複数の周波数を利用したMUSIC法による超音波イメージングの基礎的検討

愛媛大学　学生会員　○松尾太聖　正会員　丸山泰蔵　中畑和之

1.　はじめに

現在，構造物の維持管理のため壊すことなく検査できる手法が注目されている．その中でも，超音波探傷は広く行われており，受信波形を解析することで試験体内部の状態を可視化することが可能である．本研究では，相関行列の固有値解析に基づいたイメージング手法である MUSIC 法について検討を行う．MUSIC 法は一般に，高い方位分解能で知られているため，超音波探傷に応用することで高解像度の欠陥像再構成が期待できる．しかし，従来の MUSIC 法は単一周波数の複素振幅から送受信方向に対する相関行列を作成するため，散乱源数よりも多いアレイ素子が必要である．また，単一周波数のみ使用するため，底面が存在するような内部領域に対して著しくイメージング性能が低下する．そこで本研究では，近年提案された複数の周波数を利用した MUSIC 法 [1] によって欠陥像の再構成を試みる．なお，受信波形は動弾性有限積分法 (EFIT)[2] による数値シミュレーションで取得する．

2.　散乱源のイメージング手法

2.1　散乱波のモデル化

本研究では，面外波動問題を考える．図 1 に示すように，L 個のアレイ素子 $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, ..., \boldsymbol{x}_L$ から円筒波を入射し，点散乱源から発生した散乱波をアレイ素子で観測するものとする．取得した散乱波から，点散乱源位置 $\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, ..., \boldsymbol{z}_N$ を推定することを考える．素子 $\boldsymbol{x}_j$ から入射波を送信したときに素子 $\boldsymbol{x}_i$ で受信される散乱波は Born 近似を仮定すると次のように表される．

$$u^{\mathrm{sc}}_{ij} = \sum_{n=1}^{N} q_n U(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{z}_n) A U(\boldsymbol{z}_n, \boldsymbol{x}_j) \tag{1}$$

ここに，q_n は点散乱源 $\boldsymbol{z}_n$ の散乱強さ，A は入射波の振幅，$U(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = \frac{\mathrm{i}}{4\mu}\mathrm{H}^{(1)}_0(k|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|)$，i は虚数単位，$\mu$ は横弾性係数，k は波数，$\mathrm{H}^{(1)}_0$ はゼロ次の第一種ハンケル関数である．送受信点が散乱源から十分遠方であると仮定すると，式 (1) は次のように遠方近似できる．

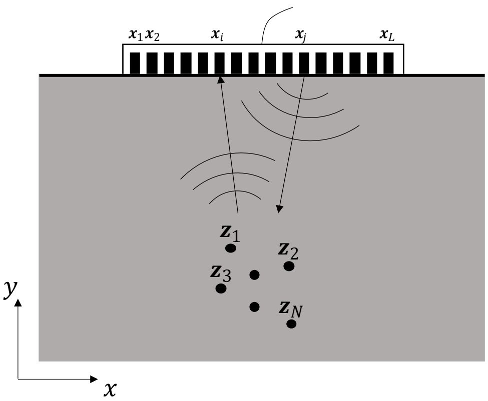


図 1: アレイ探触子による超音波の送受信

$$u^{\mathrm{sc}}_{ij} \approx \frac{A}{8\pi\mu^2}\frac{\mathrm{i}e^{[\mathrm{i}k(|\boldsymbol{x}_j|+|\boldsymbol{x}_i|)]}}{\sqrt{|\boldsymbol{x}_j||\boldsymbol{x}_i|}}\sum_{n=1}^{N} q_n e^{-\mathrm{i}k\hat{\boldsymbol{x}}_i\cdot\boldsymbol{z}_n} e^{-\mathrm{i}k\hat{\boldsymbol{x}}_j\cdot\boldsymbol{z}_n} = \frac{A}{8\pi\mu^2}\frac{\mathrm{i}e^{[\mathrm{i}k(|\boldsymbol{x}_j|+|\boldsymbol{x}_i|)]}}{\sqrt{|\boldsymbol{x}_j||\boldsymbol{x}_i|}} u^{\mathrm{far}}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j, k) \tag{2}$$

