

粒子フィルタを用いた介在物の音速と密度の同定に関する研究

愛媛大学大学院 学生員 ○ Aisyah Binti Zabri
 愛媛大学大学院 学生員 紙田聖也
 愛媛大学大学院 正員 中畑和之

1. はじめに

構造部材の健全性を評価するために超音波探傷試験 (UT) が行われている。音響インピーダンスの異なる場所で超音波が反射・散乱することを利用し、その波形から欠陥の大きさや位置を推定しようとするのが一般的な UT である。しかし、欠陥の種類や材質等の材料パラメータを超音波の散乱波形から推定するのは容易ではなく、何らかの数值モデルの導入が必要となる。統計数理の観点から見れば、これは観測値から欠陥の内部諸量 (状態量) の推定する問題となる。観測値に潜む状態量を推定するために、粒子フィルタ¹⁾が提案されている。粒子フィルタは、北川¹⁾および Gordon ら²⁾によって、ほぼ同時期に独立に提案されたもので、シミュレーションモデルと観測データを逐次的に同化する手法である。本研究では、粒子フィルタのアルゴリズムを用いて、欠陥による散乱波から欠陥の音速と密度を同定することを試みる。ここでは、シミュレーションモデルに有限積分法 (FIT) を用いた粒子フィルタを提案する。

2. 粒子フィルタによるデータ同化

m 次元ベクトルの観測可能な時系列を、 $\mathbf{y}_{1:T} \equiv [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_T]$ のように表記する。また、介在物の音速や密度のように、直接観測できない潜在変数を状態ベクトルといい、観測ベクトルと同様に $\mathbf{x}_{1:T}$ と表す。観測ベクトル \mathbf{y}_t と状態ベクトル \mathbf{x}_t の関係は、以下に示す観測モデルによって表現される¹⁾。

$$\mathbf{y}_t = h_t(\mathbf{x}_t^{(i)}) + \mathbf{w}_t^{(i)} \quad (1)$$

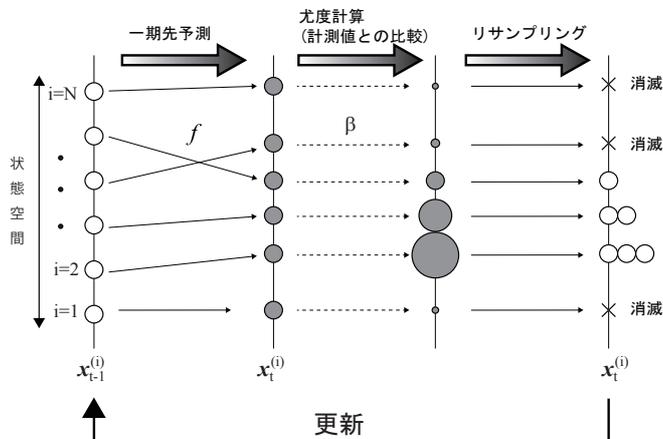


図-1 粒子フィルタのフローチャート

ここで、 $\mathbf{w}_t^{(i)}$ は測定ノイズである。また、システムモデルは

$$\mathbf{x}_t^{(i)} = f_t(\mathbf{x}_{t-1}^{(i)}) + \mathbf{v}_t^{(i)} \quad \mathbf{v}_t \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (2)$$

と表される。 \mathbf{v}_t はシステムノイズであり、平均 μ 、分散 σ^2 に従う。式 (1) と (2) をまとめて状態空間モデルと呼ぶ。粒子フィルタは、状態ベクトル \mathbf{x}_t の確率密度分布を多数の粒子を用いて表す。すなわち、式 (1) と (2) の添え字 i は i 番目の粒子を表している。各粒子は、計測値を用いて各ステップで尤度が計算される。

$$w_t^{(i)} = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\mathbf{y}_t - h_t(\mathbf{x}_t^{(i)})\right)^T \mathbf{R}_t^{-1}\left(\mathbf{y}_t - h_t(\mathbf{x}_t^{(i)})\right)\right\}}{\sqrt{(2\pi)^m |\mathbf{R}_t|}} \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{R} は分散共分散行列である。この尤度に準じて、粒子の重み付けを行い、粒子の更新を行う。

