

動弾性有限積分法 (EFIT) によるイメージベース弾性波動伝搬解析

愛媛大学大学院 学生員 ○高田 恭兵
愛媛大学大学院 学生員 徳永 淳一
愛媛大学大学院 正 員 中畑 和之

1. はじめに

非破壊検査や地震波の伝搬解析など環境建設分野の様々な場面で弾性波が見られる。これらの弾性波は、伝搬する材料や周波数帯域が異なるだけで、波動伝搬を支配する運動方程式等は共通である。そこで、マルチフィールドに適用可能な波動伝搬解析技術が構築されると非常に便利であると考え、本研究では動弾性有限積分法 (EFIT) を種々の工学問題に適用することを試みた。これまでの発表¹⁾では2次元面外波動場に対する EFIT を扱っていたが、ここでは、内部減衰モデルを導入した面内波動場に対する EFIT を構築した。対象とする波動場のジオメトリは、写真等のデジタルデータをそのまま入力できるイメージベースモデリングを採用している。本発表では、高周波領域の弾性波伝搬解析としてコンクリートの超音波非破壊検査を、低周波領域の解析として地震波の伝搬の例を示す。

2. EFIT の定式化と減衰モデルの導入

2.1 2次元面内波動問題の定式化

時刻 t において、 $x_1 - x_2$ 平面を伝搬する弾性波を考える。このとき、 x_i 軸方向の粒子速度を v_i 、応力を τ_{ij} とする。運動方程式を領域 V で積分すれば、次式を得る。

$$\int_V \rho \dot{v}_i dV = \int_S \tau_{ij} n_j dS + \int_V f_i dV \quad (i = 1, 2) \quad (1)$$

ここで、 $\dot{(\quad)} = \partial/\partial t$ 、 n_j は外向き法線ベクトル、 f_i は物体力、 ρ は密度である。上式の右辺第一項はガウスの発散定理を適用して S 上の線積分に変換している。また、応力は次の等方線形弾性体の構成則を満たす。

$$\int_V \dot{\tau}_{ij} dV = \int_S \{ \lambda \delta_{ij} v_k n_k + \mu (v_i n_j + v_j n_i) \} dS \quad (2)$$

ここで、 λ と μ はラメ定数であり、縦波音速は $c_P = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ 、横波音速は $c_S = \sqrt{\mu/\rho}$ で表される。 λ, μ, ρ は V 内で一定とし、式 (1) と (2) を一辺の長さが Δx である四角形微小領域 V を用いて離散化する。時間軸については中心差分で近似し、 v_i は整数次、 τ_{ij} は半整数次の時刻で定義する。

$$\begin{aligned} \{v_i\}^z &= \{v_i\}^{z-1} + \Delta t \{\dot{v}_i\}^{z-\frac{1}{2}} \\ \{\tau_{ij}\}^{z+\frac{1}{2}} &= \{\tau_{ij}\}^{z-\frac{1}{2}} + \Delta t \{\dot{\tau}_{ij}\}^z \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 z は整数、 Δt は時間ステップ幅である。

2.2 EFIT への減衰モデルの導入

本研究では、陽的解法で簡易に内部減衰をモデル化できる Graves の方法²⁾を EFIT に導入する。周波数帯域が広くなく、卓越周波数 f_0 付近の限られた帯域で波動伝搬を解析するにあたって、Graves は平面波を次のように仮定できるものとした。

$$P = \exp \left[\frac{-\pi f_0 t}{Q_0(f_0)} \right] \exp \left[i\omega \left(\frac{x}{c(f_0)} - t \right) \right] \quad (4)$$

ここで、 c は音速であり、 Q_0 は地震工学分野で用いられている波動減衰を表すパラメータ (Q 値) である。式 (4) の右辺の 1 つ目の指数関数は時間 t の進展とともに減衰する項を表し、これを減衰項とよぶ。2 つ目の指数関数は波動の伝搬を表す項である。つまり、式 (4) は時間の進展とともに波動が減衰しながら伝搬することを示している。ただし、音速は周波数に依存しないため、振幅の減衰はするが分散はしないという減衰モデルとなっている。

