

修繕率を用いたネットワークレベルでの 舗装の修繕計画の最適化

武山 泰¹・福田 正²

¹正会員 工博 東北大学大学院講師 情報科学研究科 人間社会情報科学専攻 (〒980-77 仙台市青葉区青葉)

²フェロー会員 工博 東北大学大学院教授 情報科学研究科 人間社会情報科学専攻 (同上)

本論文はアスファルト舗装を対象として、舗装の破損遷移モデルとしてマルコフ連鎖モデルを適用する場合のネットワークレベルでの維持管理計画の最適化について論じたものである。

まず、プロジェクトレベルに関して動的計画法を適用した最適修繕計画の定式化を行った。つぎに等価年間コストの観点からの定式化を行い、長期的にはこの両者が等しい最適修繕レベルを与えることを示した。

また、等価年間コストに基づく最適修繕レベルの決定に修繕率の概念を導入することにより、ネットワークレベルの最適修繕計画の決定について複数のプロジェクト間の予算配分問題として定式化を行った。

Key Words : *pavement management system, network-level, annual equivalent cost, dynamic programming, repaired ratio*

1. はじめに

舗装管理システムにおいては、破損遷移モデルとそれに基づいた最適化手法とが不可欠であるが、破損などに関して得られる情報量、あるいは扱う道路ネットワークの規模に応じ、適切な破損モデルおよび最適化手法を適用していくことが必要である。

著者らはこれまでに破損遷移モデルに関してはマルコフ連鎖モデルを適用した確率論的なモデル¹⁾、およびニューラルネットワークを用いることにより舗装の破損遷移をパフォーマンスカーブとして与える決定論的なモデル²⁾などを開発してきている。

また最適化手法に関しては、マルコフ連鎖モデルに基づくものとして動的計画法を適用する手法³⁾、最小費用流を適用する手法⁴⁾などを提案してきている。これらの手法は、異なる舗装の初期状態や各年度の予算の制約などを考慮に入れることにより、より実務的な舗装管理システムに適用できる理論となっているが、条件数が多くなるにつれて計算量が増大することから大規模なネットワークの長期にわたる最適化への適用には計算量による制約を受けることになる。

そこで本論文においては、複数のプロジェクト間の予算配分問題として長期にわたる大規模なネットワークにおける最適修繕計画を定式化することを試みた。

破損遷移モデルとしてはマルコフ連鎖モデルを用いることとし、長期にわたる一定水準での修繕により達する

定常状態をマルコフ連鎖における定常状態として求め、その状態での年間のトータルコストを等価年間コストとして求める。

この定式化により、最小の等価年間コストを与える選択として最適修繕レベルを決定することができる。また、予算が制約を受ける場合に関しては修繕率の概念を導入することにより所要の等価年間コストを求めることとする。これに基づき複数プロジェクト間の予算配分問題を動的計画法を適用することにより定式化することができる。

2. マルコフ連鎖モデル

舗装の状態を n 段階のランクで表し、各状態間の遷移がマルコフ性を有するものとする。状態 i の舗装が修繕を受けない場合につぎのステップで状態 j に遷移する確率を p_{ij} とすると、舗装の状態遷移は状態遷移マトリクス P により完全に記述される。ここで、 P の各要素に関して、 $0 \leq p_{ij} \leq 1$ 、 $\sum p_{ij} = 1$ が成り立つ。

舗装の状態はつぎの状態確率 X により表される。

$$X = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n] \quad (1)$$

ここで、各ステップにおいてそれぞれのランクの舗装が各工法の修繕を受ける比率として修繕率を定義する。いま、状態 i の舗装に対して工法 m の修繕が適用される比率を r_{im} とすると、この工法による修繕は r_m によ

り記述される。

$$r_m = {}^t [r_{1m} \ r_{2m} \ \cdots \ r_{nm}] \quad (2)$$

ここで、上付きの t は転置を示す。また、各要素について $0 \leq r_{im} \leq 1$, $\sum_{m=1}^L r_{im} \leq 1$, が成り立つ。