本研究で採用した粒子フィルタの具体的な手順を次に示す。

1. $i = 1, \dots, N$ について、初期乱数 $\mathbf{x}_0^{(i)}$ を生成する。
2. $t = 1, \dots, T$ について (a), (b), (c) のステップを実行する。

(a) 各 i について i, ii, iii を実行する

i. 乱数 $\mathbf{x}_t^{(i)}$ を生成する。

ii. 一期先予測: $\mathbf{x}_t^{(i)} = f_t(\mathbf{x}_{t-1}^{(i)}) + \mathbf{v}_t^{(i)}$ を計算する。

iii. 尤度計算: $w_t^{(i)}$ を計算する。

(b) $\sum_{j=1}^N w_t^{(j)}$ を求める。

(c) $\mathbf{x}_t^{(i)}$ を $\beta^{(i)} = \frac{w_t^{(i)}}{\sum_{j=1}^N w_t^{(j)}}$ の確率で抽出されるようにリサンプリングを行う。

以上の手順を繰り返すことで、状態ベクトル \mathbf{x}_t の分布を修正・更新していく。通常は、退化の抑制を目的として粒子のリサンプリングを行うが、このアルゴリズムを Sequential Importance Resampling (SIR) 法と呼ぶ。図-1 に示すように、観測データから遠い粒子を消滅させ、重みの大きい粒子を複製することで退化を抑える。ここで、一度取り出した粒子も繰り返してサンプルしても良い。つまり重複を許した復元抽出を実行するのが粒子フィルタの特徴である。

3. 母材中の介在物の音速と密度の同定

本研究では、母材の音速 c_T^0 と密度 ρ^0 は既知とし、介在物の音速 c_T と密度 ρ を同定することを試みる。このとき、 \mathbf{x} を以下のように2次元状態として定義する。

$$\mathbf{x} = [c_T, \rho]^T \quad (4)$$

前節で述べたように、前のステップの状態ベクトルを用いて現ステップの状態ベクトルを表したものがシステムモデルである。しかし、ここでは、音速と密度の時間経過に伴う変化は考慮しない。つまり、式(2)は

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{v}_t \quad (5)$$

とする。本研究では、式(1)における $h_t(\mathbf{x}_t)$ の計算について、有限積分法³⁾(FIT)を用いる。ここで、式(5)における \mathbf{v}_t の設定方法について述べる。図-2に示すように、正規分布では平均値を挟んで $\mu \pm 3\sigma$ の範囲の出現確率は99.7%である。この範囲に、各粒子の c_T や ρ が分布するようにする。

次に、FIT と粒子フィルタを用いた鋼材中の介在物の音速と密度の同定例を示す。図-3に示すように、横波(SH波)を用いることとし、探触子から介在物(直径10mm)に超音波を送信し、得られた散乱波のフーリエスペクトルを尤度計算に用いる。探触子径は10mmであり、1MHzの超音波を送信する。介在物からは介在物の上境界面からの反射波と下境界面からの反射波が得られる。本研究では、この2つの成分を含む波形をフーリエ変換し、パワースペクトルを得た。本来ならば、観測値は計測データを用いるべきであるが、ここでは観測値は数値シミュレーションで作成した数値解とした。また、通常は粒子を多く発生させるが、ここでは10個の粒子を用いた。介在物の音速と密度の真値は、2400m/s と 7000kg/m³ とする。粒子の初期配置として、 $c_T = 1000 \sim 3000$ 、 $\rho = 4000 \sim 8500$ の間に分布させた。また、音速のノイズとして $\sigma=100$ 、密度のそれは $\sigma=166$ とした。 μ はゼロである。図-4に、粒子フィルタによる介在物の音速と密度の同定結果を示す。図-4に示すように $t=12$ で真値の近傍に粒子が集まっており、粒子に有意な移動が生じない状態 ($T=30$) で計算を終了した。

