

イメージベース波動伝搬解析による非均質異方性材料中の 超音波伝搬シミュレーション

愛媛大学大学院 学生員 ○紙田聖也
愛媛大学大学院 学生員 菅原弘貴
愛媛大学大学院 正 員 中畑和之

1. はじめに

原子力プラント配管の異材溶接部や繊維補強プラスチック (FRP) の検査には、超音波探傷試験 (Ultrasonic Testing: UT) が実施されている。しかし、音響異方性を有するこれらの材料中では、超音波の伝搬方向によって音速が異なる。また、位相が伝搬する方向とエネルギーが伝搬する方向が異なる場合がある¹⁾。特に、溶接部では粗大金属粒の存在によって、超音波は散乱するため、非均質材料として扱う必要がある。音響異方性によって超音波は屈曲し、非均質性によって散乱・減衰するため、UTの精度が著しく低下することが問題となっている。

UTの検査の精度を向上させるために、このような複雑な現象をモデル化できる波動伝搬シミュレーションの導入が不可欠となっている。シミュレーションを行う際に、被検体の形状を簡単にモデル化できれば便利である。ここでは、CT写真やEBSP写真等の被検体のデジタル画像を数値解析の入力データとするイメージベースモデリングを、波動伝搬解析に適用することを試みる。これまで、動弾性有限積分法 (EFIT) をソルバとした等方性弾性波動場に対するイメージベース波動伝搬解析が提案されている²⁾。しかし、EFITを異方性波動場に拡張する場合、異方性材料の弾性スティフネスを考慮する際にグリッド補間をする必要がある。そこで、本研究では計算の高速化のために、ボクセル要素を用いた有限要素法 (以下、FEM) をソルバとして採用する。従って、ここではイメージベース FEMの精度および計算速度について検討を行う。

2. 異方性材料中を伝搬する超音波の数値解析

本研究では2次元解析を考える。ここでは、超音波は x_1 - x_3 面を伝搬するものとし、変位を $u_i(\mathbf{x}, t)$ 、せん断応力を $\tau_{ij}(\mathbf{x}, t)$ とする。異方性弾性体中の超音波の伝搬を支配する方程式は、以下ようになる。

$$\rho(\mathbf{x})\ddot{u}_i(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \tau_{i\beta}(\mathbf{x}, t)}{\partial x_\beta} \quad (1)$$

$$\tau_{ij}(\mathbf{x}, t) = c_{ij\alpha\beta} \frac{\partial u_\alpha(\mathbf{x}, t)}{\partial x_\beta} \quad (2)$$

ここで、 $\{\cdot\}$ は時刻 t に関する偏微分 $\partial^2/\partial t^2$ 、 $c_{ij\alpha\beta}$ は弾性スティフネス、 ρ は密度である。上式で α と β は総和規約を適用する。式 (1) と (2) から、面内偏向の波動と面外偏向の波動の2種類に定式化できるが、ここでは紙面の制約上、統一した離散化フォームを示す。

はじめに、重み付き残差式を作り、ガウスの発散定理を用いて、弱形式に変形する。次に、弱形式を図-1のような正方形要素 (4 節点四角形要素) を用いて離散化する。このとき、要素 j について、次のような要素剛性方程式が得られる。

$$M_j \ddot{d}_j + K_j d_j = f_j \quad (3)$$

ここで、 d_j は節点上の変位からなる行列である。式 (3) で、 M_j は質量行列、 K_j は剛性行列と呼ばれ、 f_j は表面力などの既知量が保存されるベクトルである³⁾。式 (3) を全ての要素数分アセンブリすれば、領域全体の代数方程式が得られる。

$$M \ddot{d} + K d = f \quad (4)$$

次に、時間軸の離散化について述べる。式 (4) を陽的に更新することを考える。そのためには、質量行列を集中化 ($M \approx \bar{M}$) する方法が最も効率的である。時間方向に中心差分近似を適用すれば、以下のような解の更新スキームとなる。

$$d^{h+1} = (2E - \Delta t^2 \bar{M}^{-1} K) d^h + \Delta t^2 \bar{M}^{-1} f^h - d^{h-1} \quad (5)$$

