インフォ-ギャップ決定理論に基づく地動の不確定性を考慮した免制震橋梁のロバスト性評価

阿南工業高等専門学校　正会員　○井上貴文　阿南工業高等専門学校　正会員　森山卓郎

１．はじめに

不確定性が高い地震外力に対して耐震性能に優れたロバスト性の高い構造システムの重要性が指摘されている [1), 2)]．免震構造と制震構造を組み合わせることによりロバスト性に優れた橋梁構造を実現できる可能性が示されている [3)]．一方，竹脇 [2)]は，構造物の有するロバスト性を評価するために，生起頻度ではなく変動幅のみを対象とするインフォ-ギャップ決定理論 [4)]を用いる方法を提案している．本研究では，インフォ-ギャップ決定理論に基づき地動の不確定性を考慮して免制震橋梁のロバスト性を検討することを目的とした．

２．定常不規則外乱を考慮した免制震橋梁の定常状態における２乗平均応答

地動加速度を定常不規則外乱と考え，免制震橋梁の定常状態における 2 乗平均応答の平方根を評価する．0 平均の定常ガウス過程に従う水平地動加速度入力$\ddot{u}_g(t)$を受ける**図−1** に示す線形 2 質点 2 自由度系を扱う．質量行列，減衰行列，剛性行列，影響係数ベクトルをそれぞれ，$\boldsymbol{M}$，$\boldsymbol{C}$，$\boldsymbol{K}$，$\boldsymbol{r}$で表す．このとき，振動数領域における運動方程式は次式で表される [5)]．

$$(-\omega^2\boldsymbol{M}+i\omega\boldsymbol{C}+\boldsymbol{K})\boldsymbol{U}(\omega)=-\boldsymbol{M}\boldsymbol{r}\ddot{U}_g(\omega) \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{U}(\omega)$は質点の地動に対する相対水平変位$\boldsymbol{u}(t)$のフーリエ変換，$\ddot{U}_g(\omega)$は$\ddot{u}_g(t)$のフーリエ変換である．(1)式は簡易的に，次式のように表される．

$$\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{U}(\omega)=\boldsymbol{B}\ddot{U}_g(\omega) \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{A}=-\omega^2\boldsymbol{M}+i\omega\boldsymbol{C}+\boldsymbol{K}$，$\boldsymbol{B}=-\boldsymbol{M}\boldsymbol{r}$である．(2)式より，次式が得られる．

$$\boldsymbol{U}(\omega)=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}\ddot{U}_g(\omega) \tag{3}$$

(3)式を次のように表現することとする．

$$\boldsymbol{U}(\omega)=\boldsymbol{H}(\omega)\ddot{U}_g(\omega) \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{H}(\omega)=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}$である．水平地動加速度入力$\ddot{u}_g(t)$の PSD 関数を$S_g(\omega)$とすると，質点$i$の相対水平変位の二乗平均応答は次式で表される [5)]．

$$\sigma_i{}^2=\int_{-\infty}^{\infty}|H_i(\omega)|^2 S_g(\omega)\,d\omega \tag{5}$$

ここでは，PSD 関数は両側スペクトルであるとする．強度$\bar{s}$が有限の時には，critical 外乱の PSD 関数$\tilde{S}_g(\omega)$は，有限区間$\tilde{\Omega}$で一定値$\bar{s}$をとり，このような外乱は，矩形 PSD 関数外乱 [5)]とよばれる．$\bar{s}$が有限の時，(5)式は，以下のようになる [5)]．

$$\sigma_i{}^2=\bar{s}\int_{\omega\in\tilde{\Omega}}|H_i(\omega)|^2\,d\omega \tag{6}$$

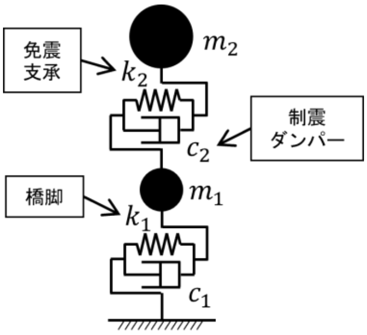
本研究では，有限区間$\tilde{\Omega}$の設定にあたり，正側振動数の矩形 PSD 関数外乱の中央点を構造物の 1 次の非減衰固有円振動数として近似的に求めることとする [5-7)]．

３．インフォ-ギャップ・ロバストネス関数

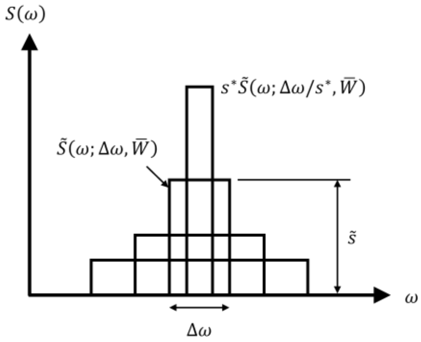
地動に関する不確定性は，地動入力加速度の PSD 関数の任意性により表現するものとする [2)]．ただし，PSD 関数の振動数域での積分値となる外乱パワーは，$\overline{W}$で指定されており変化しないものとする． 竹脇 [2)]と同様に，矩形 PSD 関数外乱の上限値$\bar{s}$に不確定性が存在するものとする．矩形 PSD 関数外乱に関する不確定性を，**図−2** に示すように，インフォ-ギャップ不確定性モデル [2)]を用いることとし，荷重の集合を次式のように表現する．

$$L\left[\alpha_S,\tilde{S}(\omega;\Delta\omega,\overline{W})\right]=\left\{S(\omega)=s^*\tilde{S}(\omega;\Delta\omega/s^*,\overline{W}):s^*=s/\tilde{s},\left|\frac{s-\tilde{s}}{\tilde{s}}\right|\le\alpha_S\right\},\alpha_S\ge 0 \tag{7}$$

