

二次元河床変動計算について

徳島大学工学部

フェロ一会员

岡部 健士

ニタコンサルタント株

正会员

○ 三好 学

徳島大学大学院

学生员

伊藤 守己人

1. はじめに

吉野川に繁茂するヤナギ類の面積は、全川的に拡大傾向にある。特に、アカメヤナギ群落のように、低木(幼木)の頃には、比較的冠水頻度の高い水際に成立しているが、成長とともに立地を高める樹木も存在し、河床の深掘れを助長し、護岸や堤防の安全性が損なわれたり、繁茂面性の拡大によって、洪水を安全に流下させるために必要な河積を減少させたりしている。

このような地区の洪水対策を講じる際には、樹木群落が河床に及ぼす影響を正確に把握しておくことが重要である。そこで、樹木群落を伴う二次元河床変動に対する数値計算モデルの構築を本研究で行った。

2. 数値計算法2.1 流れの基礎式

本研究の数値計算に用いた基礎式は、水理公式集例題集の氾濫計算に用いられている平面2次元不等流計算の基礎式を基本としたものである。流れの基礎方程式を式(1)～(3)に示す。ここに、 x, y : 平面座標、 t : 時間、 $u, v = x, y$ 方向の流速、 $M, N = x, y$ 方向流量フラックス、 H : 水位、 h : 水深、 ρ : 水の密度、 g : 重力加速度、 $\tau_{x bed}, \tau_{y bed}$: x, y 方向河床せん断力、 u_{bs}, v_{bs} : 河床近傍流速、 u_* : 摩擦速度、 r : 流線の曲率半径、 N_* : 係数、 $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{yx}, \tau_{xy}$: 乱流応力、 k : 乱流エネルギー、 ν_t : 渦動粘性係数、 F_x, F_y : 植生抵抗、 C_D : 抗力係数、 λ : 流れ場の単位容積あたりについて評価した樹木の抵抗面積である。

底面摩擦項では二次流を考慮している。水深平均流速の流線方向に直交する河床近傍流速を簡易的に Engelund の式を用い式(4-a)のように表す。また、水深平均流速の流線方向の河床近傍流速は、対数則を用いて相当粗度高さでの流速とし式(4-b)とする。

水平渦粘性項において平面的な速度分布の差によって生じる乱流せん断応力を考慮し、式(5-a)～(5-c)のように表される。 ν_t, k を本モデルでは簡易的に α, β を定数として式(6-a)(6-b)とした。

樹木群落を通過する流れが、植生から受ける抵抗は、樹木面上の圧力分布の積分結果すなわち樹木からの寄与分である式(7-a), (7-b)とした。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} Mu + \frac{\partial}{\partial y} Mv = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{bedx}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\tau_{xx}}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\tau_{yx}}{\rho} \right) - F_x \quad (2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} Nu + \frac{\partial}{\partial y} Nv = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_{bedy}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\tau_{yy}}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\tau_{xy}}{\rho} \right) - F_y \quad (3)$$

$$v_{bs} = -N_* \frac{u_* h}{r} \quad (4-a) \qquad u_{bs} = 8.5u_* \quad (4-b)$$

$$\frac{\tau_{xx}}{\rho} = \nu_t \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} k \quad (5-a) \qquad \nu_t = \alpha h \sqrt{u^2 + v^2} \quad (6-a)$$

$$\frac{\tau_{yy}}{\rho} = \nu_t \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} k \quad (5-b) \qquad k = \beta(u^2 + v^2) \quad (6-b)$$

$$\frac{\tau_{xy}}{\rho} = \frac{\tau_{yx}}{\rho} = \nu_t \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (5-c)$$

$$F_x = \frac{1}{2} C_D \lambda u \sqrt{u^2 + v^2} \quad (7-a)$$

$$F_y = \frac{1}{2} C_D \lambda v \sqrt{u^2 + v^2} \quad (7-b)$$

2.2 流砂の基礎式

本研究の数値計算に用いた流砂の基礎式を、(8)～(10)に示す。ここに、 z = 鉛直座標、 $q_{b,x}, q_{b,y}, q_{b,s}, q_{b,n} = x, y, s, n$ 方向における流砂量、 λ = 空隙率、 τ^* = 無次元掃流力、 τ^{*sc} = 斜面勾配を考慮した無次元限界掃流力、 μ_s = 静止摩擦係数、 μ_k = 動摩擦係数である。

本研究の数値計算に用いた基礎式は、掃流砂量式に芦田・道上の式(9)を基本とする計算モデルとなっている。また、長谷川の式(10)によって、河床横断面に沿って河床材料に働く力により、流砂の方向と流速の方向にずれが生じることを考慮している。

また式(11)のように、底面摩擦方向の河床の傾斜を考慮した、無次元掃流力を掃流砂量式に代入した。

2.3 離散化

平面二次元で行い、差分法等を用いて基礎式を離散化し

た。計算格子はデカルト座標系における定型直交格子を用いた。変数配置は、圧力振動を抑えることのできるスタッガード配置を用いた。この格子は、スカラ定義点をメッシュ中心にとり、ベクトルの定義点をこれよりそれぞれの方向へ半格子分だけずらして定義するものである。また、移流項には後述の LIP 法・SIP 法を、その他の空間微分項については、2 次精度の中央差分を用いた。時間進行については、陽形式の leap-frog 法を用いた。

LIP 法・SIP 法とは、矢部の CIP 法を基に考案された離散化法である。従来の風上差分では、伝播速度などが制限条件となり、時には数値不安定の原因となる。そのため、CIP 法は、伝播速度により速度値のみならず、伝播速度による傾きも移流させ、元の形に近づかせるというものである。これを基に LIP 法・SIP 法は、1 つ前の時間ステップでの流量フラックスの値を、計算対象外縁では線形補間、外縁以外では 2 次補間により、移流させ次ステップの移流項を求めるものである。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial q_{b,x}}{\partial x} + \frac{\partial q_{b,y}}{\partial y} \right) = 0 \quad (8)$$

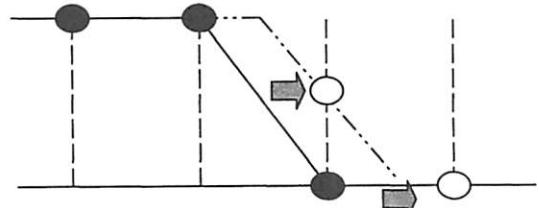
[s 軸方向：底面摩擦方向]

$$q_{b,s} = 17 \tau_*^{3/2} \left(1 - \frac{\tau^{*sc}}{\tau^*} \right) \left(1 - \sqrt{\frac{\tau^{*sc}}{\tau^*}} \right) \sqrt{sgd^3} \quad (9)$$

[n 軸方向： s 軸から直交方向]

$$q_{b,n} = q_{b,s} \left(- \sqrt{\frac{\tau^{*sc}}{\mu_s \mu_k \tau^*}} \frac{\partial z}{\partial n} \right) \quad (10)$$

$$\tau^{*sc} = \tau^{*c} \left(1 + \frac{\partial z}{\partial s} \frac{1}{\sqrt{\mu_s \mu_k}} \right) \quad (11)$$



CIP 法の概念図

3. 研究のまとめと今後の課題

本研究では、LIP 法・SIP 法を導入し、数値不安定により計算が破綻することを防いだ。河床傾斜を考慮した流砂量式を用い、実現象により近いモデルを構築した。植生域に見立てた区画が 5箇所ある仮想水路の河床変動計算結果を下図に示す。最後に実河川での検証が、今後の課題である。