また、これらの修繕による効果について、修繕後に遷移する状態の確率として、修繕効果を定義する。つまり、工法 m の修繕を受けた舗装が、修繕後に状態 j に遷移する比率を e_{mj} として、修繕効果はつぎの e_m とする。

$$e_m = [e_{m1} \ e_{m2} \ \cdots \ e_{mn}] \quad (3)$$

ここで、 $0 \leq e_{mj} \leq 1$, $\sum_{j=1}^n e_{mj} = 1$ が成り立つ。

このような修繕を受ける場合の舗装の状態の遷移確率を p'_{ij} とすると、 p'_{ij} は r_m , e_m , p_{ij} を用いることにより次の式 (4) で表される。ここで L は適用する修繕工法の数を表す。

$$p'_{ij} = p_{ij}(1 - \sum_{m=1}^L r_{im}) + \sum_{m=1}^L r_{im} \sum_{k=1}^n e_{mk} p_{kj} \quad (4)$$

このマルコフ連鎖はエルゴード性を有することから吸収点を持たず、修繕を繰り返すことにより舗装の状態確率は式 (5) で表される定常状態 X^* に収束する。

$$X^* = T[I - Q]^{-1} \quad (5)$$

ここで、 $T = [0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 1]$, I は n 次の単位行列、 Q は式 (4) で表される修繕を考慮した遷移確率行列 P' の n 列の要素からそれぞれ 1 を減じたマトリクスである。

3. プロジェクトレベルでの最適化

(1) 動的計画法による定式化

動的計画法を適用することにより、舗装の修繕計画の最適化を定式化することができる。最も単純な場合として舗装の破損遷移が決定論的な場合を仮定すると最適修繕計画は次式により定式化される。

$$f_t(i) = \min \{R + C(1) + f_{t+1}(2), C(i) + f_{t+1}(i+1)\} \quad (6)$$

ここで、 $f_t(i)$ は状態 i の舗装を最適に管理するのに必要な t 年目以降の費用、 R は修繕に要する費用、 $C(i)$ は舗装が状態 i の場合の利用者費用と日常的管理費用の和である。ここでは、修繕を行うと舗装は最も良い状態 ($=1$) に遷移し、その1年後には状態2に遷移することから状態2の舗装に必要な $t+1$ 年目以降の費用がかかる。一方、修繕を実施しない場合には、 t 年目には状態 i の舗装が $t+1$ 年目には状態 $i+1$ に遷移することになるので、 t 年目に状態 i の舗装にかかる費用と $t+1$ 年目

表-1 維持費用と利用者便益

	維持費用	車両運転費用	利用者便益
ランク	(円/m ²)	(円/km)	(円/km)
(1)	(2)	(3)	(4)
1	44	22.9	3.1
2	62	23.0	3.0
3	79	23.3	2.7
4	96	24.0	2.0
5	113	25.0	1.0
6	130	26.0	0.0

以降に、状態 $i+1$ の舗装にかかる費用を考慮して、小さいコストを与える選択が最適な修繕計画となる。

舗装の破損遷移が確率により表される場合には $t+1$ 年目の舗装の状態は遷移確率により表され、その際の期待費用を考慮することにより最適修繕計画が次式により表されることになる。

$$f_t(i) = \min \left\{ \begin{array}{l} C(i) + \sum_{j=1}^n p_{ij} \cdot f_{t+1}(j) \\ R + C(1) + \sum_{j=1}^n p_{1j} \cdot f_{t+1}(j) \end{array} \right\} \quad (7)$$

(2) 等価年間コストに基づく定式化

マルコフ連鎖の定常状態における状態確率 X^* を考慮することにより、最適修繕レベルは次式を用いて最小の等価年間コストを与える修繕率の組み合わせとして決定される⁵⁾。

$$\min_{r_m=[00\cdots 0] \rightarrow [11\cdots 1]} X^* \left\{ \sum_{m=1}^L r_m C_m + {}_M C - B \right\} \quad (8)$$

ここで、 $r_m C_m$ は工法 m の修繕に要する費用、 ${}_M C$ は日常的管理費用、 B は利用者の便益をベクトル表示したものである。

ここで、 $\min_{r_m=[00\cdots 0] \rightarrow [11\cdots 1]}$ は最適となる修繕率を決定することを意味している。プロジェクトレベルであればある状態の舗装を修繕する ($=1$) か、しない ($=0$) かの整数値を取るようになるが、ネットワークレベルにおいては、0 から 1 の実数値を取り得る。しかし、ネットワークレベルにおいても最適な決定は整数値を取ることが知られており⁶⁾、また通常の場合には状態の悪い舗装ほど修繕による便益が大きくなることから、最適修繕レベル以下の舗装を修繕するという政策において最小のコストを与える最適修繕レベルを決定すればよいことになる。