実際にこの減衰モデルを EFIT に組み込む際には、空間の各点 (x_1, x_2) と各時刻 t において、その場所で定義された f_0 に対する Q 値を用いて、1 ステップ Δt に相当する減衰項

$$\exp \left[\frac{-\pi f_0 \Delta t}{Q_0(x_1, x_2, f_0)} \right] \quad (5)$$

の 2 乗したものを粒子速度 v_1 と v_2 が更新される度に掛けていく。一方、非破壊検査では減衰を表すパラメータとして減衰係数 α (単位は Np/m) が使われており、 Q 値からは次式で換算できる。

$$\alpha = \frac{\pi f_0}{c Q_0} \quad (6)$$

3. 弾性波の伝搬シミュレーション

3.1 コンクリート中の超音波の伝搬

ここでは、セメントペーストとコンクリートにおける超音波の伝搬解析を示す。セメントペーストのみのモデルを図-1 の上部左側に、コンクリートのモデルを図-1 の上部右側に示す。コンクリートの全体積に占める骨材の体積率 (Volume Fraction: V.F) は約 30 % である。解析では、 $\Delta x = 0.025 \text{ mm}$ 、 $\Delta t = 3 \text{ ns}$ とし、解析領域の左右に幅 5mm の PML を設けている。ここで、セメントペーストの減衰係数は $\alpha = 1.988 \text{ Np/m}$ とし、骨材の材料減衰についてはセメントペーストに比べてそれほど顕著ではないと仮定して $\alpha = 0.636 \text{ Np/m}$ と

設定している。セメントペーストの伝搬解析の結果を図-1の下部左側、コンクリートの伝搬解析の結果を図-1の下部右側に示す。コンクリートでは、骨材の混入によって波面が大きく崩れていることが分かる。

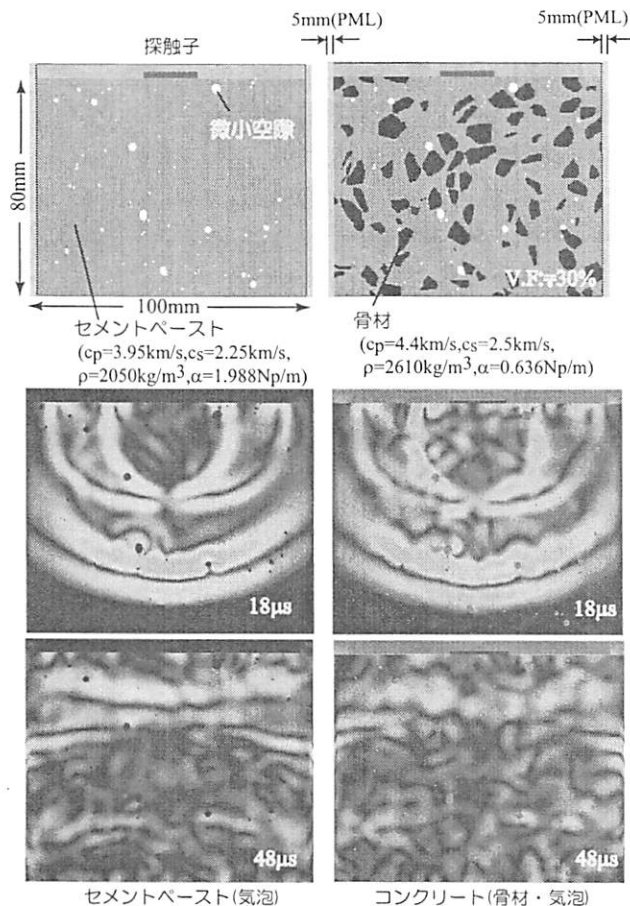
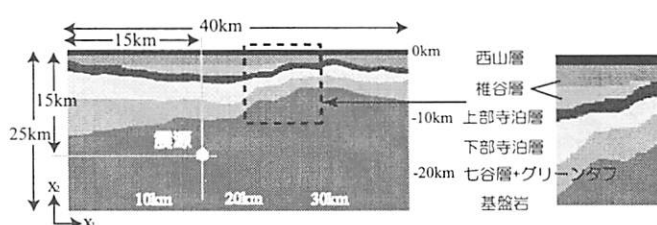


