# 逆解析が不安定となる舗装構造における 最適センサー配置に関する検討

亀山修一<sup>1</sup>・松井邦人<sup>2</sup>・笠原 篤<sup>3</sup>・姫野賢治<sup>4</sup>

○<sup>1</sup>正会員 博士(工学) 北海道工業大学講師 工学部土木工学科(〒006 札幌市手稲区前田7条15丁目)
 <sup>2</sup>フェロー会員 Ph.D. 東京電機大学教授 理工学部建設工学科(〒350-03 埼玉県比企郡鳩山町石坂)
 <sup>3</sup>フェロー会員 工博 北海道工業大学教授 土木工学科(〒006 札幌市手稲区前田7条15丁目)
 <sup>4</sup>フェロー会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科(〒112 東京都文京区春日1-13-27)

FWDによって測定されたデータから舗装体の支持力を求める方法として逆解析が広く用いられている. しかしながら,現在の逆解析技術では,a)表層の層厚が薄い構造,b)表層と路盤の弾性係数が極端に異な る構造,c)表層と路盤の弾性係数が近い構造,においては適切な逆解析弾性係数を推定することが困難で あると指摘されている.本研究では,このような構造からなる舗装体を仮定し,たわみ測定誤差が逆解析 弾性係数に及ぼす影響が最小となるたわみセンサー位置(最適センサー位置)を遺伝的アルゴリズムによ って決定した.また,得られた最適センサー位置において測定されたたわみを用いることによって逆解析 弾性係数の標準偏差が低減することを,シミュレーションによって示した.

Key Words : FWD, measurement error, backcalculation, backcalculated moduli, optimal sensor locations, genetic algorithm

#### 1. はじめに

FWD によって測定されたデータから舗装体の支持 力を評価する方法としては逆解析が用いられる.逆 解析は, FWD によって測定された表面たわみと多 層弾性論から得られる計算たわみの差の自乗和を評 価関数として選定し,これを最小にする層弾性係数 を決定するという一種の最適化問題として扱われる. この種の研究は世界的に活発に行われており<sup>1)</sup>,わ が国においても LMBS<sup>2)</sup>や BALM<sup>3)</sup>などの逆解析プ ログラムが広く用いられている.

逆解析によって推定される層弾性係数は、逆解析 に際して仮定する舗装構造と実際の舗装構造との間 に存在するモデル誤差(層厚、ポアソン比など)や 測定たわみに含まれる誤差の影響を受ける<sup>4)</sup>.著者 らは、測定誤差が逆解析弾性係数に及ぼす影響がた わみセンサーの配置によって軽減できることを示し、 測定誤差の影響が最小となるセンサー位置、すなわ ち最適センサー位置を遺伝的アルゴリズム<sup>5)</sup> (Genetic Algorithm:以下単に GA と言う)によって 求める方法を開発した<sup>9</sup>. さらに,得られた最適セ ンサー位置において測定されたたわみを用いて逆解 析をおこなうことにより,従来センサー位置から得 られる逆解析弾性係数の標準偏差を大きく低減でき ることを示した<sup>7)</sup>.

Lynne<sup>8)</sup>は,現在の逆解析法が直面している障害として,以下に示すような舗装構造において得られる 逆解析弾性係数の不安定性を指摘している.

Case 1: 表層の層厚が薄い場合

Case 2:弾性係数が極端に異なる場合

(例えば、コンクリート版下の粒状層)

Case 3: 隣接する層の弾性係数が近い場合

(例えば,アスファルト安定処理路盤層)

本研究では、このような舗装構造におけるたわみ センサーの最適配置を GA によって求めることを目 的としている.さらに、得られた最適センサー位置 の有効性を検証するために、センサー位置を最適位 置と従来位置に設定して逆解析のシミュレーション をおこない、推定される逆解析弾性係数の標準偏差 を比較した.

<b>衣</b> -1 谷硼装構道の層厚,層弾性係数,小アソン比						
	Case 1	Case 2	Case3-1	Case 3-2	Case 3-3	Case 3-4
h <sub>1</sub> (mm)	50	100	100	100	100	100
h <sub>2</sub> (mm)	300	300	300	300	300	300
$E_1$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	50,000	350,000	50,000	30,000	10,000	120,000
$E_2$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	5,000	3,000	30,000	30,000	20,000	90,000
$E_3$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$\mathbf{v}_1$	0.35	0.17	0.35	0.35	0.35	0.35
$\mathbf{v}_2$	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35
ν <sub>3</sub>	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50