4. 解析事例

(1) データファイル

マルコフ連鎖による破損遷移モデルを適用した場合の最適修繕計画の事例として、ここでは寒冷地および温暖地における解析結果による破損遷移確率マトリクスを用いることとした。

舗装状態のランクとしてはMCIに基づいて、6つのランクに分割した。それぞれの地域において、B, C, Dの各交通区分毎に破損遷移確率が求められている^{7),8)}。ここでは、それぞれ寒冷地 (Cold) および温暖地 (Warm) の頭文字と交通区分を用い、それぞれCB, CC, CD, WB, WC, WDと表記する。

(2) 費用および便益

本研究においては、つぎのような費用と便益を考慮している。

a) 修繕費用

修繕工法としてはオーバーレイ (層厚 25 mm 以上) と薄層オーバーレイ (層厚 25 mm 未満) について単価をそれぞれ 5,000 (円 / m²) , 2,000 (円 / m²) とした⁸⁾。

b) 維持管理費用

日常的な維持にかかる費用は、舗装の状態が低下するほど増加する。ここでは、表-1⁸⁾に示すMCIと維持管理費用の関係を適用する。

c) 車両運転費用

ここでは利用者の便益としては車両運転費用 (Vehicle Operation Cost) の低減のみを考慮し、終局的な破損の状況 (ランク 6) と比べて、舗装が良好な状態の各ランクにある場合の車両運転費用の差額を便益とした。舗装の各状態に対する車両運転費用としては文献⁹⁾において報告されているMCIと車両運転費用の関係に基づいて表-1に示す値を用いている。

(3) プロジェクトレベルの解析事例

解析の一例として、交通量を種々に変化させた場合の最適修繕レベルの変化を示す。ただし、ここでは交通量の変動は車両運転費用にのみ影響しており、破損遷移に関しては各交通区分で一定の破損遷移確率を用いている。また、修繕工法としては、オーバーレイのみ、あるいは薄層オーバーレイのみを考慮し、2つの工法の組合せについては考慮していない。

解析結果は図-1のとおりであるが、これは道路維持修繕要綱¹⁰⁾に示される「ひびわれ率、現在交通量と維持修繕工法」の関係の図によく似ており、修繕費用の安い維持工法ほど舗装がより良い状態において適用されている。また、交通量に関しては、交通量が大きくなるほど良好な状態で修繕が行われるようになっている。

表-2 遷移確率マトリクス

CB (寒冷地；交通区分 B)

0.5538	0.3974	0.0000	0.0413	0.0043	0.0032
0	0.5857	0.4065	0.0000	0.0077	0.0000
0	0	0.7097	0.2903	0.0000	0.0000
0	0	0	0.7244	0.2715	0.0042
0	0	0	0	0.7534	0.2466
0	0	0	0	0	1

CC (寒冷地；交通区分 C)

0.3307	0.2869	0.3824	0.0000	0.0000	0.0000
0	0.3537	0.3847	0.1363	0.1252	0.0000
0	0	0.4458	0.4429	0.0988	0.0125
0	0	0	0.5157	0.3413	0.1430
0	0	0	0	0.6690	0.3310
0	0	0	0	0	1

CD (寒冷地；交通区分 D)

0.5282	0.2210	0.1389	0.1118	0.0000	0.0000
0	0.4185	0.5815	0.0000	0.0000	0.0000
0	0	0.3462	0.4482	0.1134	0.0921
0	0	0	0.2485	0.5637	0.1878
0	0	0	0	0.5530	0.4470
0	0	0	0	0	1

WB (温暖地；交通区分 B)

0.6656	0.3153	0.0170	0.0000	0.0021	0.0000
0	0.8240	0.1716	0.0000	0.0043	0.0000
0	0	0.8315	0.1685	0.0000	0.0000
0	0	0	0.7749	0.1464	0.0787
0	0	0	0	0.8313	0.1687
0	0	0	0	0	1

WC (温暖地；交通区分 C)

