

モード解析に基づく梁及びラーメン構造物の損傷同定法に関する基礎的研究

徳島大学大学院 学生会員 角田豊土 徳島大学大学院 学生会員 浅川和也
徳島大学大学院 正会員 成行義文 四国コンサルタント株式会社 正会員 豊崎裕司

1. はじめに 高度経済成長期に建設された道路橋等の構造物は、現在既に 40~50 年が経過している。この間に構造物には、風化・降雨・地震等といった自然作用の影響で微小な劣化損傷が蓄積していると考えられ、近年、特に道路橋の劣化損傷による安全性の低下が危惧されている。構造物の損傷把握手法として、近年「モード解析に基づく構造物の損傷同定法」が注目されている。本研究では、梁及びラーメン構造物を対象として、Ren らの損傷方程式¹⁾を用いたモード解析法の適用性について検討した。

2. 構造物特性と解析モデル 本研究では、3 種類の構造物を解析モデルとして使用した。図 1 に解析モデルを、表 1 に各種構造物の構造特性と拘束条件を示す。なお、いずれのモデルにおいても減衰は無視する。図 1(a)の梁モデル²⁾は、横断面 0.22m×0.32m、要素長を 0.5m の等分割された 10 個の 2 次元梁要素から成る単純支持梁であり、曲げ剛性は $EI=1.35 \times 10^7 \text{Nm}^2$ とした。ラーメンモデル図 1(b)、(c)は両端固定で、横断面が 0.40m×0.40m の 2 次元要素から成り、 $EI=6.08 \times 10^7 \text{Nm}^2$ とした。1 層ラーメンでは図 1(b)のモデルの各要素を 3 等分割したモデルも使用した。なお、梁及びラーメンとも $\rho=2300 \text{kg/m}^3$ とした。

3. Ren らの損傷方程式 本研究では、損傷を要素剛性(EI)の低下と定義し、式(1)に示す Ren らの損傷方程式¹⁾の適用性について検証した。

$$\sum_{e=1}^{N_e} \{\phi_{Dl,e}\}^T [k_e] \{\phi_{r,e}\} \Delta \alpha_e = \left(1 - \frac{\omega_{Dl}^2}{\omega_r^2}\right) \{\Phi_{Dl}\}^T [K] \{\Phi_r\} \quad (1)$$

ここに、 N_e は要素数、 ϕ は要素 e に対応するモードの成分ベクトル、 $[k_e]$ は要素 e

の要素剛性行列、 ω は固有円振動数、 Φ は全自由度に関するモード形、 $[K]$ は損傷前剛性行列、 r は損傷前モード次数、 Dl は損傷後モード次数、 $\Delta \alpha_e$ は要素 e の剛性低下率を表す。なお、式(1)の中の損傷前後のモード特性(ω, Φ)は、各モデルの所定の損傷シナリオに対して、固有値問題を解くことで作成し、損傷後のモード特性を、動的試験により得られたデータとみなす。本研究では、式(1)に損傷前後のモード特性及び損傷前の剛性行列を入力して損傷方程式を解いたときに、未知数である剛性低下率 $\Delta \alpha_e$ が所定の損傷シナリオ通り求まるか否かを検討した。

4. 擬似逆行列 式(1)において、左辺の係数行列 $[S]$ が逆行列を持てば $\Delta \alpha_e$ について解くことができる。しかし、 $[S]$ は一般的に正方行列にならず逆行列を持たない。そこで本研究では、Moore-penrose の擬似逆行列 $[S]^+$ を用いて損傷方程式から $\Delta \alpha_e$ を求める。

$$[S]^+ = ([S]^T [S])^{-1} [S]^T \quad (2)$$

5. モードの補完 一般に、動的試験から求まるモードは並進方向(x, y 成分)のものが多い。しかしながら、Ren らの損傷方程式では全ての自由度に関するモードが必要となる。そこで本研究では、固有値問題を解くことにより得られる並進方向のモード(使用モード、表 2 参照)を用いて、Guyan の静縮小法³⁾により回転方向のモー

