算上にあるのか，明らかでない．ここでは舗装断面C1とC2の２種類の厚さの異なるコンクリート版を対象として数値シミュレーションにより検討することにした．

図－８の２種類のコンクリート舗装断面でシミュレーションを行っている．両断面ともコンクリートの弾性係数 E1 を 300000kgf/cm^2，上層路盤の弾性係数 E2 を 5000kgf/cm^2，下層路盤の弾性係数E3を2000kgf/cm^2，路床の弾性係数E4を1000kgf/cm^{2}としている．BISARを用いてそれぞれの断面の表面たわみを計算し，それを真値としている．この表面たわみを表－７に示す．これらの値を平均値と見なし変動係数１%となる正規乱数を100セット発生させ，たわみの測定値としている．

このように算出したたわみデータを用いて逆解析を行った．収束判定基準はすべての弾性係数の変化率が0.1%以下，最大繰り返し計算回数を200回としている．

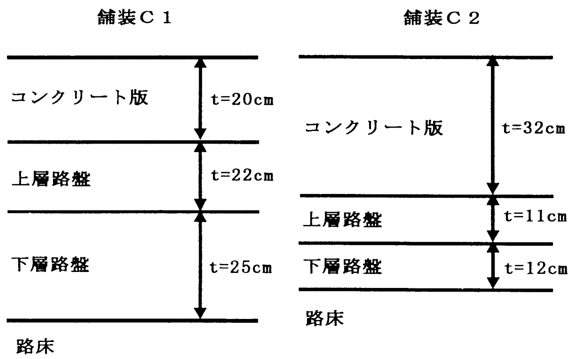
(2) 逆解析と評価関数の等高線

舗装C1断面でたわみの真値を用いて逆解析するとスムーズに収束するが，上で述べた100セットのデータを用いて，４層とも未知パラメータとするとほとんど収束せず，最大繰り返し回数に達する．そこで，E2とE4の値を真値に固定し，E1とE3を未知パラメータとして評価関数の等高線を描き，収束過程を調べることにした．図－９はたわみの真値を用いたときの等高線であり，初期値をE1=15000kg/cm^2，E3=800kgf/cm^{2}としたとき，収束過程も同図に示した．図－10は誤差を含んだ100セットのたわみデータの中からランダムに１セットとりだし，等高線と収束過程を示したものである．真値と若干異なる値ではあるが安定して収束している．

このように二つの層の弾性係数を固定して逆解析すると，この場合すべてのデータで収束し，弾性係数の平均値は真値に近い．逆解析結果の変動係数を図－11に示す．個々のたわみデータを逆解析すると３層目の弾性係数の変動係数は20%を越えているが，５回の測定データを平均して逆解析するとばらつきは10%程度となっている．

次に，E4の値だけを真値に固定して逆解析を行った．評価関数の値が一番小さくなったときの弾性係数の組み合わせを収束値と見なし，弾性係数の変動係数を求めると図－12のよう，E2，E3では約100%となっている．

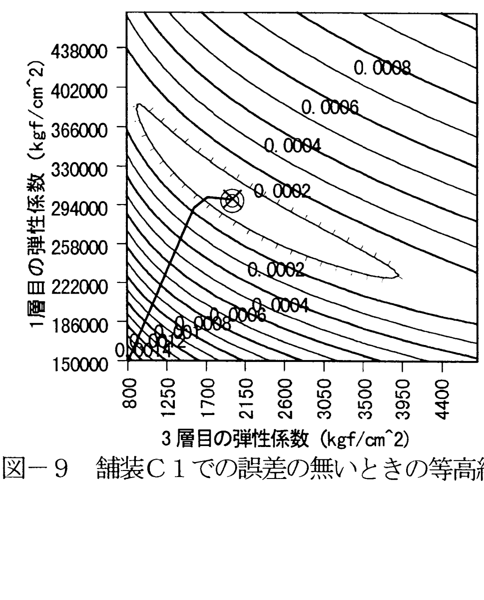
更に厚いコンクリート版の舗装C2を対象として逆解析の数値シミュレーションを行った．表－７に記したたわみの真値を用いて逆解析すると，ほぼ弾性係数の真値に収束するが，変動係数１%の誤差を含むデータを100セット作成し逆解析すると，全く収束しない．そこで，E2とE4の値を真値に固定し，評価関数の等高線を描いた．図－13はたわみの真値を用いて評価関数を描き，E1をE3の初期値を上に述べた同じ値とし逆解析を行い，その収束過程を記した．スムーズに収束する様子がうかがえる．次に，図－14に測定誤差を含むデータを用いて同様に等高線を描き，収束過程を示した．100セットのデータのうち収束したデータは４セットだけであり，残りは図－14のような挙動を示し，収束する様子が見られない．評価関数の等高線がほぼ平行な線になり，フラットな谷底の形状を示し，最小値を特定することは難しい．コンクリート舗装では，測定誤差を考慮した数値シミュレーションでさえ，層弾性係数を推定することは容易でない．