表-1 各舗装構造の層厚,層弾性係数,ポアソン比

#### 2. 解析条件

解析対象とした舗装構造は、路床、路盤、表層からなる3層構造とした。各層の層厚、弾性係数およびポアソン比は、前述した Case 1 ~ Case 3 に対応させて表-1 に示すように設定した。ただし、Case 3 のようにアスファルト安定処理層を路盤として用いたディープストレングス構造の場合、表層および路盤の弾性係数( $E_1$ ,  $E_2$ )は温度によって大きく変動することから、 $E_1$ ,  $E_2$ の組み合わせを表-1のように4通りに設定した。

FWD の落下重錘によって舗装表面に作用する荷重 は 5tf とし,たわみセンサーは載荷版中心から 2000mm までの範囲に,50mm 間隔で7個設置するも のとした.ただし,載荷版中心から50mm,100mm, 150mm の点は載荷版の半径内にあり,たわみを測定 することができないことから対象外とした.その結 果,たわみセンサーを設置できる点は計38箇所とな り,これらの点から7点を選択し,配置することに なる.

#### 3. GAによるセンサー位置の最適化

センサーを設置できる 38 点から 7 点の測点を選択 する場合,その組み合わせは莫大な数となり,従来 の最適化手法では多大な計算時間をする.そこで, 本研究では,最適化手法として GA を採用し<sup>8)</sup>,測 定誤差が逆解析弾性係数に与える影響が最小となる センサー位置を決定した.GA は生物集団の進化過 程に着想を得た確率的探索方法であり,本問題のよ うな莫大な数の組み合わせとなる場合でも,短時間 で最適解近傍に到達できる特徴を有している.また, GA によって得られたセンサー位置は,全てのセン



図-1 遺伝子の表現方法

サー位置の組み合わせについて評価関数を算出する ことにより得られた最適センサー位置と一致するこ とが岡田<sup>9</sup>らによって明らかにされている.

#### (1) 遺伝子の表現型

仮想生物集団内の一個体は図-1 に示すように 38 個のたわみ設置可能箇所を遺伝子として持っている と仮定する.各遺伝子は0または1の2進数で表現 され,遺伝子が1となるとき,その測点においてた わみセンサーが設置できるものとする.これらの遺 伝子からなる個体に図-2に示すような操作を行い最 適な遺伝子を持つ個体を抽出する.各段階について の説明は以下の通りである.

#### (2) 初期集団の生成

図-1に示すような2進数で表された遺伝子をラン ダムに発生させ、これらを遺伝子として持つ個体を 生成し、初期集団とする。

#### (3) 評価関数の算出

今, *M* 層からなる舗装構造において FWD 測定を おこない, *N* 個の測点において表面たわみを測定し たとする. 逆解析における評価関数は式(1)のよう に, 測点 *i* における測定たわみ *u<sub>i</sub>* と多層弾性論によ り得られる計算たわみ *z<sub>i</sub>*の差の自乗和で表される.

$$f = \sum_{i=1}^{N} \sqrt{w_i (u_i - z_i)^2}$$
(1)

ここで,

- f :評価関数
- *i* :たわみの測定点数(1-N)

w<sub>i</sub>:重み係数

zi :計算たわみ

ui: :測定たわみ

各測点におけるたわみの測定誤差はランダムであり、測点間に相関はないとすると、逆解析弾性係数の測定誤差に対する感度は式(2)により表される<sup>10</sup>.

$$\sum_{j=1}^{M} \left( \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial z_i}{\partial E_j} \frac{\partial z_i}{\partial E_k} \right) \lambda_{jl} = \frac{\partial z_l}{\partial E_k}$$
(2)  
(l = 1,..., N) (k = 1,..., M)

ここに、 $\lambda_{jl} = \frac{\partial E_j}{\partial u_l}$ であり、*j* 層の弾性係数の測点 *l* のたわみ誤差に関する感度である.

各測点のたわみの真値を $u_{0l}$ , 誤差を $\Delta u_l$ とすると, j 層の弾性係数  $E_j$ は, すべての測点における誤差の 影響を受けることから,

$$E_{j}(u_{0} + \Delta u) = E_{j}(u_{0}) + \sum_{l=1}^{N} \frac{\partial E_{j}}{\partial u_{l}} \Delta u_{l}$$
(3)  
(j = 1,..., M)

ここで,

 $u_0 = (u_{01}, u_{02} ..., u_{0N})^T$   $\Delta u_0 = (\Delta u_{01}, \Delta u_{02} ..., \Delta u_{0N})^T$ と書くことができる.

測点 *i* のたわみの分散を $\sigma_i^2$  (*i* = 1, ..., *N*)とすると, *R* 回測定したときの平均たわみの分散は $\sigma_i^2/R$  である ことから,式(3)より,逆解析弾性係数の共分散マ トリックスは式(4)のように書くことができる.



