

3D-EFIT による弾性波伝搬シミュレーション

愛媛大学大学院 正 員 ○中畑和之
愛媛大学大学院 学生員 牛尾賢司

1. はじめに

弾性体中を伝搬する超音波を数値的にシミュレーションする手法として動弾性有限積分法 (EFIT)¹⁾ がある。EFIT は波動方程式を空間領域と時間領域で離散化し、時間ステップごとに波動場を計算する手法である。これまでに、解析対象の写真等の画像データを読み込み、これを EFIT に入力することで、非均質材料や複雑形状に対する波動伝搬シミュレーションを行うイメージベース EFIT が提案されている²⁾。ここでは、ピクセルデータを用いる 2 次元 EFIT から、ボクセルデータを用いる 3 次元 EFIT (3D-EFIT) に拡張を行った。本報告では、3D-EFIT の定式化を簡単に述べ、解析例として発電プラント中のタービン部材を伝搬する超音波のシミュレーションを示す。

2. 3 次元波動場における EFIT の定式化

ここでは、等方性材料に対する波動場を考える。3 次元直交座標系の位置ベクトルを $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ とし、粒子速度を \mathbf{v} 、応力を $\boldsymbol{\tau}$ とする。運動方程式を領域 V (その境界は S) で積分すると次式を得る。

$$\int_V \rho(\mathbf{x}) \dot{v}_i dV = \int_S \tau_{ij} n_j dS + \int_V f_i dV \quad (1)$$

ここで、 $(\dot{}) = \partial/\partial t$ 、 ρ は密度、 \mathbf{n} は法線ベクトル、 \mathbf{f} は物体力である。なお、上式にはガウスの発散定理を適用している。また、応力-変位は次の構成式：

$$\int_V \dot{\tau}_{ij} dV = \int_S \lambda(x) \delta_{ij} v_k n_k + \mu(x) (v_i n_j + v_j n_i) dS \quad (2)$$

を満たす。上式で λ と μ は Lamé 定数であり、これを用いて縦波速度は $c_L = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ 、横波速度は $c_T = \sqrt{\mu/\rho}$ と表される。いま、 ρ 、 λ 、 μ は V 内で一定とし、式 (1) と (2) を微小領域 $V (= \{\Delta x\}^3)$ で離散化する。イメージベース処理のために、領域 V とボクセルサイズを一致させる。また、時間域の離散化については、中心差分近似を用いる。

$$\begin{aligned} \{v_i\}^z &= \{v_i\}^{z-1} + \Delta t \{\dot{v}_i\}^{z+\frac{1}{2}} \\ \{\tau_{ij}\}^{z+\frac{1}{2}} &= \{\tau_{ij}\}^{z-\frac{1}{2}} + \Delta t \{\dot{\tau}_{ij}\}^z \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 Δt は時間ステップ幅であり、上付き文字 z は整数次または半整数時の時間ステップを表す。なお、 Δt と Δx は CFL 条件を満足するように設定しなければ、解は不安定となる。

3. イメージベースモデリング

3 次元イメージベースモデリングではボクセルの集合体を用いる。本研究ではボクセル有限要素法の汎用ソフトウェアのプリプロセッサを用いて、CAD データあるいは CT スキャンデータから解析モデルを作成する。イメージベース処理の概要は 2 次元と同様であり、ボクセル集合体の 1 ボクセルを EFIT の 1 セルに整合させる。ここでは、CAD データを用いた 3 次元におけるイメージベースモデリングの流れを示す。

まず、図-1 の左側に示すように CAD で解析対象の STL モデルを作成する。次に、それをボクセルメッシュに分割する。これにより、図-1 の右側に示すような解析モデルが作成される。ここで注意しなければならないことは、EFIT では立方体格子を用いているため、図-1 の下側に示すように曲面部分が階段状にモデル化されるということである。しかし、波長に比べて十分に短いセル長を設定することにより、精度の良い解析が可能である²⁾。