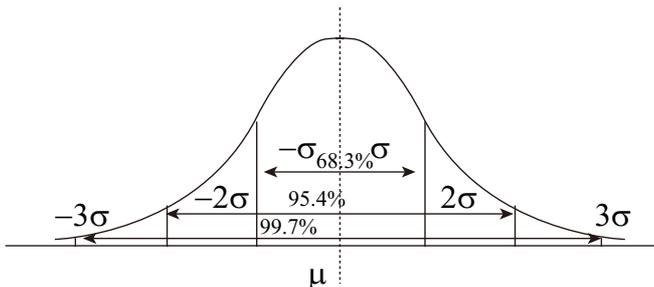


図-2 正規分布に従うシステムノイズ \mathbf{v}_t

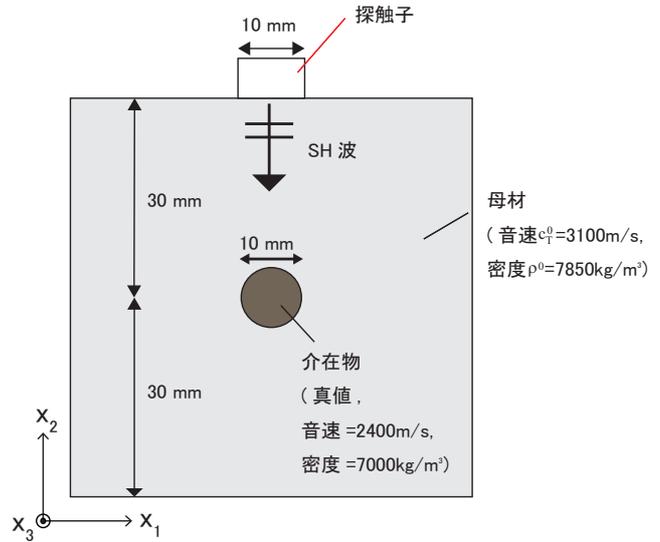


図-3 解析モデルにおける探触子と介在物の位置

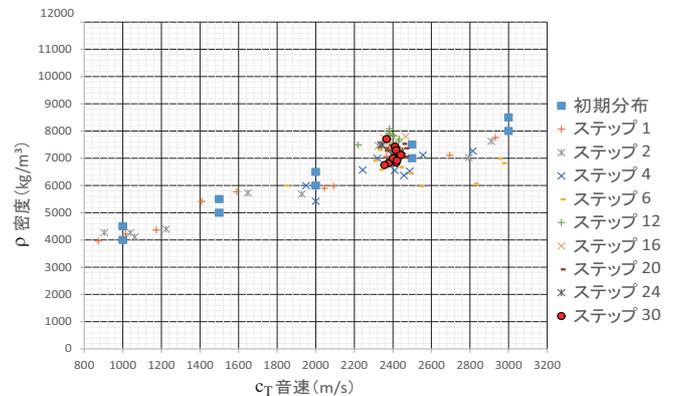


図-4 10個の粒子を使用した場合の各ステップの粒子の移動状況

4. 結論

本研究では、非破壊検査への応用を意図して、超音波の受信波形から構造部材の弾性パラメータを推定するために粒子フィルタの検討を行った。シミュレーションモデルとしてFITを用いた。少ない粒子数であったが、介在物の音速と密度を良好に同定することができた。今後は、実際の計測値を用いた粒子フィルタの適用を検討し、より現実的なパラメータの推定を行っていきたい。

参考文献

- 1) 北川源四郎, モンテカルロ・フィルタおよび平滑化について, 統計数理, Vol.44, No.1, pp.31-48, 1996.
- 2) N. J. Gordon, D. J. Salmond, and A.F.M. Smith, Novel approach to nonlinear / non-Gaussian Bayesian state estimation, IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing), Vol.140, No.2, pp.107-113, 1993.
- 3) K. Nakahata, K. Terada, T. Kyoya, M. Tsukino and K. Ishii, Simulation of ultrasonic and electromagnetic wave propagation for nondestructive testing of concrete using image-based FIT, J. Comput. Sci. Tech., Vo.6, No.1, pp.28-37, 2012.