

都市下水道管渠網の非定常圧力流れの基礎式とスロットモデル

愛媛大学大学院 学生会員 ○シジヤパティ・スエータ 日本上下水道設計 正会員 東 正史
愛媛大学大学院 正会員 友近榮治 愛媛大学大学院 正会員 渡辺政広

1. はじめに

都市下水道流域の雨水流出解析において、MOUSE モデル、InfoWorks モデル、XP-SWMM モデルの3つの解析モデル（ここでは、海外モデルと呼ぶこととする）が広く用いられてきているが、これら3モデルにおいては、下水道管渠の圧力流れをスロット・モデルを用いて解析しているため、下水道管渠網における圧力波伝播速度あるいはスロット幅が、解析精度に大きく関係する重要なモデルパラメータとして用いられている。しかしながら、圧力波伝播速度あるいはスロット幅の算定式（評価式）はいまだ明らかにされておらず、解析者が適切と考えられる経験値を採用しているのが実情である。

本報告では、はじめに、管壁の弾性変形および水の圧縮性ととも、下水道管渠に多数接続している取付管における流出水の貯留をも考慮して、下水道管渠の圧力流れの基礎式を導出する。次に、この基礎式の導出過程を通じて得られる圧力波伝播速度（スロット幅）算定式を提案するとともに本式の妥当性を検証する。

2. 海外モデルにおける非定常圧力流れの基礎式と問題点

上述した3つの海外モデルは、スロット・モデル（図-1）を利用して圧力流れを解析しており、それらモデルにおける下水道管渠の非定常圧力流れの基礎式は、以下のように表されている。

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} - S_0 + \frac{n^2 |V| V}{R^{4/3}} = 0 \quad (1), \quad \frac{\partial y}{\partial t} + V \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$; a = \frac{a_0}{\sqrt{1 + \frac{a_0^2}{a_r^2}}} \quad (3), \quad B_s = \frac{g A_f}{a^2} \quad (4), \quad a_0 = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (5), \quad a_r = \sqrt{\frac{\delta E}{\rho D}} \quad (6)$$

ここに、 V ：断面平均流速、 A_f ：管渠断面積、 y ：水深、 R ：径深、 D ：管渠径、 n ：マンニングの粗度係数、 S_0 ：管渠勾配、 g ：重力加速度、 B_s ：スロット幅、 a ：圧力波伝播速度、 a_0 ：水の圧縮性に起因する圧力波伝播速度、 a_r ：管壁の弾性変形に起因する圧力波伝播速度、 K ：水の体積弾性係数、 ρ ：水の密度、 δ ：管渠肉厚、 E ：管渠の弾性係数、 x ：距離、 t ：時間。

海外モデルでは、経験的観点から、表-1～表-3に示すように、管渠直径に応じて、スロット幅は1mm～4cm（ $D=0.25\text{m} \sim 2.0\text{m}$ ）、圧力波伝播速度は10m/s～200m/s（ $D=0.25\text{m} \sim 2.0\text{m}$ ）を採用することが望ましいとしている。いずれにしても、経験的立場から推奨されているもので、そうした推奨の理論的根拠は明らかではない。このことは、海外モデルで用いられている非定常圧力流れの基礎式が、必ずしも妥当なものではないことを示唆するものとも考えられる。

3. 取付管を組み入れた非定常圧力流れの基礎式と圧力波伝播速度算定式

水の圧縮性、管壁の弾性変形、取付管での流出水貯留を考慮して、プリズマチックな下水道管渠（図-2）における非定常圧力流れ（満管流れ）の運動方程式（(7)式）および連続の式（(8), (9)式）を導出した。

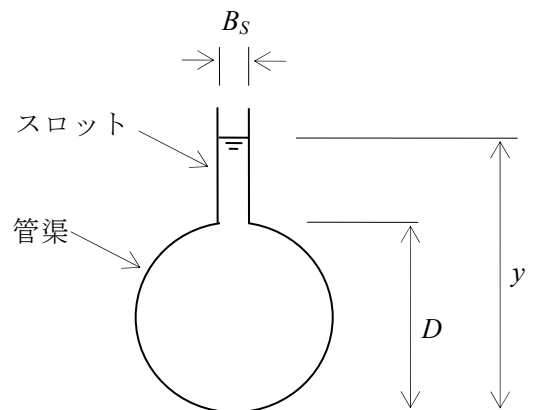


図-1 スロットモデル

表-1 指針 1 (スロット幅=D×0.02)