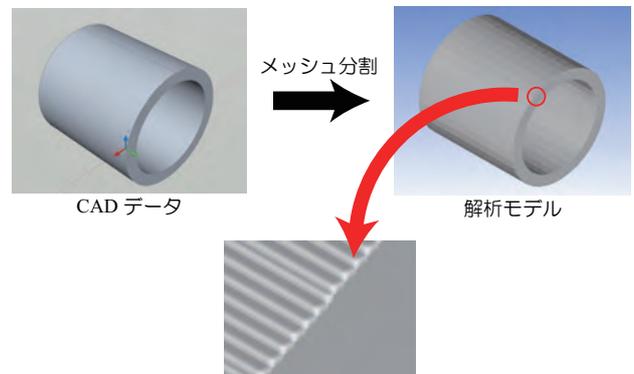


図-1 解析モデルの作成例

4. 3D-EFIT の精度検証

3D-EFIT の精度検証を行うため、図-2 の左側に示すようなモデルを考え、自由境界および異種界面における反射率と透過率の検証を行う。反射率と透過率の理論値は

$$R_v = \frac{\rho_1 c_1 - \rho_2 c_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}, \quad T_v = 1 + R_v \quad (4)$$

で表される。ここでは、式 (4) と 3D-EFIT による数値解とを比較する。ステンレス鋼の縦波音速と密度は $c_1 = 5800\text{m/s}$ 、 $\rho_1 = 7900\text{kg/m}^3$ とし、アルミニウムのそれは $c_2 = 6400\text{m/s}$ 、 $\rho_2 = 2700\text{kg/m}^3$ とした。モデル上面から中心周波数 500KHz の縦波平面波を送信

する. 計測点における v_3 の時刻歴波形を図-2の右側に示す. 図-2(a)右図の $6\mu\text{s}$ あたりの波動が入射波であり, $12\mu\text{s}$ あたりの波動が自由反射境界での反射波である. これより, 反射率は1.0であることがわかる. 空気の音響インピーダンスをゼロとすると, 理論値は式(4)から1.0であり, 数値解と理論値は一致している. 図-2(b)右図の計測点Aの波形において, $6\mu\text{s}$ あたりの波動は入射波であり, $12\mu\text{s}$ あたりの波動はステンレス鋼とアルミニウムの界面からの反射波である. また, 計測点Bの波形の $12\mu\text{s}$ あたりの波動は, ステンレス鋼からアルミニウムへの透過波である. 従って, 反射率は0.452, 透過率は1.452と求まる. 一方, 理論値は式(4)から反射率0.452, 透過率1.452となり, EFITによる数値解と良く一致している. 以上の結果から, 3D-EFITにおいて自由反射境界, 異種界面が正確に模擬できていることが確認できた.