図-2 遺伝的アルゴリズムの流れ

$$\left[\sigma_{EE}^{u}\right] = \left[\frac{\partial E}{\partial u}\right]^{T} \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \sigma_{i}^{2} / \\ & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial u} \end{bmatrix}$$
(4)

本研究では,式(5)で表される共分散マトリックスの対角和を評価関数Jとした.

$$J = Trace\left(\left[\sigma_{EE}^{u}\right]\right) = \sum_{j=1}^{M} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial E_{j}}{\partial u_{i}}\right)^{2} \left(\frac{\sigma_{i}^{2}}{R}\right)$$
(5)

#### (4) 適応度の算出

式(6)によって評価関数 Jを適応度 Fに変換する.

$$F = U - J \tag{6}$$

なお,ここでは,*U*を過去10世代中の評価関数*J*の最大値とした.

(5) 淘汰および交配

個体を適応度の大きい順に並べ替え,適応度の低い個体を淘汰率に応じて消滅させる.この操作により減少した個体は,残った適応度の高い個体数を交配させ新しい個体を生成することで補う.その後, 交叉および突然変異により新しい個体を生成する. Case 1 ~ Case 3-4の舗装構造において得られた最適 センサー位置と、従来の FWD 測定に用いられてい るセンサー位置との関係を図-3 に示す.

Case 1 のように,表層の層厚が薄い場合,最適センサー位置は載荷版中心に近い位置に分布している. また, Case 2 のように表層の弾性係数が極端に大きい構造においては,載荷版からかなり離れた測点が必要となる.

一方,アスファルト安定処理路盤を持つ舗装構造 (Case 3-1 ~ Case 3-4)においては,表層の弾性係数 ( $E_1$ )およびアスファルト安定処理路盤層の弾性係 数( $E_2$ )の組み合わせによって最適センサー位置が 変動する.これは,舗装体の温度によって最適セン サー位置が変動することを意味している.特に, $E_1$ と $E_2$ が等しくなる Case 3-2 では,最適センサー位置 が,他の舗装構造と比べ載荷版に近い位置に分布し ている.また,冬季における舗装体のように, $E_1$ お よび $E_2$ が大きくなる Case 3-4 では,最適センサー位 置は載荷版から離れた位置に分布しており,他の舗 装構造に共通している載荷版中心点が最適センサー 位置に含まれない.

### 4. 最適センサー位置が逆解析弾性係数 に与える影響

最適センサー位置を適用することによって,推定 される逆解析弾性係数の標準偏差に与える影響を検 討するためにCase 1 ~ Case 3-4の各舗装構造において 逆解析のシミュレーションをおこなった.

今,各測点におけるたわみの母集団の標準偏差 ( $\sigma_i$ )を 2µm とする.測定たわみの平均値の期待値は 母平均であり,分散は, $\sigma_i^2/R$  (*R* は測定回数)で与え られる.したがって,測定回数の増加にともない, 測定たわみの標準偏差は減少する.シミュレーショ ンを行うにあたり,同一地点における測定たわみは 正規分布すると仮定する.図-3 に示した最適センサ 一位置および従来センサー位置におけるたわみを多 層弾性論によって算出し,この値がたわみの平均値, 分散が $\sigma_i^2/R$ になるように 100 組のたわみデータを作 成する.これらのデータを測定たわみとし, LMBS により逆解析弾性係数を推定した.Case 1~Case 3-4 の各舗装構造において,推定された表層の逆解析弾 性係数(E<sub>1</sub>)の標準偏差と FWD の測定回数の関係 を図-4~図-9 に示す.



図-3 最適センサー位置

著者らが以前おこなった 3 層構造(アスファルト 層:100mm, 5,000kgf/cm<sup>2</sup>, 粒状路盤:300mm, 3,000 kgf/cm<sup>2</sup>,路床:1,000 kgf/cm<sup>2</sup>)の逆解析では<sup>6</sup>, 推定された表層の逆解析弾性係数(E<sub>1</sub>)の標準偏差 は100~400kgf/cm<sup>2</sup>程度であったことと比較すると, 本研究で対象とした舗装構造の逆解析においては, 推定される逆解析弾性係数の標準偏差は非常に大き くなり,解が不安定となることが分かる.

しかしながら、Case 1、Case 2の場合、たわみセン サーを最適位置に配置することにより、逆解析弾性 係数の標準偏差が低減する.したがって、センサー を従来位置に配置し、測定回数を 6 回としたときと 同程度の標準偏差を得るために必要な測定回数は、 センサーを最適位置に配置した場合、Case 1 で約 4 回、Case 2 では約 3 回に低減することが可能となる.