図-1 コンクリートの数値モデルと解析結果



地層	$C_s(\text{km/s})$	$C_p(\text{km/s})$	$\rho \cdot 10^4(\text{kg/m}^3)$	減衰値 Q
西山層	0.98	2.00	0.198	98.0
椎谷層	0.84	1.90	0.194	84.0
上部寺泊層	1.68	3.30	0.230	168.0
下部寺泊層	1.87	3.70	0.230	187.0
七谷層+グリーンタフ	2.20	4.10	0.240	220.0
基盤岩類	2.64	4.70	0.250	264.0
	3.15	5.50	0.265	315.0

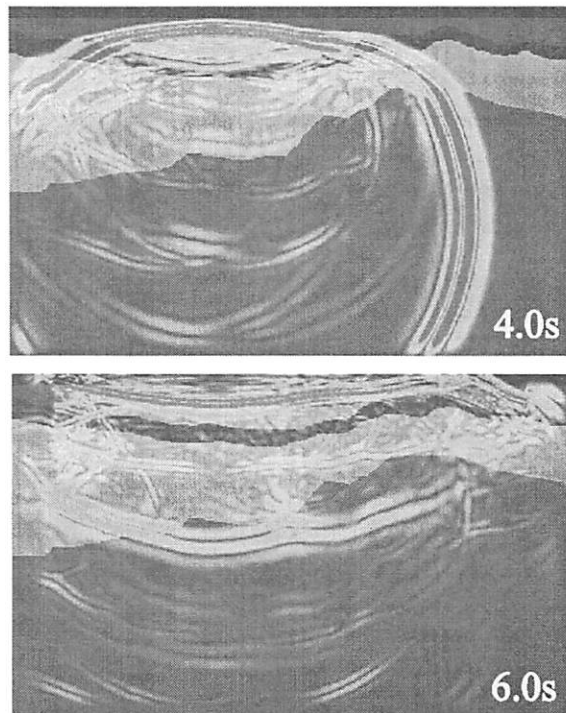


図-2 地盤の数値モデル(上)とシミュレーション結果(下)

3.2 地下構造中の地震波の伝搬

イメージベース EFIT を地震波の伝搬シミュレーションに適用する。地下構造データは原子力安全基盤機構の資料³⁾をもとに作成した。それぞれの地層の形状および地質の情報を図-2の上側に示す。震源は図-2中において x_1 方向に 15km, x_2 方向に 10km の点に設定し, P 波が点波源として発生するものとした。解析では, $\Delta x = 5.0\text{m}$, $\Delta t = 0.4\text{ms}$ とし, 領域の左右と下面に幅 3km の PML を設けている。シミュレーション結果を図-2の下側に示す。時間の経過と共に地震波は歪曲していくのがわかる。4s 後には, 椎谷層と下部寺泊層の境界面で振幅の大きな反射波が確認できる。これは, 椎谷層と下部寺泊層の音響インピーダンスが大きく異なるため, 境界面で反射波が発生しやすいためだと考えられる。また, この境界面がウェーブガイドとなって, 地震波が西山・椎谷層の 2 層間を伝搬しやすい傾向があることも分かる。

4. 結論

本研究では, マルチフィールドに適用可能な波動伝搬シミュレーションツールの開発を目的として, イメージベース EFIT の種々の工学問題への適用性について検討した。この結果, EFIT は実際の現象を定性的に表現できることがわかった。

今後は個別の問題について, より詳細なモデル化を導入すると同時に, 3次元解析へと拡張を試みたい。

参考文献

- 1) 中畑和之, 木本和志, 廣瀬壮一: 動弾性有限積分法を用いた波動伝搬解析のためのイメージベースモデリング, 計算数理工学論文集, Vol.7, No.2, pp.267-272, 2008.
- 2) Graves, R.W.: Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.86, No.4, pp.1091-1106, 1996.
- 3) 独立行政法人 原子力安全基盤機構
<http://www.meti.go.jp/committee/materials/downloadfiles/g80522a22j.pdf>