ここで、 E は単位行列、 Δt は時間ステップである。ここでは、材料定数はボクセル要素内で一定とし、表面力 f も要素の辺上で一定とする。また、要素はデジタル画像の1ピクセルの大きさと整合させる。

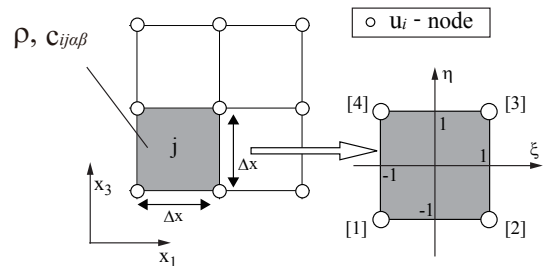


図-1 FEMにおける四角形要素とノード配置

3. 伝搬曲面の可視化

異方性材料中の波動場を可視化した場合、波動エネルギーの移動は群速度曲面として現れる。ここでは、解析的に求めた群速度とFEMの可視化結果を比較する。六方晶系結晶構造をもつオーステナイト系ステンレスにおける群速度曲線と、FEMによる面内および面外モードにおける数値計算の可視化を図-2

に示す．材料の弾性スティフネスは， $C_{1111} = 276.5$ ， $C_{1122} = 113.5$ ， $C_{1133} = 133.2$ ， $C_{3333} = 212.0$ ， $C_{2323} = 119.6$ GPa であり，密度は $\rho = 7880 \text{ kg/m}^3$ である．異方性波動場では，一般に 1 つの縦波 (P 波) と 2 つの横波 (S1 波 と S2 波) が存在する．オーステナイト系ステンレスの場合，S2 波は面外方向の純横波となり．面内の縦波や横波とはカップリングしない．FEM 解析では，解析領域の中心に点波源 (中心周波数 1MHz) を設定し，時間の経過とともに変位を出力する．面内モードでは，各時刻で変位の絶対値 $|u| = \sqrt{u_1^2 + u_3^2}$ を，面外モードでは u_2 をプロットしている．なお，要素長 Δx は 0.05mm としている．図-2 より，解析的に求めた群速度分布に従って，波動が伝搬していることがわかる．