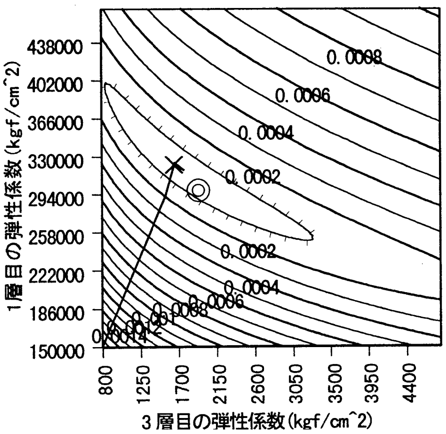
図－８　コンクリート舗装構造断面

表－７　シミュレーションたわみ（μm）

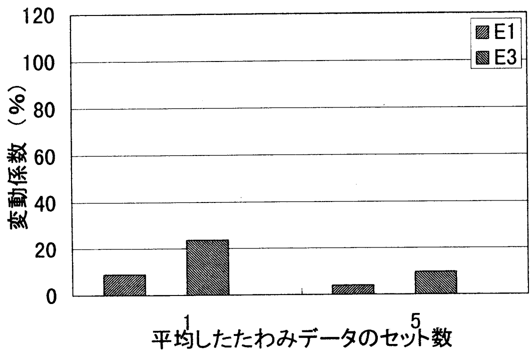
センサー位置	D0	D200	D450	D600	D900	D1500
舗装C1	196	185	166	154	132	95
舗装C2	140	134	126	120	110	89



