MUSIC を用いた超音波非破壊イメージングの基礎的検討

愛媛大学　学生会員　○松尾太聖　正会員　丸山泰蔵　中畑和之

1. はじめに

超音波を用いた非破壊検査では，欠陥からの散乱波を用いた欠陥のイメージング手法が提案されている．イメージング手法はいくつか提案されているが，本研究では，受信波の相関行列の固有値分解を利用した MUSIC (MUltiple SIgnal Classification)[1)]に注目する．MUSIC は，点散乱源から十分遠方で受信した散乱波を利用することを前提としているが，実際の超音波非破壊検査では有限距離で散乱波が計測される．そこで本研究では基礎的検討として，有限距離で散乱波を観測した場合を想定し，数値シミュレーションによる MUSIC の有効性の検証を行う．ここでは，Helmholtz 方程式を満足する 3 次元波動場を想定し，計測点と散乱源の距離を変化させた場合のイメージング結果の違いを調べた.

2. MUSIC アルゴリズム

図-1 に示すように，平面波u^{inc}が点散乱源s_1，…，s_nに入射し，そこで散乱した波動u^sを観測点$\boldsymbol{x}_1$，…，$\boldsymbol{x}_N$で受信するものとする．本研究では，受信された点散乱源s_1，…，s_nのそれぞれの位置$\boldsymbol{z}_1$，…，$\boldsymbol{z}_n$を推定することを考える．このとき，全波動場$u\left(\coloneqq u^{inc}+u^s\right)$は Helmholtz 方程式を満足すると仮定すると，任意の点$\boldsymbol{x}$における散乱波は次のように表される.

$$u^s(\boldsymbol{x})=\sum_{j=1}^{n} q_j\left\{\frac{\exp\left(\mathrm{i}k\left|\boldsymbol{z}_j-\boldsymbol{x}\right|\right)}{4\pi\left|\boldsymbol{z}_j-\boldsymbol{x}\right|}\right\}u\left(\boldsymbol{z}_j\right) \tag{1}$$

ここに，iは虚数単位，kは波数，q_jは点散乱源s_jの散乱強度である．いま，m方向から超音波を入射し，l方向で散乱波を受信したとする．そのときの，観測データ行列$\boldsymbol{F}^{\mathrm{far}}$は次のように表される.

$$F_{lm}^{\mathrm{far}}=\sum_{j=1}^{n} q_j \exp\left(-\mathrm{i}k\hat{\boldsymbol{x}}_l\cdot\boldsymbol{z}_j\right)u_m\left(\boldsymbol{z}_j\right) \tag{2}$$

ここで，$\hat{\boldsymbol{x}}_l=\boldsymbol{x}_l/|\boldsymbol{x}_l|$であり，$u$の下付き添字は到来する入射波の識別番号である．

対象領域の検査点$\boldsymbol{p}$に対する検査ベクトル$\boldsymbol{\phi}_p=\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k\hat{\boldsymbol{x}}_1\cdot\boldsymbol{p}}，…，\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k\hat{\boldsymbol{x}}_N\cdot\boldsymbol{p}}\right)$を定義すると，行列$\boldsymbol{F}^{\mathrm{far}}$に対する$\mathrm{ran}\left(\boldsymbol{F}^{\mathrm{far}}\right)\perp\ker\left(\boldsymbol{F}^{\mathrm{far}^H}\right)$なる関係（上付き$H$はエルミート転置）から，点散乱源数に対して十分な送受信点数Nが存在すれば次の関係が成り立つ.

$$\boldsymbol{p}\in\{\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\dots,\boldsymbol{z}_n\}\Leftrightarrow <\boldsymbol{\phi}_p,\boldsymbol{\psi}_j>=0 \tag{3}$$

ここに，$<>$はエルミート内積，$\ker\left(\boldsymbol{F}^{\mathrm{far}^{\mathrm{H}}}\right)=\mathrm{span}\{\boldsymbol{\psi}_1,\boldsymbol{\psi}_2,…,\boldsymbol{\psi}_{N-n}\}$である．ここで，点散乱源位置を推定するための指示関数Wを次のように定義する.

$$W(\boldsymbol{p})=\left\{\sum_{j=1}^{N-n}\left|<\boldsymbol{\phi}_p,\boldsymbol{\psi}_j>\right|^2\right\}^{-1} \tag{4}$$

検査点$\boldsymbol{p}$が点散乱原位置のいずれかと一致する場合に式(4)のWの値が発散するため，領域全体に渡ってWをプロットすることで散乱源のイメージングを行う.

本研究では，欠陥から有限の距離で受信したときの観測データを用いるため，観測データ行列$\boldsymbol{F}$を次のように定義する.

$$F_{lm}=\frac{4\pi|\boldsymbol{x}_l|}{\exp(\mathrm{i}k|\boldsymbol{x}_l|)}\sum_{j=1}^{n} q_j\left\{\frac{\exp\left(\mathrm{i}k\left|\boldsymbol{z}_j-\boldsymbol{x}_l\right|\right)}{4\pi\left|\boldsymbol{z}_j-\boldsymbol{x}_l\right|}\right\}u_m\left(\boldsymbol{z}_j\right) \tag{5}$$

次節の数値解析例では，$\boldsymbol{F}^{\mathrm{far}}$と$\boldsymbol{F}$を用いた場合のイメージング結果の比較を行う.