また、Case 3-2 および Case 3-3 のように  $E_1 \ge E_2$ が 等しい場合や、 $E_2$ が  $E_1$ より大きい舗装構造において は、従来センサー位置と最適センサー位置から得ら れる逆解析弾性係数の標準偏差に大きな違いはなく、 最適センサー位置の有効性は確認できない.

一方, E<sub>1</sub>が E<sub>2</sub>より大きい舗装構造においては, 最 適センサー位置から得られる逆解析弾性係数の標準 偏差はかなり小さくなる.特に Case 3-4 では, 従来 センサー位置から得られる逆解析弾性係数の標準偏 差はかなり大きくなるが,センサーを最適位置に配 置することにより逆解析弾性係数の標準偏差は大き く低下する.したがって,冬季における FWD デー タの逆解析のように,解が不安定となる場合でも, センサーを最適位置に配置することによって,逆解 析の安定性を向上させることができる.

























4. 結論

本研究で得られた結論は以下の通りである.

- 遺伝的アルゴリズムを適用することにより、逆 解析が不安定になると指摘されている舗装構造 における最適なセンサー配置を決定することが できる。
- 得られた最適センサー位置において測定されたたわみを用いることによって逆解析弾性標準偏差が低減することを、シミュレーションによって示した。特に、その傾向は、冬季におけるFWD 測定の逆解析のように、解が不安定となる場合において顕著であり、センサーを最適位置に配置することによって、より安定した逆解析弾性係数を推定することができる。

#### 参考文献

- von Quintus, H. L., Bush III, A. J. and Baladi, G. Y.: Nondestructive Testing of Pavements and Backcalculation of moduli: Second Volume, ASTM special technical publication; 1198, ASTM publication code number 04-011980-08, ASTM, 1989.
- 2) Himeno, K., Maruyama, T. and Hayashi, M. : The use of FWD Deflection Data in Mechanistic Analysis of Flexible Pavements, *Proceedings of 3rd International Conference* on Bearing Capacity of Roads and Airfields, Vol.1, The Norwegian Institute of Technology, Trondheim, Norway, pp.401-410, 1990.

- 松井邦人,井上武美,三瓶辰之:舗装各層の弾性係数を 表面たわみから推定する一手法,土木学会論文集, No.420/V-13, pp.107-114, 1990.
- 松井邦人,井上武美,三瓶辰之:弾性多層構造の逆解析 におけるモデル誤差・測定誤差に対する感度,土木学 会論文集, No.454/Ш-20, pp.11-17, 1992.
- 5) Gordberg, D. E.: Genetic Algorithms in Search,
  Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley
  Publishing Company, Inc., 1989.
- 6) 亀山修一,松井邦人,笠原篤,姫野賢治,丸山暉 彦:測定誤差から見た FWD センサーの最適配置に関 する検討,土木学会論文集,No. 564/V-35, pp. 233 – 242, 1997.5.
- 7) 亀山修一,松井邦人,笠原篤,姫野賢治,丸山暉
  彦:FWDセンサー位置が逆解析弾性係数に及ぼす影響,第1回舗装工学講演会講演論文集,pp.49-56, 1996.12.
- Lynne, H. Irwin : Report of the Discussion Group on Practical Limitation and What Can Be Done to Overcome Them, *TRR*, 1377, pp.1-2, 1992
- 9) 岡田貢一,亀山修一,松井邦人:一般化逆行列を用いた舗装構造の逆解析,誤差に関する感度と最適センサー位置への適用,第1回舗装工学講演会講演論文集, pp. 57-64, 1996.12.
- 10) 松井邦人, 笠原篤, 岡田貢一: 逆解析弾性係数係数に対 するたわみと構造モデル誤差の影響, 土木学会論文集, No.526/V-29, pp.55-62, 1995.

## OPTIMAL SENSOR LOCATIONS FOR BACKCALCULATION OF PAVEMENT STRUCTURE WITH NUMERICAL INSTABILITY

# Shuichi KAMEYAMA, Kunihito MATSUI, Atsushi KASAHARA, and Kenji HIMENO

Dackcalculation method based on the least square mean concept is widely used to identify pavement structural adequacy from FWD deflection basin. However, it is often pointed out that this kind of calculation yields unsuitable layer moduli, when a) the surface layer is extremely thin, b) modulus of surface layer is significantly larger than that of base course, or c) modulus of surface layer is almost identical to that of base course.

This study proposes a new backcalculation method based on Genetic Algorithm (GA) that determines the most suitable offset position of each sensor on such pavements. The deflection data given at the proposed positions reveals more stable solutions in calculation of layer moduli.