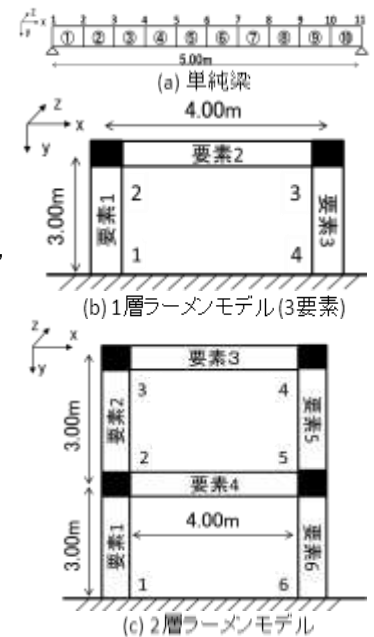


図 1 各種解析モデル

表 1 各種構造物の自由度数と拘束条件

	自由度数	考慮する成分	拘束する節点
(a)梁	22	y軸方向 z軸回転	y軸:節点1, 11
(b)ラーメン(要素数3)	8	x軸方向 z軸回転	x軸:節点1, 4 z軸:節点1, 4
(c)ラーメン(要素数9)	20	x軸方向 z軸回転	x軸:節点1, 10 z軸:節点1, 10
(d)2層ラーメン	12	x軸方向 z軸回転	x軸:節点1, 6 z軸:節点1, 6

表 2 補完モード

	使用モード	補完モード
梁	y軸方向	z軸回転
ラーメン	x軸方向	z軸回転

ドを補完し入力データを作成した。

6. 損傷シナリオと損傷同定結果 本研究では、要素の剛性を低下させることで、表 3 に示す 6 パターンの損傷シナリオを作成した。次に、各種構造物の損傷シナリオに対する損傷同定結果を図 2 に示す。 m は採用した損傷後の最大モード次数、 N は採用した損傷前の最大モード次数を表す。計算手順としては、初めに $\Delta\alpha_e$ の初期値を与えて損傷後の剛性行列を算出し、それを式(1)に代入して $\Delta\alpha_e$ の第 1 近似解を求め、同様の操作を $\Delta\alpha_e$ が収束するまで繰り返す。図中の case1 は $\Delta\alpha_e < 1\%$ となれば、 $\Delta\alpha_e = 0\%$ とする非負拘束を付けた場合を表し、case2 は非負拘束を付け、 0% となった要素を次のステップにおける損傷方程式の未知数から取り除く方法を使用した場合を表す。梁において図 2①より case1 の場合、損傷箇所はある程度同定できるが、損傷量までは同定できないことがわかる。また図 2②、③より、case2 の場合、損傷後のモード次数が低次の場合でも精度よく同定できていることがわかる。次に図 2④、⑤より 1 層ラーメンでは、 $m=1, N=1$ の場合 $\Delta\alpha_e$ は収束したものの、設定値とは異なる値になっていることがわかる。また非負拘束を無視(case3)すると $m=1, N=1$ の場合には収束値は非負拘束をつけた場合とほぼ等しい値となったが、2 あるいは 4 次モードまで用いた場合では収束値を得ることができなかった。次に図 2⑥よりわかるように 2 層ラーメンでは $\Delta\alpha_e$ は収束したが、損傷シナリオ以外の箇所にも損傷が見られた。

7. 擬似逆行列の精度 ラーメンに対する損傷同定精度が悪い一因として、擬似逆行列の精度が考えられるが、検討の結果、最大モード次数が高次の場合は精度の良い擬似逆行列となり、低次になるほど精度は悪くなることがわかった。したがって、擬似逆行列の精度のみが損傷同定精度に影響しているとは考えにくい。

8. おわりに 梁に対する損傷同定精度は比較的良好であるが、ラーメンの場合は精度良く同定できなかった。今後、ラーメンに対して Guyan の静縮小により求めた回転方向成分のモード形の精度、ならびに分割方法について工夫する必要があると思われる。

