

モンテカルロ法に基づくプレートガーダー橋の信頼性評価

阿南工業高等専門学校 正 会 員 松保重之
阿南工業高等専門学校専攻科 学生会員 ○柴原一帆

1. 背景と目的

モンテカルロ (MC) 法は領域積分型MC法と事象再現型MC法に大別されるが、大半の信頼性解析では、領域積分型MC法が用いられている。領域積分型MC法の方が若干効率良く、種々の効率化手法 (Variance Reduction 法) が適用できるからである。領域積分型MC法では、基本確率変数の同時確率密度関数を破損領域にわたって積分するが、実構造物では、この破損領域を基本確率変数の関数 (限界状態関数) として定式化するのが困難である。文献¹⁾では、このことを典型的な構造物であるトラス橋を対象に例示した。本報では、典型的なもう一つの橋梁形式であるプレートガーダー橋 (桁橋) を対象に上記の事柄につき考察し、事象再現型MC法の有効性を示す。具体的には、数値計算例を通して、現行設計された桁橋の信頼性評価を事象再現型MC法と領域積分型MC法に基づき行い、考察を加える。そのため、領域積分型MC法では、Crude (入門的) MC法を用いることとし、事象再現型MC法でも、シード選別法²⁾などの特別な手法を用いないことにする。

2. 事象再現型MC法と領域積分型MC法

事象再現型MC法 当該事象を忠実に、多数回、再現 (シミュレーション) し、所要量を平均値として求める方法である。シミュレーションに関するパラメータは、実際にはバラツキを有するので、MC法でも、試行ごとに観測データに基づく確率分布に従って生成する。それ故、観測に基づく確率分布に従う擬似乱数が必要である。たとえば、構造物の限界状態確率 P_f を算出する場合には、全試行回数 N 回中、限界状態が n 回生起した場合、限界状態確率 P_f の推定値は、式(1)によって与えられる。

$$P_f = n/N \cdot \dots \cdot (1)$$

なお、簡単のため、限界状態として、作用応力度が、許容応力度を超過する状態を限界状態と仮定する。

領域積分型MC法 当該事象の信頼性に関与する基本確率変数 $\underline{X}=(X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ の同時確率密度を $f_{\underline{X}}(\underline{X})=f_{\underline{X}}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ とした場合、限界状態確率 P_f は式(2)の多重積分で表される：

$$P_f = \int \dots \int_{D_f} f_{\underline{X}}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \cdot \dots \cdot (2) \quad I = \int_a^b f(x) dx \cdot \dots \cdot (3) \quad \hat{I} \cong \frac{b-a}{N} \sum_{i=1}^N f(\xi_i) \cdot \dots \cdot (4)$$

式(2)中、積分領域 D_f は、限界状態関数 $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ が負となる破損領域を表す。もし、限界状態関数が定式化できれば、 P_f を式(2)によって算定でき、種々の効率化手法も適用できる。ただし、本報では、式(1)による計算と式(2)による計算とを比較するために効率化の適用は考えず、Crude MC法を用いる。Crude MC法では、たとえば式(3)の定積分は、 N 個の一樣擬似乱数 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ を用いて、式(4)で近似評価される。

3. 数値計算例

計算条件 まず、現行設計された道路橋の信頼性評価を、事象再現型MC法に基づき行う (式(1))。次に、同一の道路橋に対して、領域積分型MC法に基づき信頼性評価を行い (式(2))、両者の結果を比較検討する。

本橋³⁾は、支間 $L=30\text{m}$ 、橋長 30.8m 、有効幅員 8m 、RC床版を有する単純非合成I桁橋である。主桁はSM400鋼材を用い、B活荷重で設計し、横断面図を図1、平面図を図2、主桁の横断面図を図3に示す。信頼性解析時の条件は以下の通りである。着目点は耳桁の支間中央とし、確率変数としては、幅員方向の車両位置、衝撃係数、車両重量、および部材強度の合計4つのバラツキを考える。なお、一樣乱数にはメルセンヌツイスター⁴⁾を用い、それをBox-Muller法と棄却法とで組合せた改良法(渋谷による改良法)⁵⁾に適用して正規乱数を生成する。

事象再現型MC法による信頼性評価 活荷重は、阪神高速道路公団による交通流実態調査結果に基づき、大型車両1台の平均値 102900.0 [N] 、分散 $4850000000.0\text{ [N}^2\text{]}$ の正規分布に従うものとする。衝撃係数は、道路橋示方書の値 $20/(50+L)=0.25$ を平均値とし、変動係数 0.1 の正規分布を仮定する。部材強度は、SM400鋼材の許容応力度 $140\text{ [N/mm}^2\text{]}$ を平均値、1%の変動係数を持つ正規分布を仮定する。大型車の載荷は、簡単のために、