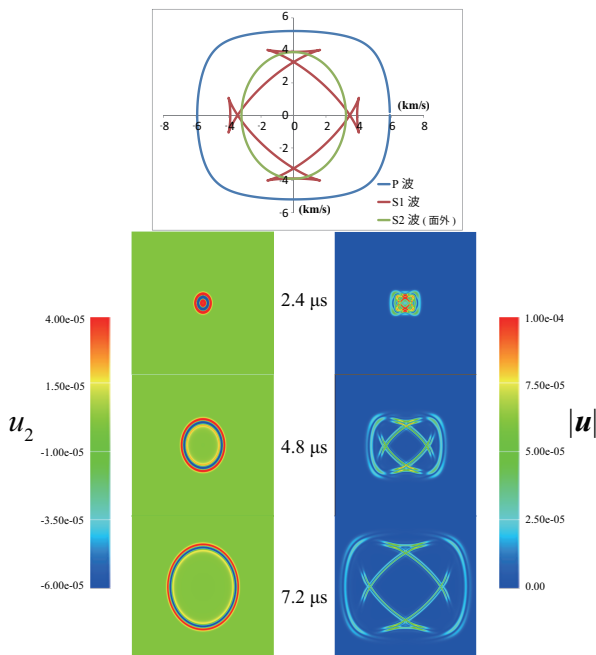


図-2 オーステナイト系ステンレスの群速度分布 (上) と面外 S2 波 (左) および面内 P 波および S1 波 (右) の可視化結果

4. FEM と EFIT の計算精度の検証

イメージベース波動解析では，FEM は四角形要素を用いるため，散乱体あるいは外側境界が曲線形状をしている場合でも，階段状にしか近似できないという欠点がある．従って， Δx を適切に小さく設定しなければならない．ここでは，FEM を用いて Δx を変化させた場合の面外モードの時刻歴応答について検討を行う．図-3 に示すような数値モデルを考える．材料はオーステナイト系ステンレスで，上方に設置した探触子から S2 波が発振されるものとし，中心周波数 1MHz の 1.5 波のリッカー波を送信する．なお，群速度分布から，最小音速は 3.2km/s であるため，最小波長 λ_{min} は約 1.0mm となる．クーラン数を考慮し， $\Delta x = 0.05, 0.08, 0.1, 0.2 \text{ mm}$ のとき， Δt はそれぞ

れ 0.008, 0.013, 0.016, 0.032 μs となるように決定した． Δx を変化させて計算を行った場合に，出力点で得られた変位 u_2 の時刻歴応答を図-4 に示す．なお，比較のため EFIT で計算した結果を図-4 の下側に示す．1 波目は送信波が通過したときの波形，2 波目は空洞によって散乱された波である．図 4 より，FEM と EFIT の計算値の差は小さいことがわかる．また， Δx が大きい場合には，第 2 波の後に数値振動がみられる．しかし， $\Delta x = 0.08 \text{ mm}$ 以下の場合には数値振動がほとんど抑えられている．従って，数値振動を抑えるためには， $\Delta x = 1/12 \lambda_{min}$ あればよいと考える．

以上より，イメージベース FEM の精度は，要素を適切に小さくすれば十分であることがわかった．今後は，実際に非均質・音響異方性を有する材料に本手法を適用し，妥当性を検証したい．

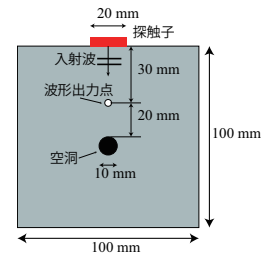


図-3 超音波伝搬シミュレーションのための数値モデル

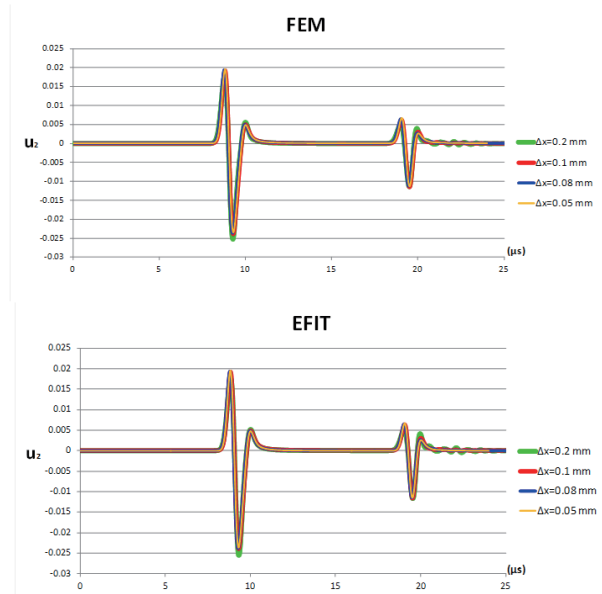


図-4 要素長 Δx を変化させた場合の FEM と EFIT による出力点の波形

参考文献

- 1) B.A. Auld, Acoustic Fields and Waves in Solids, Volume 1, Kreiger Publishing, Malabar, 1990.
- 2) K. Nakahata et al., Simulation of ultrasonic and electromagnetic wave propagation for nondestructive testing of concrete using image-based FIT, Journal of Computational Science and Technology, Vol.6, No.1, pp.28-37, 2012.
- 3) Y. Fish and T. Belytschko, 有限要素法 ABAQUS Student Edition 付, 丸善, 2008.