0.5856	0.3948	0.0027	0.0169	0.0000	0.0000
0	0.7179	0.2821	0.0000	0.0000	0.0000
0	0	0.7858	0.2142	0.0000	0.0000
0	0	0	0.7613	0.1665	0.0722
0	0	0	0	0.8291	0.1709
0	0	0	0	0	1

WD (温暖地；交通区分 D)

0.6598	0.3137	0.0000	0.0203	0.0062	0.0000
0	0.7191	0.2665	0.0140	0.0004	0.0000
0	0	0.8004	0.1996	0.0000	0.0000
0	0	0	0.7547	0.1676	0.0777
0	0	0	0	0.8688	0.1312
0	0	0	0	0	1

5. ネットワークレベルへの拡張

(1) 最適配分問題としての定式化

ここで予算が制約される条件下でいくつかのプロジェクトの舗装を管理することを考慮する。各プロジェクト

表-5 用いたべき指数 α_i

地域	1	2	3	4	5	6
寒冷地域	3.83	3.44	2.41	1.70	1.08	0.692
温暖地域	2.31	2.03	1.50	1.07	0.684	0.239

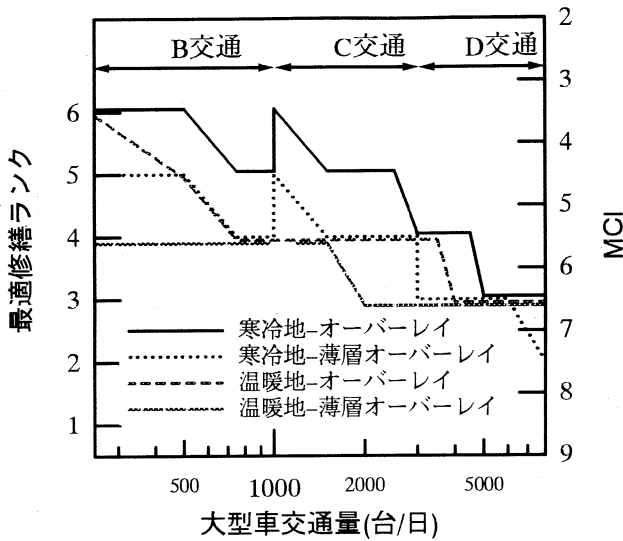


図-1 最適修繕レベル (プロジェクトレベル)

ト i 毎に配分された予算 x_i に対するトータルコストが $g_i(x_i)$ で与えられるとすると、予算 x の最適配分問題は次式のように定式化される。

$$f_n(x) = \min \{g_1(x_1) + g_2(x_2) + \dots + g_n(x_n)\} \quad (9)$$

ただし、 $x_1 + x_2 + \dots + x_n = x$ 。

動的計画法を用いることにより、上の問題に対する再帰方程式は次式となる。

$$f_n(x) = \min_{0 \leq x_i \leq x} \{g_n(x_n) + f_{n-1}(x - x_n)\} \quad (10)$$

(2) $g_i(x_i)$ の算定

プロジェクトレベルにおいて定式化したように、修繕率が与えられればプロジェクト i に対してそれだけの修繕を実施するのに必要な費用 x_i とその際のプロジェクトにおける総費用 $g_i(x_i)$ を算定することができる。

ここで修繕率についてであるが、最適性を考慮すると状態の悪い舗装から順に修繕を実施するのが最適となる。しかし、実際にはある程度まとまった距離で修繕を実施することから、状態のよい舗装についてもある程度の比率で修繕が実施されており、修繕履歴から得られた修繕率は表-3のようになっている。

6. ネットワークレベルでの解析事例

(1) 対象とするネットワーク

ここでは、遷移確率などを求める際にデータを整理した寒冷地および温暖地の B, C, D の交通区分について、それぞれをひとつのプロジェクトとして合計 6 つのプロジェクトを含んだ道路ネットワークを対象とする。