ここに，$\hat{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{x}_i/|\boldsymbol{x}_i|$ である．また，u^{far} はイメージング原点，散乱源位置，及び送受信方向から成る遠方場パターンであり，散乱源の位置推定に用いる．

2.2　散乱源の位置推定法

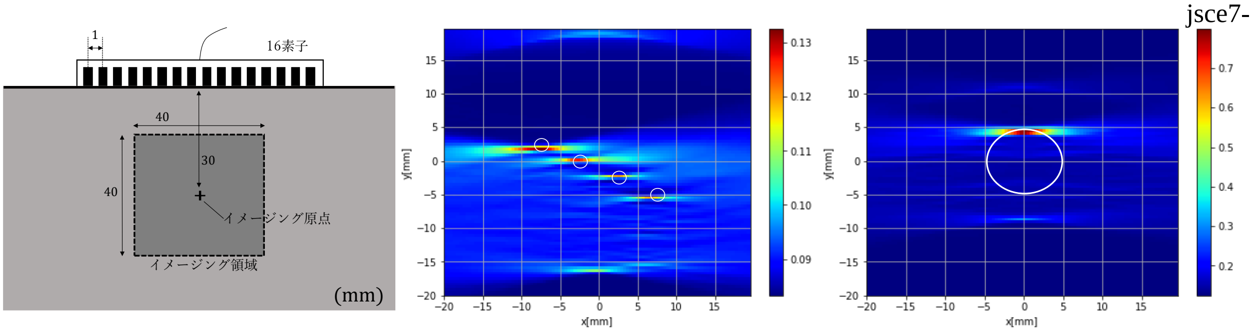
Griesmaier と Schmiedecke[1] は，ある 1 つの方向から入射波を送信し 1 つの方向で受信した場合の波形データを用いて，複数周波数による相関行列を作成している．その相関行列は式 (2) の u^{far} を用いて，次のように表される．

$$\boldsymbol{F}^{(ij)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_1}u^{\mathrm{far}}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j, k_1) & \frac{1}{k_2}u^{\mathrm{far}}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j, k_2) & \cdots & \frac{1}{k_{p+1}}u^{\mathrm{far}}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j, k_{p+1}) \\ \frac{1}{k_2}u^{\mathrm{far}}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j, k_2) & \frac{1}{k_3}u^{\mathrm{far}}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j, k_3) & \cdots & \frac{1}{k_{p+2}}u^{\mathrm{far}}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j, k_{p+2}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{k_{2q-p}}u^{\mathrm{far}}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j, k_{2q-p}) & \frac{1}{k_{2q-p+1}}u^{\mathrm{far}}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j, k_{2q-p+1}) & \cdots & \frac{1}{k_{2q}}u^{\mathrm{far}}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j, k_{2q}) \end{bmatrix} \tag{3}$$

ここに，$p, 2q$ はそれぞれ観測され得る散乱源の数，使用する周波数の数である．送信方向 j，受信方向 i が固定されており，複数の周波数に対する波数 k についての相関をとっている．

イメージング領域中の検査点 $\boldsymbol{z}$ で散乱波が発生したとき，各素子で観測される位相をまとめた位相情報ベクトルを次のように定義する．

$$\boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\boldsymbol{z}) = \left[\xi^0, \xi^1, \xi^2, \cdots, \xi^{2q-p-1}\right]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$



(a) (b) (c)

図 2: 解析結果 (a) 解析モデル (b) 小さな円形空洞 4 つの場合 (c) 大きな円形空洞 1 つの場合

ここに，$\xi = e^{\mathrm{i}k_1(-\hat{\boldsymbol{x}}_j - \hat{\boldsymbol{x}}_i)\cdot \boldsymbol{z}}$ である．この $\boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\boldsymbol{z})$ と $\boldsymbol{F}^{(ij)}$ を用いて，以下の関係から散乱源を推定する．

$$\boldsymbol{z} \in \{\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, \cdots, \boldsymbol{z}_N\} \Leftrightarrow \boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\boldsymbol{z}) \in \mathrm{ran}(\boldsymbol{F}^{(ij)}) \Leftrightarrow \boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\boldsymbol{z}) \perp \ker(\boldsymbol{F}^{(ij)\mathrm{H}}) \tag{5}$$

