

# モンテカルロ法に基づくプレートガーダー橋の信頼性評価法 に関する検討

阿南工業高等専門学校 正会員 ○松保重之

## 1. 背景と目的

一般に、モンテカルロ (MC) 法は領域積分型MC法と事象再現型MC法とに大別され、大半の信頼性解析では、領域積分型MC法が用いられている。しかしながら、土木構造物として典型的な桁橋を対象とした解析では、領域積分型による評価法は限界状態確率を過小評価し設計上危険側となることが分かった<sup>1)</sup>。多くの不規則要因が複雑に関係する桁橋では、限界状態関数を定式化するのが困難で、荷重作用として耳桁中央の曲げモーメントをシミュレーションによって求めて近似的に正規分布でモデル化したのが原因であった。大型トレーラーの重量・載荷位置・衝撃係数などが全て正規変数であったとしても、これらと荷重作用との間には非線形関係があり、荷重作用は非正規変数となること、かつ、その分布の特定には、多くの不確定要因が関与するため、膨大なシミュレーションより決定する必要がある。このように、限界状態関数の定式化が困難な場合は、シミュレーションによるモデル化のために時間・労力を浪費するので数値上に表れない効率の悪さがあり、最初から事象再現型に基づくのが得策である。本報では、事象再現型MC法の効率化法について検討する。

## 2. 事象再現型MC法とその効率化法

**事象再現型MC法** 事象再現型MC法では、通常、基本確率変数  $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$  の同時確率密度  $f_{\underline{X}}(\underline{x})$  に従って発生させた  $n$  個の擬似乱数  $\underline{\eta}^{(i)} = (\eta_1^{(i)}, \eta_2^{(i)}, \dots, \eta_n^{(i)})^T$  を用いて、1回の試行を行い、これを  $N$  回繰り返して、所要量を平均値として推定する。特に、構造信頼性評価の場合は、各試行で、対象システムが安全か否かを観測し、安全の場合 0、危険 (破損) の場合 1 を取る状態指標関数  $I(\underline{x})$  を用いて定式化する。すなわち、限界状態確率  $P_f$  の推定値  $\hat{P}_f$  は、式(1)で与えられる。式(1)の計算誤差は  $N^{-1/2}$  のオーダーであり、計算効率が極めて悪い。式(1)の  $I(\underline{x})$  の値は、限界状態関数  $g(\underline{x})$  の値から決めることも可能であるが、本研究では、着目事象を計算機内で精確に再現し、各試行で着目事象が生起 (破損) するか否かを観測する。

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(\underline{\eta}^{(i)}) \dots (1) \quad P_f = \int_{a_1}^{b_1} \dots \int_{a_n}^{b_n} I(\underline{x}) f_{\underline{X}}(\underline{x}) d\underline{x} \dots (2) \quad \hat{P}_f = \frac{1}{N} \left\{ \prod_{j=1}^n (b_j - a_j) \right\} \sum_{i=1}^N I(\underline{\xi}^{(i)}) f_{\underline{X}}(\underline{\xi}^{(i)}) \dots (3)$$

**効率化** 信頼性評価の計算では、破壊と言う稀な事象を如何に精確に再現できるかが重要<sup>2)</sup>である。本報では、正規乱数の生成法として、Box-Muller法、および渋谷氏が棄却法によって改良した方法<sup>3)</sup>を考える。同じ観点で開発した擬似乱数割当法<sup>2)</sup>も考える。式(1)を積分形式で表しMC積分が適用できる形にした定積分型MC法も考える。定積分型MC法には分散減法<sup>3)</sup>が適用可能である。会場ではシード選別法<sup>5)</sup>の効果も紹介する。

**定積分型MC法**<sup>4)</sup> 事象再現型MC法の式(1)は  $I(\underline{x})$  の標本平均であると解釈できるから、期待値の定義式より、 $P_f$  は式(2)の積分によっても表現することができる。式(2)は基本確率変数  $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$  の定義域にわたる定積分となっている。式(2)にCrude MC法を適用して、 $P_f$  の推定式を表すと、式(3)となる。式(3)は、1回の試行に必要な  $n$  個の基本確率変数に対して、一様乱数  $\underline{\xi}^{(i)} = (\xi_1^{(i)}, \xi_2^{(i)}, \dots, \xi_n^{(i)})^T$  を用いて着目事象を再現し、 $I(\underline{x})$  の値を観測し、これを  $N$  回試行することにより、 $P_f$  を推定している。

## 3. 数値計算例

**計算条件** 現行設計された道路橋に対し、上記MC法により信頼性評価を行い、各MC法の効率を比較する。

本橋<sup>1)</sup>は、支間  $L=30\text{m}$ 、橋長  $30.8\text{m}$ 、有効幅員  $8\text{m}$ 、RC床版を有する単純非合成I桁橋である。主桁はSM400鋼材を用い、B活荷重で設計し、横断面図を図1、平面図を図2、主桁の横断面図を図3に示す。信頼性解析時の条件は以下の通りである。着目点は耳桁の支間中央とし、確率変数としては、幅員方向の車両位置、衝撃係数、車両重量、および部材強度の合計4つのバラツキを考える (ただし、車両重量と載荷位置は2車線の各車線で別々にばらつかせる)。なお、一様乱数にはメルセンヌツイスターを用いる。