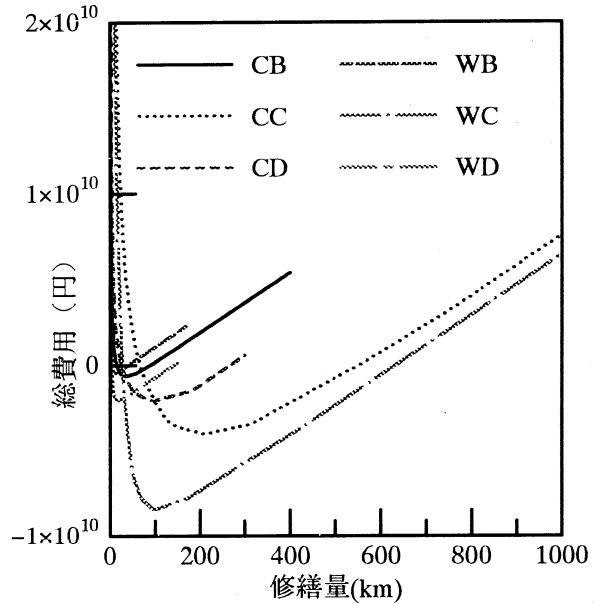


図-2 各プロジェクト毎の $g_i(x_i)$

それぞれの延長は、データ整理において得られたデータ数の比率に応じて、表-4の値とした。

(2) 修繕率

最適性を考慮すれば、状態の悪い舗装についてはトータル予算の少ない状態でも高い頻度で修繕を実施し、これとは逆に状態の良い舗装については、なるべく修繕の頻度を低くすることが望ましい。

ここでは、修繕の規模を表わすパラメータとして $s(0 \leq s \leq 1)$ を導入し、それぞれのランク i の舗装に対する修繕率が、次式の単純な指数関数で表わされるものと仮定し、修繕実績からべき乗の指数 α_i を、地域毎に決定した。

$$r_i = s^{\alpha_i} \quad (11)$$

(3) 最適予算配分

各プロジェクト毎に配分される予算に対する利用者便益を考慮した総費用が図-2のように得られた。

ここでは破損遷移にマルコフ連鎖モデルを用いたことから、モデル上ではランク 6 の舗装は修繕を実施しなくてもランク 6 に永久にとどまることになる。しかし、実

表-3 修繕率 (実績)

ランク	1	2	3	4	5	6	Total
CB	0.0023	0.0144	0.0504	0.1119	0.2096	0.3813	0.0928
CC	0.0030	0.0100	0.0398	0.1038	0.2373	0.3967	0.1559
CD	0.0116	0.0188	0.0379	0.0585	0.1986	0.3770	0.1404
WB	0.0126	0.0264	0.0790	0.1780	0.3624	0.7340	0.0671
WC	0.0181	0.0293	0.0737	0.1572	0.3046	0.6604	0.0803
WD	0.0177	0.0368	0.0726	0.1364	0.2782	0.9662	0.0685

表-4 ネットワーク・データ、修繕率および配分結果

項目		CB	CC	CD	WB	WC	WD	Total
延長 (km)	(1)	400	1000	300	170	1000	150	3020
修繕率 (実績)	(2)	0.0928	0.1559	0.1404	0.0671	0.0803	0.0685	0.1129
修繕延長 (km)	(3)	37	156	42	16	80	10	341
最適修繕延長 (km)	(4)	35	203	92	10	105	19	464
配分延長 (km)	(5)	27	145	65	9	81	14	341
修繕率 (配分)	(6)	0.068	0.145	0.217	0.053	0.081	0.093	0.113
(5)/(4)	(7)	0.771	0.714	0.706	0.900	0.771	0.737	0.735

際に修繕を実施しない場合にはさらに悪い状態へと遷移していくことから、ランク6の舗装については、ランク6の舗装に対する修繕率に逆比例して利用者が損失を被る形でペナルティーを課した。

予算の配分については、延長1kmの舗装の修繕に要する費用を1単位として配分を行ったところ、図-3に示す配分結果が得られた。

また、表-4に示した実際に修繕されていた量にほぼ等しい341km分の予算を配分することを考えたところ、最適配分量は図-3中の実線となったが、実際の修繕量はこれにほぼ近い値を示しており、適切な予算配分が実現されているといえる。

7. おわりに

本研究において得られた結論を列挙すると以下の通りである。

- (a) プロジェクトレベルでの最適修繕レベルについては等価年間コスト法を用いて定式化できる。
- (b) 修繕率を考慮することにより、配分予算に対するプロジェクト毎の便益を評価することができる。
- (c) 配分予算に対するプロジェクト毎の便益に基づき、動的計画法を用い最適予算配分の形でネットワークレベルの最適化を定式化できる。

