

# 異方性材料中を伝搬する超音波の数値解析

愛媛大学大学院 正員 ○中畠和之  
愛媛大学大学院 学生員 石川千智

## 1. はじめに

超音波の非破壊検査で対象となる材料には音響異方性を示すものが少なくない。例えば原子炉圧力容器等に使用されるオーステナイト系鋼材や溶接部などは、それが顕著に表れており、近年これらの部材に対してより高い精度できずを検出することが求められている。異方性材料中では超音波は屈曲するため、伝搬経路は複雑なものとなる。異方性材料中の超音波の伝搬特性を把握できれば、欠陥の検出精度の向上、あるいは検査効率が改善できるものと考え、これまで筆者らは異方性材料中における群速度・位相速度の計算ツール、異材界面における反射率・透過率の計算ツールを発表している<sup>1)</sup>。今回の研究では動弾性有限積分法<sup>2)</sup>(EFIT)を用いて、非均質・異方性材料における超音波伝搬解析ツールの開発を行った。本研究の前半でEFITの定式化と解析精度の検証結果について述べ、後半で実際の被検体からイメージベースモデリングによって作成した数値モデルに対する波動伝搬シミュレーションを示す。

## 2. 音響異方性材料のための EFIT の定式化

時刻  $t$ において、直交座標系を伝搬する弾性波を考える。このとき、 $x_i$  軸方向の粒子速度を  $v_i$ 、応力を  $\tau_{ij}$  とする。運動方程式を領域  $V$  で積分すれば、次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho(x) v_i(x, t) dV = \int_S \tau_{ij}(x, t) n_j dS + \int_V f_i dV \quad (1)$$

構成式も同様に積分すると

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V s_{ijkl}(x) \tau_{kl} dV = \int_S \frac{1}{2} (v_i n_j + v_j n_i) dS \quad (2)$$

を得る。ここで  $n$  は境界  $S$  上の外向き法線ベクトル、 $\rho$  は密度、 $f$  は物体力である。式(2)中の  $s_{ijkl}$  は弾性コンプライアンスで、その逆  $\{s_{ijkl}\}^{-1}$  は弾性スティフネス  $\{c_{ijkl}\}$  である。なお、等方性の場合はラメ定数  $\lambda$  と  $\mu$  を用いて、 $c_{ijkl}(x) = \lambda(x)\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(x)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$  と表せる。いま、 $\{s_{ijkl}\}$  は  $V$  内で一定とし、式(1)と(2)を一边が  $\Delta x$  である微小正方形領域  $V$  を用いて離散化する。時間軸については中心差分で近似し、 $v_i$  は整数次、 $\tau_{ij}$  は半整数次の時刻で定義する。

$$\begin{aligned} \{v_i\}^z &= \{v_i\}^{z-1} + \Delta t \{\dot{v}_i\}^{z-\frac{1}{2}} \\ \{\tau_{ij}\}^{z+\frac{1}{2}} &= \{\tau_{ij}\}^{z-\frac{1}{2}} + \Delta t \{\dot{\tau}_{ij}\}^z \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $z$  は整数、 $\Delta t$  は時間ステップ幅である。

## 3. EFIT の精度検証

開発したEFITの計算精度を検証するために、波動の伝搬方向および音速について、解析解とEFITの数値解を比較する。異方性材料には、波の位相面の移動速度である位相速度と、エネルギーの伝搬速度である群速度の2種類が存在する。なお、等方性材料中ではこれらの方向・速度は一致する。EFITによる計算結果を可視化した場合、エネルギーの伝搬面、すなわち群速度に則った波面が表示される。この群速度は次の手順で解析的に求められる。まず、Christoffel固有方程式<sup>3)</sup>から位相速度  $v$  を求める。

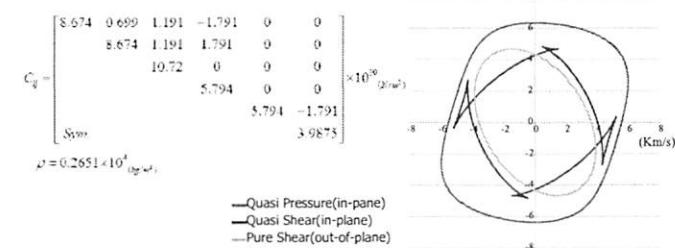
$$(\Gamma_{ij} - \rho v^2 \delta_{ij}) d_i = 0 \quad (4)$$