ここに，上付き H は共役転置である．つまり，検査点と散乱源が一致するとき，$\boldsymbol{F}^{(ij)}$ の核空間の基底と位相情報ベクトル $\boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\boldsymbol{z})$ が直交することを利用して，散乱源を推定する．ここで，相関行列 $\boldsymbol{F}^{(ij)}$ を次のように特異値分解する．

$$\boldsymbol{F}^{(ij)} = \sum_{l=1}^{p+1} \sigma_l \boldsymbol{u}_l \boldsymbol{v}_l^{\mathrm{H}} \tag{6}$$

ここに，σ_l，$\boldsymbol{u}_l$，$\boldsymbol{v}_l^{\mathrm{H}}$ は，それぞれ特異値，左特異ベクトル，右特異ベクトルである．特異値 $\sigma_l \neq 0$ のときの左特異ベクトル $\boldsymbol{u}_l$ を用いて，$\boldsymbol{P}^{(ij)}$ を定義する．

$$\boldsymbol{P}^{(ij)} = \sum_{l=1}^{M} \boldsymbol{u}_l \boldsymbol{u}_l^{\mathrm{H}} \tag{7}$$

ここに，$M = \mathrm{rank}(\boldsymbol{F}^{(ij)})$ であり，特異値 $\sigma_l \neq 0$ のときの左特異ベクトルの数である．次の関数 W を定義し，イメージング領域全体に渡って W をプロットすることで散乱源の位置推定を行う．なお，$\boldsymbol{E}$ は単位行列である．

$$W(\boldsymbol{z}) = \sum_{j=1}^{L} \frac{1}{\sum_{i=1}^{L} |(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{P}^{(ij)})\boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\boldsymbol{z})|} \tag{8}$$

3. 欠陥像のイメージング結果

図 2(a) に示す平らな表面を持つ試験体 (アルミニウム:横波の波速 $c = 3.13\mathrm{km/s}$, 密度 $\rho = 2700\mathrm{kg/m^3}$) の内部に散乱体が存在する場合を考える．試験体の上側表面に素子ピッチ 1mm で 16 素子のアレイ探触子が設置されているものとし，探触子の素子がそれぞれ独立して超音波を送受信するものとする．試験体内部に円形空洞を想定したときの受信波形を EFIT により計算している．図 2(b)，(c) にイメージング結果を示す．図 2(b) は 2mm の円形空洞が 4 つ，図 2(c) は 10mm の円形空洞が 1 つあるときを想定しており，空洞の位置は図中に白丸で示している．図 2(b) では，空洞の位置で W の値が大きくなっており正確に散乱源を推定できていることが分かる．また図 2(c) では，円形空洞の上境界付近で最も W の値が大きくなっており，散乱波が発生している点を検出できていることが分かる．しかしながら，どちらの結果も欠陥像が横に大きく伸びているため，方位分解能の低下が確認された．方位分解能の低下の要因は，相関行列の中に送信方向と受信方向の情報が含まれておらず，式 (8) により後から送受信方向のデータを足し合わせているためだと思われる．

4. まとめ

本稿では，複数の周波数を用いた MUSIC 法の概要，数値解析例を示した．相関行列に周波数の情報のみを含め，送受信方向の情報を後から足し合わせた場合，方位分解能が低下した．相関行列に送受信方向のデータを内包したときの結果は当日に報告する．

参考文献

[1] Griesmaier, R. Schmiedecke, C. : A multifrequency MUSIC algorithm for locating small inhomogeneities in inverse scattering, *Inverse Problems*, Vol.33, No.3, 035015, 2017.

[2] 中畑和之, 木本和志, 廣瀬壮一 : 動弾性有限積分法を用いた波動伝搬解析のためのイメージベースモデリング, 計算数理工学論文集, Vol.7, No.2, 論文 No. 17-080317, 2008.