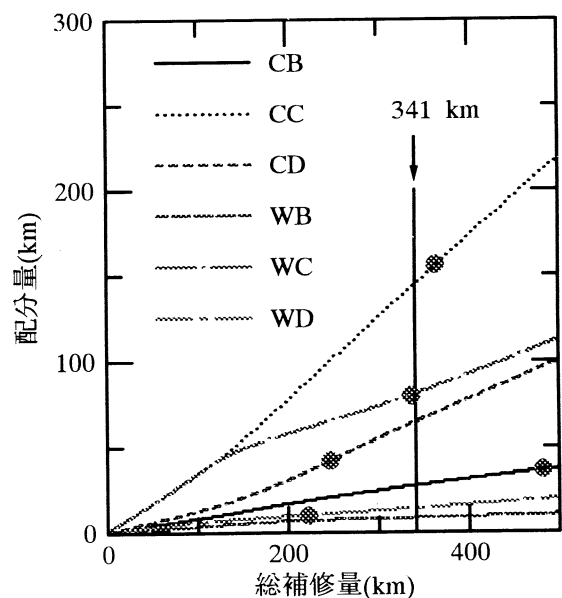


図-3 最適配分 (ネットワークレベル)

また、今後の課題としては修繕率について、修繕規模との関連、規模の経済の影響などを明らかにしていく必要がある。

参考文献

- 1) 武山 泰, 嶋田洋一, 福田 正: マルコフ連鎖モデルによるアスファルト舗装の破損評価システム, 土木学会論文集, No. 420/V-13, pp. 135-141, 1990.
- 2) 堀木賢一, 福田 正: ニューラルネットワークによる舗装のパフォーマンスモデル, 土木学会論文集, No. 496/V-24, pp. 99-102, 1994.
- 3) 孔 永健, 福田 正: ネットワークレベル舗装修繕計画の最適化, 土木学会論文集, No. 526/V-29, pp. 79-84, 1995.
- 4) 大塚 勝, 武山 泰, 福田 正: 路面状態をネットワークとした舗装修繕計画の最適化, 土木学会論文集, No. 550/V-33, (掲載予定), 1996.
- 5) Hiller, F.S. and Lieberman, G.J.: *Introduction to Operations Research*, 5th ed., McGraw-Hill International Editions, p.777, 1990.
- 6) 武山 泰, 内村星史, 福田 正: 寒冷地舗装の破損遷移に関するデータ解析, 土木学会論文集, No. 442/V-16, pp. 147-152, 1992.
- 7) 武山 泰, 福田 正: 温暖地におけるアスファルト舗装の破損遷移に関するデータ解析, 土木学会論文集, No. 451/V-17, pp. 189-195, 1992.
- 8) 建設省道路局国道第一課, 建設省土木研究所: 舗装の管理水準と維持修繕工法に関する総合的研究, 第41回建設省技術研究会報告, pp. 296-316, 1987.
- 9) 安崎 裕, 片倉弘美, 伊佐真秋: 舗装の供用性と車両走行費用に関する検討, 舗装, Vol. 25, No. 3, pp. 11-15, 1990.
- 10) 日本道路協会: 道路維持修繕要綱, 1978.
- 11) Takeyama, Y. and Fukuda, T.: Transient Performance Model of Asphalt Pavement Deterioration and Its Application to Repair Management, *Infrastructure Planning and Management*, ASCE, pp.320-324, 1993.

(1996. 10. 14 受付)

NETWORK BASIS OPTIMAL MAINTENANCE STRATEGY OF FLEXIBLE PAVEMENTS BASED ON THE CONCEPT OF REPAIRED RATIO

Yasushi TAKEYAMA and Tadashi FUKUDA

In this paper, applications of Markovian transition probability model to decision of optimal maintenance strategy of flexible pavements on network basis are discussed.

The optimal maintenance strategy at the project level is formulated based on both dynamic programming and the equivalent annual maintenance cost. These two methods give the exactly same optimal maintenance level for the minimum long-run expected average cost.

Introducing the concept of repaired ratio, the optimal strategy at the network level is formulated as budget allocation problem by expansion of the equivalent annual maintenance cost model at the project level.