ここで  $d_i$  は偏向ベクトル、 $\Gamma_{ij}$  は位相の進行方向  $l_k$  と弾性スティフネスからなるマトリクスである。一般異方性の場合、3つの位相速度が存在する。この  $v$  を元に、3つの群速度ベクトル  $g$  が求まる。

$$g_i = \frac{1}{\rho v} c_{ijkl} d_i d_l l_k \quad (5)$$

図-1に、式(5)から求めた石英中の群速度分布と2次元EFITによる波動伝搬解析結果を示す。石英の弾性スティフネスの縮約形  $C_{ij}$  と密度を解析解の左側に示している。EFITによる解析では、領域の中心に点

Analytical solution



EFIT simulation

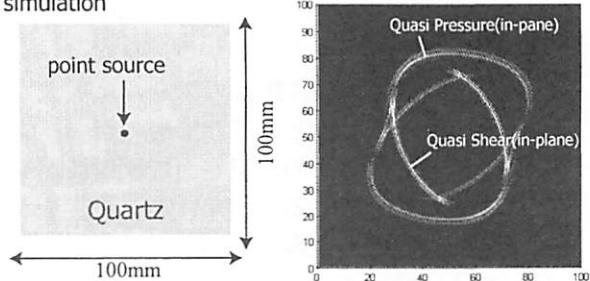


図-1 石英中を伝搬する波動の群速度の解析解(上)とEFITによる数値解析結果(下)

波源を与えた場合の約  $7\mu\text{s}$  後の変位の絶対値をプロットしたものである。なお、この場合、2つの横波のうちの1つは面外モードとなるため、EFITには縦波と面内モードの横波しか現れない。この結果から、解析解のエネルギー伝搬方向・速度と EFIT による数値解は良好な一致を示しており、数値分散等無く波動方程式を解くことが可能であることが示された。

#### 4. 異材溶接部のフェーズドアレイ探傷のシミュレーション

図-2 に示すような異材溶接部の写真データからイメージベースモデリングによって数値解析モデルを作成し、これを EFIT に入力することで超音波の伝搬シミュレーションを行った。溶接凝固過程を経ると溶接部では結晶方向が一様とならないため、本研究ではこれを3つの領域に分割した。各領域における群速度の分布は図-2 の下側に示している。バターリング部も異方性材料としてモデル化しているが、その他のステンレス部については等方性材料としている。

図-3 に、アレイ探触子を被検体の上部に設置した場合の超音波の伝搬シミュレーションを示す。解析モデルにおいて、溶接部の底面に高さ 10mm、幅 0.2mm のき裂が存在する。本解析では  $\Delta x=0.04\text{mm}$ ,  $\Delta t=3\text{ns}$  とし、計算ステップ数はき裂からのエコーが受信できるように 16000 とした。ここでは、素子数 24 のアレイ探触子から、中心周波数 1.5MHz のパルス波を送信している。アレイ探触子の中心はき裂位置から水平方向に 50mm の位置に設置しており、き裂の先端部に向かって縦波超音波が集束するようにディレイを設計している。図-3 の時刻  $19.2\mu\text{s}$  において、アレイ探触子から縦波が送信されているのがわかる。このとき、横波も発生している。時刻  $24.96\mu\text{s}$  で、縦波がき裂端部に到達し、回折波が生じている。この回折波は時刻