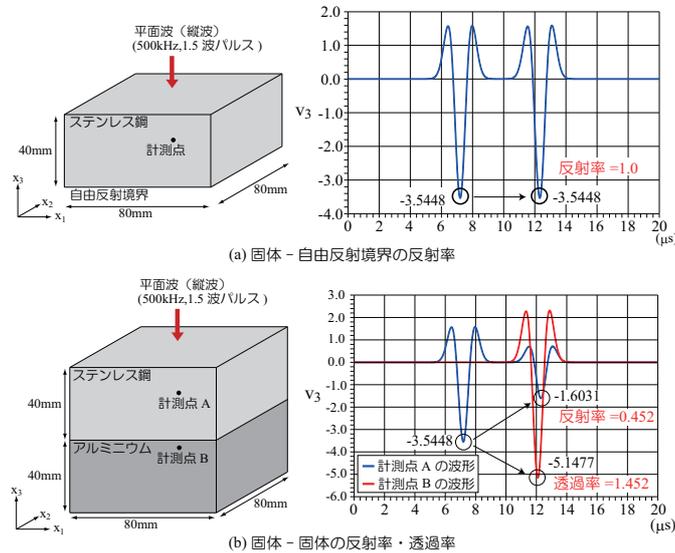


図-2 反射率・透過率の検証

5. 弾性波の伝搬シミュレーション

図-3の上部に示すような発電プラントに用いられるタービン部材を考える. タービンの材質はステンレス鋼とし, 縦波音速 $c_L = 5800\text{m/s}$, 横波音速 $c_T = 3100\text{m/s}$, 密度 $\rho = 7900\text{kg/m}^3$ とした. モデル側面に探触子 ($10\text{mm} \times 20\text{mm}$) を設置し, 中心周波数 500kHz (最大周波数は 2.0MHz) で1.5波のリッカー波を励起する. ここでは, 垂直応力を与えることにより超音波を発生させている. 解析条件は $\Delta x = 0.125\text{mm}$, $\Delta t = 0.005\mu\text{s}$ とし, 10000ステップまで ($50\mu\text{s}$ まで) 計算した. 図-3に3D-EFITによって得られた速度場 $|\mathbf{v}|$ のスナップショットを示す. 左側には $|\mathbf{v}|$ の等値面を表示したものを示し, 右側には x_1-x_3 断面における $|\mathbf{v}|$ を表示したものを示す. $10\mu\text{s}$ 後のスナップショットでは縦波が発生している様子が見られ, $20\mu\text{s}$ 後のスナップショットでは横波が発生している様子が見ら

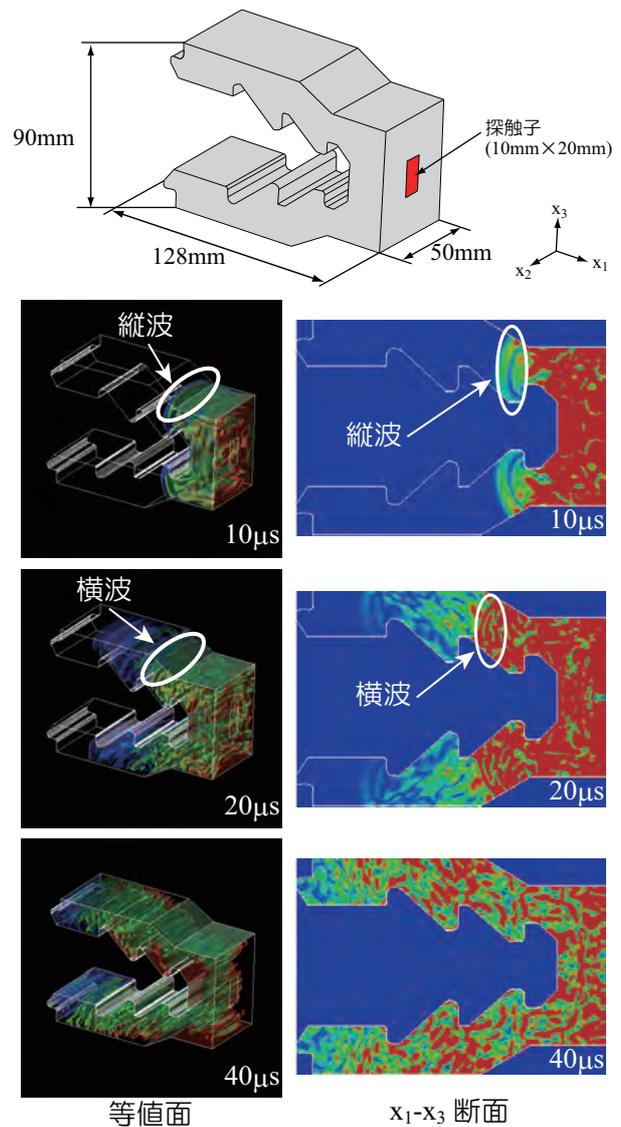


図-3 タービンの波動伝搬挙動

れる. また, $40\mu\text{s}$ 後のスナップショットでは複雑形状により波面が崩れている様子が見られる.

6. 結論

本研究では, 固体中の弾性波の伝搬をシミュレーションする3D-EFITを開発した. ここでは, タービン部材に対する非破壊検査を想定した超音波伝搬シミュレーションを示した. 今後は, 解析結果と実験結果を比較していきたいと考えている.

参考文献

- 1) Schubert, F. and Köhler, B.: Three-dimensional time domain modeling of ultrasonic wave propagation in concrete in explicit consideration of aggregates and porosity, *Journal of Computational Acoustics*, Vol.9, No.4, pp.1543-1560, 2001.
- 2) 中畑和之, 木本和志, 廣瀬壯一: 動弾性有限積分法を用いた波動伝搬解析のためのためのイメージベースモデリング, 計算数理工学論文集, Vol.7, No.2, pp.267-272, 2008.