ここで，α_Sは変動の幅，$\tilde{S}(\omega;\Delta\omega,\overline{W})$は，振動数幅も含む公称の矩形 PSD 関数外乱の形状を表している．$\Delta\omega$は，



図−1　線形 2 質点 2 自由度系



図−2　矩形 PSD 関数のインフォ-ギャップ不確定性モデル [2)]

表−1　免制震橋梁のパラメータ

m_1(t)	120
m_2(t)	600
k_1(kN/m)	28400
k_2(kN/m)	16500
c_1(kN・s/m)	452

正側（及び負側）振動数の公称の片側の円振動数幅であり [6)]，また，$\bar{W}$は矩形 PSD 関数外乱の振動数域での積分値であり，一定値である．(7)式に示したインフォ-ギャップ不確定性モデルを用いて，インフォ-ギャップ・ロバストネス関数$\hat{\alpha}_S$は次式により表される [2)]．

$$\hat{\alpha}_S(f_c) = \max\left\{\alpha_S \middle| \left[\max_{S\in L(\alpha_S,\tilde{s})} f(S)\right] \le f_c\right\} \tag{8}$$

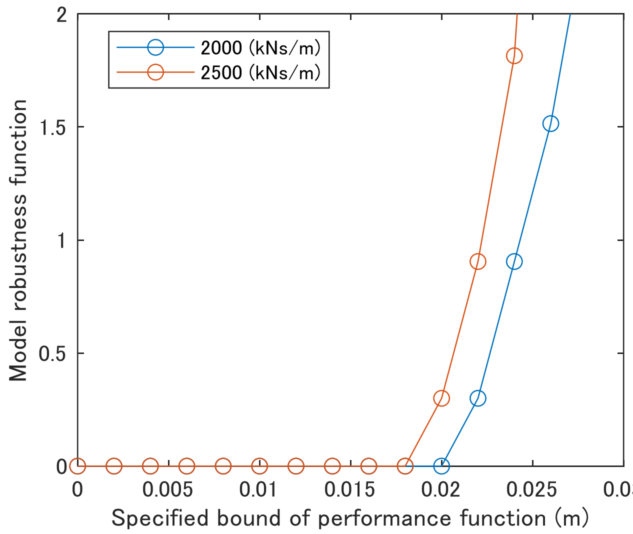
ここで，fは系の応答量を表し，f_cは許容応答量を表している．(8)式は，性能要求を満たす不確定性レベルα_Sの最大値がインフォ-ギャップ・ロバストネス関数$\hat{\alpha}_S$であることを意味している．本研究では，系の応答量として，橋脚部の変形量の二乗平均応答の平方根を評価した．

４．検討例

ここでは，免制震橋梁のパラメータは，表-1 に示すように設定した．制震ダンパーの減衰係数c_2は，2000 (kN・s/m)と 2500 (kN・s/m)の 2 ケースを考えた．公称の矩形 PSD 関数のパラメータとしては，文献 2)に基づき，El Centro NS (Imperial Valley Earthquake 1940)に相当するものとして，$\bar{W} = 0.139\ (\mathrm{m^2/s^4})$，公称 PSD 振幅$\tilde{S} = 0.0165\ (\mathrm{m^2/s^3})$と設定した．ただし，記録地震波は非定常であるため，ここでは，時間軸方向に平均化した意味での PSD の値を用いている [8)]．**図−3** は，インフォ-ギャップ・ロバストネス関数$\hat{\alpha}_S$を要求性能値に対して描いた図である．**図−3** からわかるように，c_2が 2000 (kN・s/m)のケースより 2500 (kN・s/m)のケースのほうがより大きなインフォ-ギャップ・ロバストネス関数値を示しており，ロバスト性に優れていることがわかる．

参考文献

1) 日本建築学会：建築構造設計における冗長性とロバスト性（応用力学シリーズ 12），丸善，2013.
2) 竹脇出：不確定性を有する構造物のロバスト性の非確率的評価法，日本建築学会構造系論文集，第 581 号，pp. 55-61，2004.
3) 松田ら：免制震すべりシステムを適用した橋梁における支承部デバイス機能に関する一考察，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.68，No.4，pp. I_683-I_696，2012.
4) Ben-Haim, Y.:Information-gap decision theory: decision under severe uncertainty, Academic Press, SanDiego, 2001.
5) 竹脇出：確率論に基づく新しい critical 外乱法，日本建築学会構造系論文集，第 533 号，pp. 69-74，2000.
6) 竹脇出：変動クリティカル外乱に対するグローバル性能最大化設計，日本建築学会構造系論文集，第 539 号，pp. 63-69，2001.
7) Takewaki, I. : Critical excitation method for robust design: A review. *J. Struct. Eng.*, ASCE, 128(5), pp. 665-672, 2002.
8) Lai, SP. : Statistical characterization of strong ground motions using power spectrum density function. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 72(1) , pp. 259-274, 1982.



図−3　インフォ-ギャップ・ロバストネス関数$\hat{\alpha}_S$と要求性能値の関係