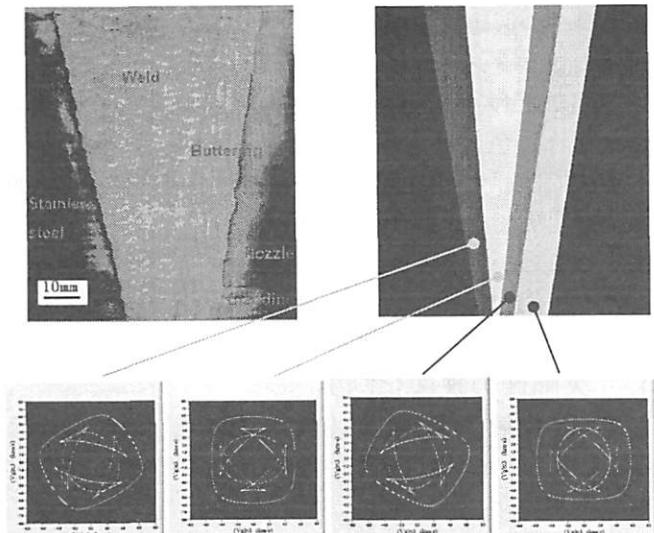


図-2 異材溶接部の写真(左)とイメージベースモデリングによる数値解析モデル(右)

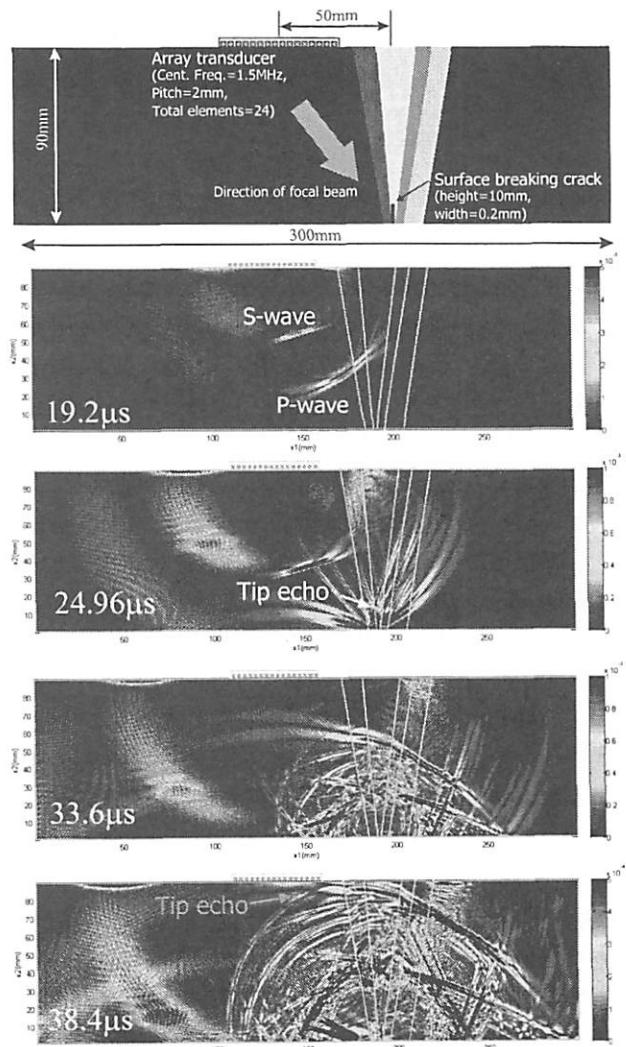


図-3 EFIT による異材溶接部の超音波の伝搬解析結果

$38.4\mu\text{s}$  では、アレイ探触子付近まで伝搬している。なお、図-3 では、回折波の伝搬が見やすくなるように、各時刻でカラースケールを変更している。

#### 5.まとめ

異方性材料を対象として、EFIT をベースとした超音波伝搬解析ツールの開発を行った。解析解との比較によって、EFIT は波動方程式を精度良く解析可能であることが示された。また、実際の溶接部の写真データを EFIT に入力して、溶接部の超音波伝搬シミュレーションを示した。今後は、実験データと比較して、本溶接モデルの妥当性を検討する予定である。

#### 参考文献

- 1) 石川千智, 中畠和之: 異方性材料を伝播する超音波のシミュレーションツール, 第 16 回超音波による非破壊評価シンポジウム講演論文集, pp.77-78, 2009.
- 2) K. Nakahata, J. Tokunaga, K. Kimoto and S. Hirose: A large scale simulation of ultrasonic wave propagation in concrete using parallelized EFIT, *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, Vol.2, No.11, pp.1462-1469, 2008.
- 3) B.A. Auld: *Acoustic Fields and Waves in Solids*, Volume 1, John Wiley & Sons, New York, 1973.