**信頼性評価** 活荷重は、阪神高速道路公団による交通流実態調査結果<sup>2)</sup>に基づき、大型車両1台の平均値

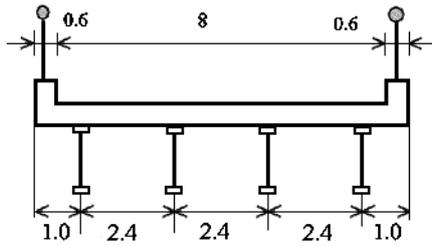


図1 対象橋の横断面[m]

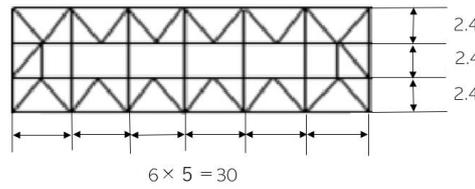


図2 平面図[m]

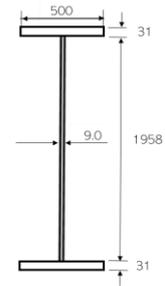


図3 桁の横断面[mm]

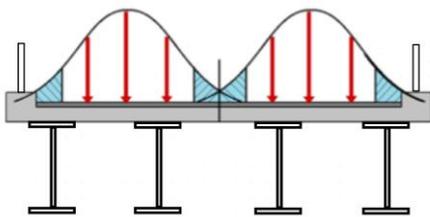


図4 大型車載荷位置の幅員方向分布

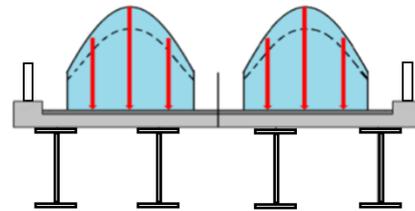


図5 幅員方向の載荷位置の裾切分布によるモデル化

102900.0 [N]、分散 4850000000.0 [N<sup>2</sup>]の正規分布に従うものとする。衝撃係数は、道路橋示方書の値  $20/(50+L) = 0.25$  を平均値とし、変動係数 0.1 の正規分布を仮定する。部材強度は、SM400 鋼材の許容応力度 140 [N/mm<sup>2</sup>] を平均値、1%の変動係数を持つ正規分布を仮定する。大型車の載荷は、簡単のために、左右両輪の2つの集中荷重を等価な1つの集中荷重に置き換え、その幅員方向の載荷位置のバラツキは、2車線の中央を平均として標準偏差 0.09375 [m]の正規分布を仮定した。ただし、このような正規分布では、図4のように、車両が高欄の外側にはみ出す等の不具合が生じるので、図5の裾切り分布とした。また、実際に着目点の応力度を求める際には、格子桁理論による荷重分配を行うが、本報では、Leonhardt による荷重分配を行った。なお、死荷重も載荷し、また大型車以外の車両も道路橋示方書で定めている分布荷重  $p_2$  を載荷して考慮した。

#### 4. 結果と考察

表1 事象再現型MC法(Box-Muller法)

No.	Trial Num.	$P_f$	$\rho$	Time(sec)
1	100000	0.000010000	1.00000	0
2	1000000	0.000020000	0.22360	0
3	10000000	0.000024900	0.06337	6
4	100000000	0.000025430	0.01983	58
5	1000000000	0.000025302	0.00629	578

表2 事象再現型MC法(渋谷氏改良法)

No.	Trial Num.	$P_f$	$\rho$	Time(sec)
1	100000	0.000020000	0.70710	0
2	1000000	0.000026000	0.19611	1
3	10000000	0.000026100	0.06190	4
4	100000000	0.000024840	0.02006	48
5	1000000000	0.000025589	0.00625	480

表3 擬似乱数割当法

No.	Trial Num.	$P_f$	$\rho$	Time(sec)
1	100000	0.000019010	0.57734	0
2	1000000	0.000025980	0.15617	0
3	10000000	0.000027311	0.04817	5
4	100000000	0.000025619	0.01573	49
5	1000000000	0.000025589	0.00498	494

表4 定積分型MC法(種々の分散減法が適用可能)

No.	Trial Num.	$P_f$	$\rho$	Time(sec)
1	100000	0.000026725	0.61170	0
2	1000000	0.000023852	0.20476	1
3	10000000	0.000025268	0.06291	5
4	100000000	0.000025313	0.01988	56
5	1000000000	0.000025089	0.00631	554

注:  $\rho$  は  $P_f$  の推定に伴うバラツキの変動係数を表す。

謝辞: 本研究は、一部、JSPS 科研費 15K04767 の助成を受けた。ここに記して、関係各位に謝意を表します。  
 参考文献: 1)松保・他: モン…評価, H30 四国支部第 24 回…概要集, 2018-5. 2)松保: 構造…化, 材料, Vol.54, No.3, pp.314-319, 2005. 3)津田: モン…シオン, 培風館, 1977-11. 4)松保: 事象…算法, 鋼構造年次論文報告集, 第 18 巻, pp.445-452, 2010-11. 5)松保: 積率…研究, 土木情報…論文集 2010, Vol.19, pp.293-300, 2010.