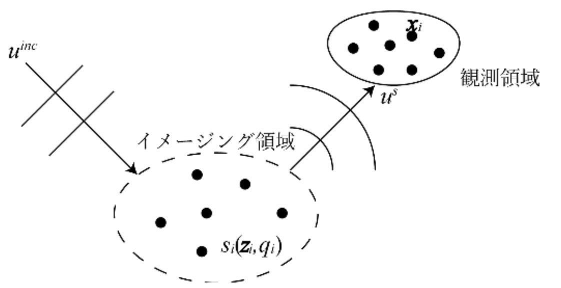

図-1　点散乱源 s_i と観測点 x_i

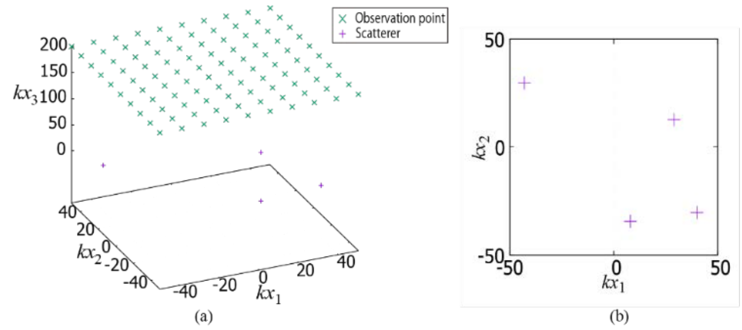

図-2　点散乱源と観測点の配置．(a)鳥瞰図，(b) $kx_3 = 0$平面

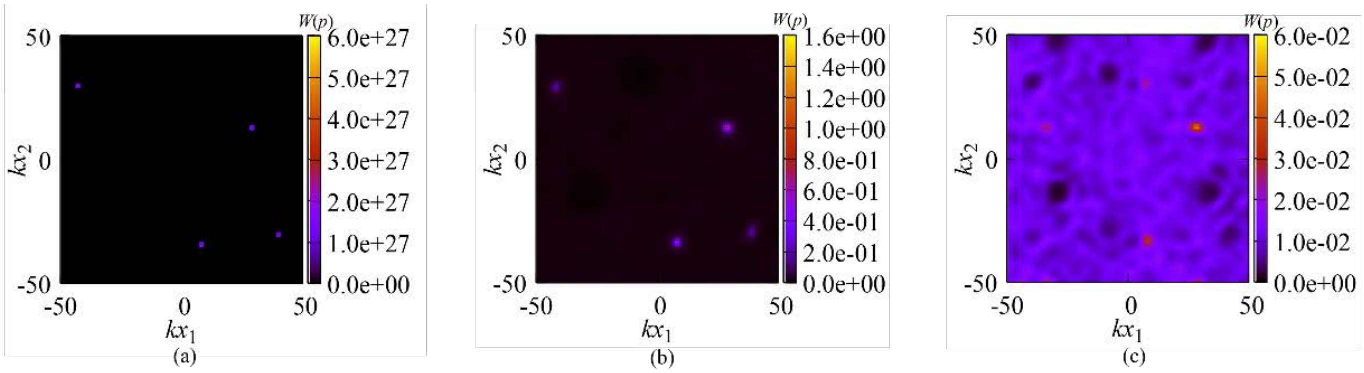

図-3　点散乱原位置推定結果．(a) $\boldsymbol{F}^{\mathrm{far}}$を用いた場合，(b) $\boldsymbol{F}$を用いた場合（観測点は$kx_3 = 200$の平面上），(c) $\boldsymbol{F}$を用いた場合（観測点は$kx_3 = 100$の平面上）

3．数値解析例

図-2(a)に示すように，3 次元空間において$kx_3 = 100, 200$の位置に 10 × 10の合計100個の観測点を配置した．点散乱源は$kx_3 = 0$平面上に 4 点設定した．図 2(b)は$kx_3 = 0$平面上での点散乱源の位置を示している．それぞれの点散乱源における散乱強度はすべて$q_j = 1$とした．入射波は観測点から原点に向かう平面波として，次式で与えた．

$$u_m^{inc}(\boldsymbol{x}) = \exp(-\mathrm{i}k\hat{\boldsymbol{x}}_m \cdot \boldsymbol{x}) \quad (m = 1, \dots, N) \tag{6}$$

観測データ行列$\boldsymbol{F}^{\mathrm{far}}$と$\boldsymbol{F}$を用いた場合のイメージング結果を，それぞれ図 3(a)と(b)に示す．図 3(a)より，$\boldsymbol{F}^{\mathrm{far}}$を用いた場合，点散乱源位置で Wの値が非常に大きくなっていることがわかる．理論的には散乱源と検査点が一致した場合には式(4)は発散するが，数値計算上は非常に大きな値が表れることになり，これの値から位置推定ができていることがわかる．一方，図 3(b)の$\boldsymbol{F}$を用いた場合（ただし，観測点は$kx_3 = 200$）は，Wの値が 1.0 程度と小さくなっている． $\boldsymbol{F}$を用いた場合にWの値が小さくなった理由は，式(3)が導出された仮定から逸脱するためであると考えられる．観測点を$kx_3 = 100$平面上とした場合の$\boldsymbol{F}$を用いた結果を図 3(c)に示す．Wの値は図 3(b)よりもさらに小さくなり，散乱源の識別能が著しく低下していることがわかる．

4．まとめ

超音波非破壊イメージング手法として，MUSIC を適用した場合の欠陥の映像化に関する検討を行った．今回のシミュレーションによる検討では，遠方近似に基づいた MUSIC アルゴリズムは観測点が欠陥から十分に遠い場合に欠陥位置の特定が可能であることがイメージング結果からわかった．欠陥から近傍の位置で観測された散乱波データを用いる際には，MUSIC アルゴリズムを改良するか，計測データを処理するなど，イメージング性能の向上に寄与する方法を考える必要がある．

参考文献

1) Kirsch, A.: The MUSIC-algorithm and the factorization method in inverse scattering theory for inhomogeneous media, *Inverse Problems*, Vol.18, No.4, pp.1025-1040, 2002.