9. 参考文献 1) Wei-Xin Ren・Guido De Roeck : Structural damage identification using modal data. I :Simulation verification, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.128, No.1, pp.87-95, 2002 年。 2) 豊崎裕司 : 各種構造物の損傷同定における Ren らの損傷方程式の適用性に関する研究:2012 年度第 18 回土木学会四国支部, 2012 年。 3) Guyan, R. J. : "Reduction of Stiffness and Mass Matrices", AIAA Journal, 3-2, 1965 年。

表 3 損傷シナリオ

シナリオ	損傷要素	$\Delta\alpha_e$
①梁(1)	要素4	8%
	要素5	5%
	要素6	15%
	要素7	7%
②梁(2)	要素4	30%
	要素5	40%
	要素6	30%
③梁(3)	要素1	20%
	要素2	10%
	要素3	5%
	要素7	5%
	要素8	10%
	要素9	20%
④ラーメン(要素数3)	要素1	20%
⑤ラーメン(要素数9)	要素3	20%
⑥2層ラーメン	要素1	20%
	要素5	20%

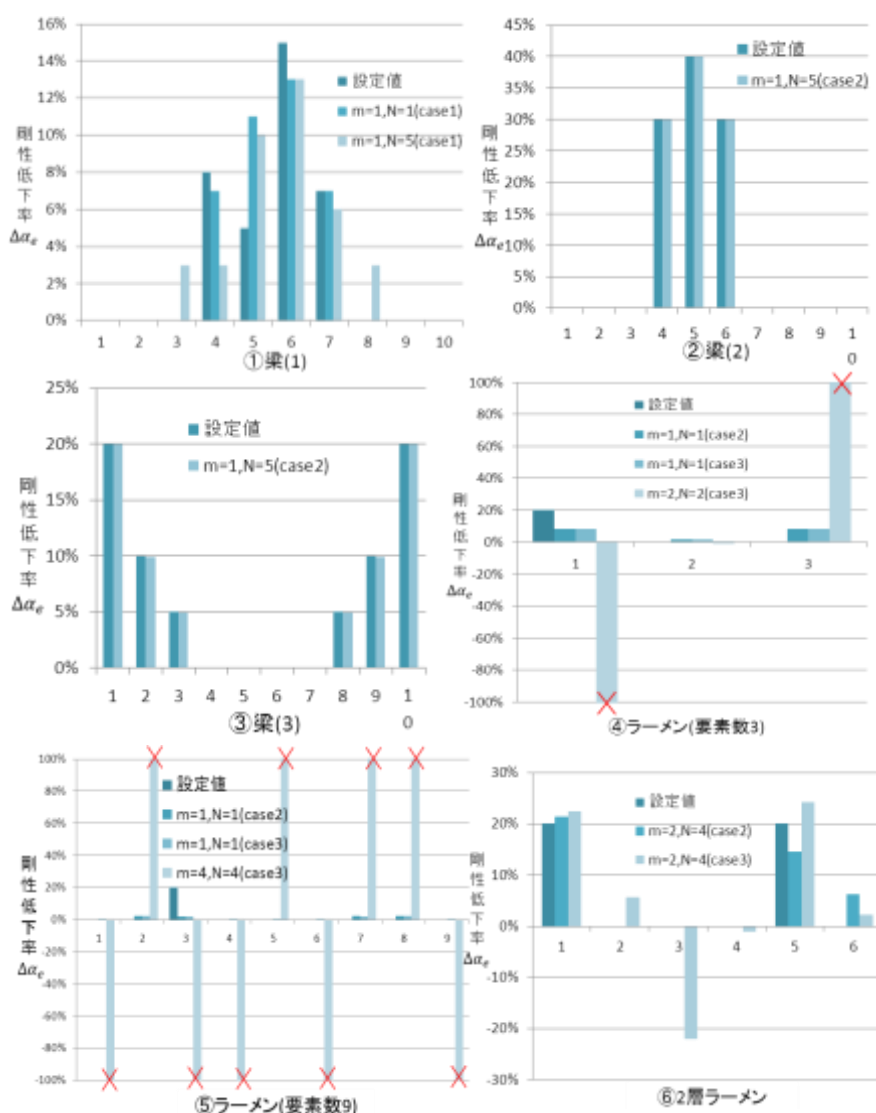


図 2 各種構造物の損傷同定結果