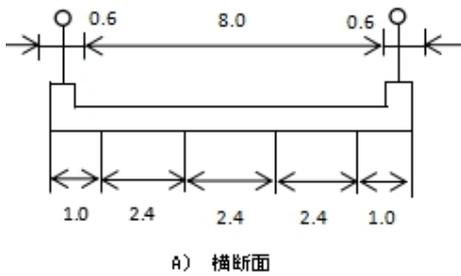


図1 対象橋の横断面[m]

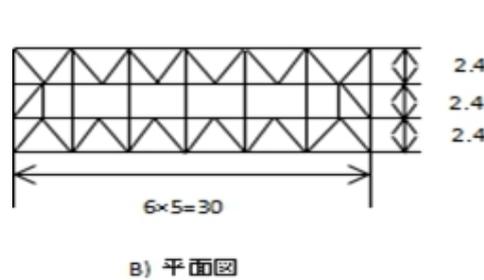


図2 平面図[m]

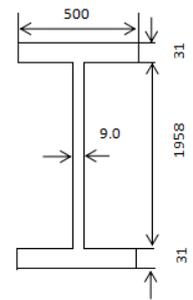


図3 桁の横断面[mm]

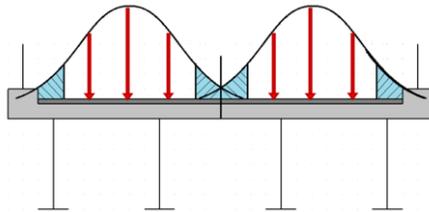


図4 大型車載荷位置の幅員方向分布

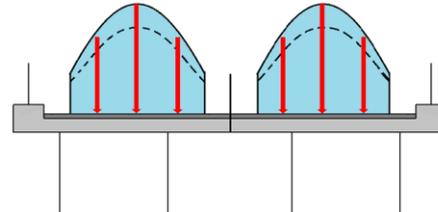


図5 幅員方向の載荷位置の裾切分布によるモデル化

左右両輪の2つの集中荷重を等価な1つの集中荷重に置き換え、その幅員方向の載荷位置のバラツキは、2車線の中央を平均として標準偏差0.09375[m]の正規分布を仮定した。ただし、このような正規分布では、図4のように、車両が高欄の外側にはみ出す等の不具合が生じるので、図5の裾切り分布とした。また、実際に着目点の応力度を求める際には、格子桁理論による荷重分配を行うが、本報では、Leonhardtによる荷重分配を行った。なお、死荷重も載荷し、また大型車以外の車両も道橋示で定めている分布荷重 p_2 を載荷して考慮した。

領域積分型MC法による信頼性評価 上述の4つの基本確率変数を用いて限界状態関数を定式化するのは、困難である。本報では、幅員方向の大型車載荷位置や衝撃係数のバラツキを考慮して予め着目断面に生じる曲げ応力度の確率特性値（平均値、分散、確率分布等）をシミュレーションによって求めておき、この荷重作用 S と許容応力度で与えられる強度 R とを用いて限界状態確率 $P_f = \text{Prob.}[R \leq S]$ を、式(4)で算出した。

4. 結果と考察

式(1)による限界状態確率 P_f の結果を表1に示す。表中、 ρ は推定誤差に基づく変動係数である。式(2),(4)による P_f を表2に示す。表2は $N=10000$ 回のシミュレーションで得られた作用応力度の確率特性値を使って式(4)の結果である。紙面の関係上割愛したがシミュレーション回数を増やせば式(4)の結果も式(1)の結果に近づくが、若干小さめで漸近した。これは、式(4)の推定では、シミュレーションの収束状況に注意を払う必要があることを示している。また、小さめの P_f は設計上危険側となることを意味する。事象再現型の有効性を確認できた。

表1 事象再現型MC法による計算結果

No.	Trial Numb.	P_f	ρ	Time(sec)
1	100000	0.0000200	0.7071	0
2	1000000	0.0000260	0.1961	1
3	10000000	0.0000261	0.0619	6
4	100000000	0.0000248	0.0020	64
5	1000000000	0.0000256	0.0006	642

表2 領域積分型MC法による計算結果

No.	Trial Numb.	P_f	ρ	Time(sec)
1	100000	0.0000195	0.7158	0
2	1000000	0.0000186	0.2317	0
3	10000000	0.0000187	0.0731	1
4	100000000	0.0000187	0.0231	12
5	1000000000	0.0000187	0.0073	119

参考文献： 1)松保：構造…化，材料，Vol.54，No.3，pp.314-319，2005。 2)松保：積率…研究，土木情報利用技術論文集2010，Vol.19，pp.293-300，2010。 3)原 隆，他：鋼構造学，pp.81-142，コロナ社，2009。 4)M. Matsumoto et al: Mersenne Twister, ACM Trans., Vol.8, pp.3-30, 1998. 5)津田：モンテ…シオン改訂版，pp.84-106，培風館，1977。