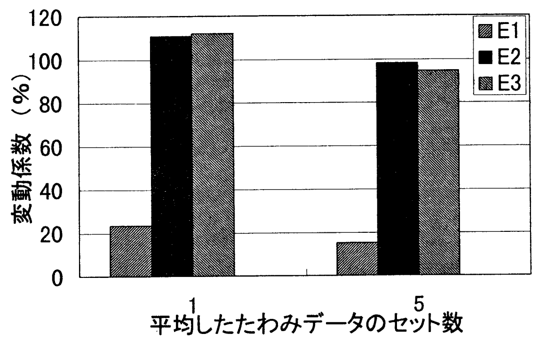
図－９　舗装Ｃ１での誤差の無いときの等高線



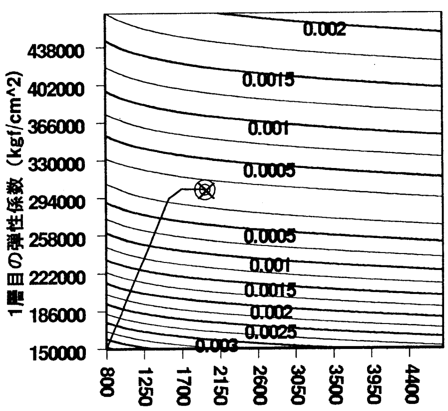
図−10　舗装C１での誤差が含まれるときの等高線



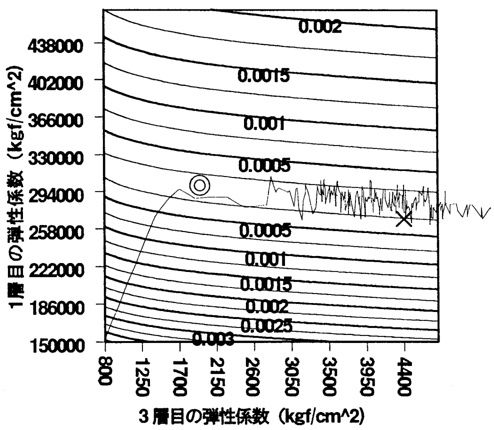
図−11　２，４層を固定したときの変動係数



図−12　４層を固定したときの変動係数



図−13　舗装C２での誤差の無いときの等高線



図−14　舗装C２での誤差が含まれるときの等高線

6. 結論

1) ガウス・ニュートン法に基づく逆解析では，式(7)のように特異値分解を用いた定式化で繰り返し計算するのがよい．さらに，適切な閾値を設定してマトリックスのランク落ちをさせるのが重要である．
2) 測定誤差が逆解析結果におよぼす影響が大きいことが明らかであり，少なくとも４，５回計測したたわみデータの平均値を用いて逆解析するのが望ましい．
3) 繰り返し計算の収束性が悪いとき，その時の路床の弾性係数の変動を観察し，その平均的な値に固定し，そして残りの弾性係数について逆解析するのが望ましい．
4) コンクリート舗装では，ガウス・ニュートン法に基づく逆解析で，安定して層弾性係数を推定することは非常に難しい．この傾向はコンクリート版の厚さが厚いほど顕著に現れる．先見情報のような別の情報を加える必要がある．

コンクリート舗装では特に逆解析が難しいと言われてきた．この原因は，非線形温度分布によるそりであると思われてきたが，それだけでなく数値計算上にも大きな問題点があることが明らかになった．このような傾向はアスファルト舗装でも剛性の高い舗装断面では同じような傾向が見られる．このようなことを考慮すると，本手法が適用できる舗装はフレキシブルな断面であり，比較的剛な断面に対しては必ずしも信頼できる結果が得られないので注意を要する．

参考文献

1) Bush, A.J. and Baladi, G.Y. eds. : Nondestructive Testing of Pavement and Backcalculation of Moduli, ASTM, 1988.

2) Von Quintas, H.L., Bush A.L. and Baladi, G.Y. eds. : Nondestructive Testing of Pavements and Backcalculation of Moduli (second volume), ASTM, 1994,

3) Transportation Research Boad: Nondesreuctive Deflection Testing andBackcalculation of Pavements, Transpotation Research Record, No.1377, 1991.

4) Chase, S.B. ed.: Nondestructive Evaluation of Bridges and Highways, The International Society for Optical Engineering, 1996.

5) 松井邦人, 井上武美, 三瓶辰之: 舗装各層の弾性係数を表面たわみから推定する一手法, 土木学会論文集, V 第420号, pp. 107 - 114, 1990.

6) 亀山修一, 姫野賢治, 丸山輝彦, 笠原 篤 : 遺伝的アルゴリズムを用いた舗装体の弾性係数の逆解析, 土木学会論文集, No. 550/V-33, pp. 195-204, 1996. 11.

7) 屠 偉新, 丸山暉彦, 高橋 修 : 拡張ベイズ法による舗装弾性係数の逆解析に関する基礎的研究, 舗装工学論文集, 第1巻, pp. 15-22, 1996.

8) 久保司郎 : 逆問題, 計算力学とCAEシリーズ10, 培風館, 1992.

9) 岡村良夫 : 逆問題とその解き方, オーム社, 1992.

EFFORT FOR IMPROVING ACCURACY OF PAVEMENT LAYER MODULI ESTIMATED FROM FWD DATA

Kunihito MATSUI, Isao KUROBAYASHI and Taizo NISHIYAMA

When pavement layer moduli are estimated from FWD data based on the least square concept, the estimated results often widely vary. This is likely caused by numerical instability commonly encountered in inverse analyses. It is made clear that appropriate selection of threshold value along with singular value decomposition will improve the accuracy of backcalculated moduli for asphalt pavement. It is also found that the Gauss Newton based method is unable to produce reliable layer moduli of concrete pavement because of its inherent numerical instability.