表-2 指針 2 (スロット幅=D×0.01)

表-3 指針 3 (スロット幅=1mm)

$B_s = 0.02 \times D$		
D	B_s	a
(m)	(m)	(m/s)
0.25	0.005	10
0.50	0.010	14
1.00	0.020	20
2.00	0.040	28

$B_s = 0.01 \times D$		
D	B_s	a
(m)	(m)	(m/s)
0.25	0.0025	14
0.50	0.0050	20
1.00	0.0100	28
2.00	0.0200	39

$B_s = 0.001 m$		
D	B_s	a
(m)	(m)	(m/s)
0.25	0.001	22
0.50	0.001	47
1.00	0.001	88
2.00	0.001	176

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} - S_0 + \frac{n^2 |V| V}{R^{4/3}} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} + V \left(1 - \frac{a^2}{a_L^2} \right) \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

$$; a = \frac{a_0}{\sqrt{1 + \frac{a_0^2}{a_r^2} + \frac{a_0^2}{a_L^2}}} \quad (9)$$

ここに、 a_L ：取付管の貯留に起因する圧力波伝播速度。

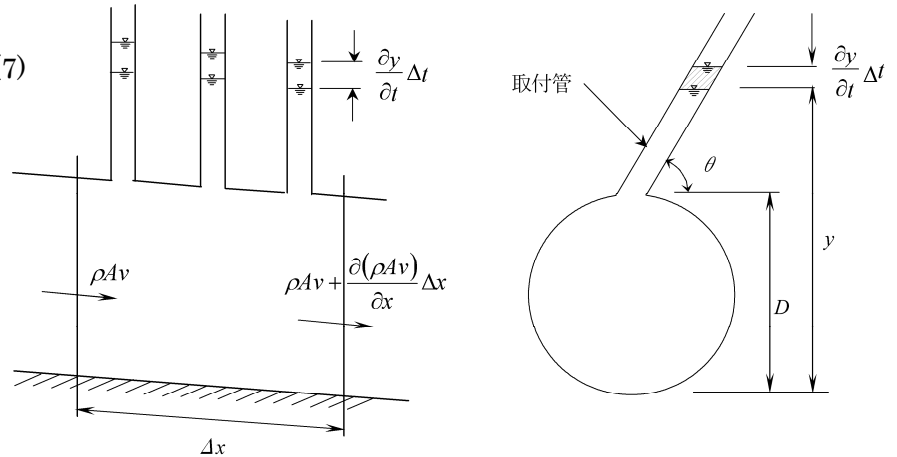


図-2 取付管の貯留を組み入れた下水道管渠の非定常圧力流れ

表-4 松山市・大阪市下水道流域における a , a_0 , a_r , a_L 値

Pipes						Evaluated Values of a_0, a_r, a_L, a			
Sewer Pipe			Lateral Pipe						
D (m)	δ (m)	E (N/m ²)	d (m)	N (pipes/m)	θ (degree)	a_0 (m/s)	a_r (m/s)	a_L (m/s)	a (m/s)
0.25	0.028	28,000	0.15	1/14	25	1,446	1,771	13	13
0.5	0.042			1/17			1,534	28	28
1.0	0.082			1/20			1,515	61	61
2.0	0.145			1/24			1,425	133	132

注) その他共通条件：

- ・水の密度： $\rho = 1,000 \text{ kg/m}^3$
- ・水の体積弾性係数 (10℃)： $K = 2.09 \times 10^9 \text{ (N/m}^2\text{)}$
- ・水深： $y = 2 \text{ m}$
- ・管渠の弾性係数： $E = 2.8 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$ (鉄筋コンクリート管)

表-1～表-4 から明らかなように、圧力波伝播速度算定式(9)を用いれば、従来、経験的に採用されてきた圧力波伝播速度の値が、下水道管渠と取付管の諸量から、算定できることが分かる。

4. おわりに

これまで明らかにされてこなかった、下水道管渠網における非定常圧力流れに対する流れの基礎式（運動方程式および連続の式）を、水の圧縮性、管壁の弾性変形、取付管における流出水貯留を考慮して、導出した。これより、下水道管渠網の非定常圧力流れの圧力波伝播速度算定式（評価式）が明確に示された。