

任意の表面形状を持つ圧電探触子からの3次元放射音場の数値解析

愛媛大学大学院 学生員 ○石川千智
愛媛大学大学院 正員 中畑和之

1. はじめに

非破壊検査用の超音波探触子は、主として圧電素子が使われており、電圧を印加すると素子が振動することによって超音波を発振する。探触子から発振される超音波の音場に関する研究は数多く行われており、音場を計算するモデルとして広く使われているのはレイリー積分法¹⁾である。一方、Schmerrらによって放射音場を高速に計算するマルチガウシアンビーム(MGB)モデル^{2,3)}が提案されている。ここでは、MGBモデルを用いて探触子からの放射音場を3次元的に数値計算し、レイリー積分法による計算結果と比較する事によってMGBモデルの精度、および適用限界について検証を行う。

2. 放射音場の表現式

2.1 レイリー積分法

圧電型探触子によって水中にはP波(音波)が励起される。3次元直交座標を (x_1, x_2, x_3) とし、角振動数を ω とする時間調和な波動場を考えると、P波の運動を支配する圧力 $p(\mathbf{x}, \omega)$ は次の運動方程式を満足する。

$$\nabla^2 p(\mathbf{x}, \omega) + k^2 p(\mathbf{x}, \omega) = 0 \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ 、 $\nabla^2 (= \nabla \cdot \nabla)$ はラプラシアン、 k は波数である。いま、領域 $D(x_3 > 0)$ において、任意点 $\mathbf{x}$ における圧力は次式で表される。

$$p(\mathbf{x}) = \frac{-i\omega\rho v_3}{2\pi} \int_S \frac{\exp(ikr)}{r} dS(\mathbf{y}) \quad (2)$$

ここで、 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ 、 ρ は水の密度、 v_3 は探触子表面の速度である。この積分表現はレイリー積分と呼ばれており、探触子表面 S が任意形状であっても適用できる。

2.2 マルチガウシアンビーム(MGB)モデル

SchmerrとSongは、水中の音場を10個のガウシアンビームの重ね合わせで表現するMGBモデル^{2,3)}を提案している。半径 a の円形探触子による放射音場は以下のように表される。

$$p(x_1, x_2, x_3) = \sum_{n=1}^{10} \frac{\rho c v_3 A_n}{1 + (iB_n x_3 / D_R)} \exp(ikx_3) \times \exp\left(\frac{i\omega \mathbf{x}^T [\mathbf{M}(x_3)]_n \mathbf{x}}{2}\right), \quad D_R = \frac{1}{2} k a^2 \quad (3)$$

ここで、 c は水中の音速、 $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ であり、 $\mathbf{x}^T$ の T は転置を表す。また、式(3)中の $\mathbf{M}$ は伝達マトリクスと呼ばれる 2×2 の行列であり、次式で表される。

$$[\mathbf{M}(x_3)]_n = \begin{bmatrix} \frac{iB_n D_R / c}{1 + (iB_n x_3 / D_R)} & 0 \\ 0 & \frac{iB_n D_R / c}{1 + (iB_n x_3 / D_R)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式(3)と(4)における A_n と B_n はWenとBreazeale⁴⁾によって導出された複素数からなる10個のビームパラメータである。なお、MGBモデルの場合、10回の加算を行えば音場を求める事ができ、計算時間はよくごくわずかである。

3. レイリー積分による放射音場の3次元イメージング

ここでは、MGBモデルの比較対象となるレイリー積分法による計算例を示しておく。 x_1 方向の長さ $a_1=15\text{mm}$ 、 x_2 方向の長さ $a_2=7.5\text{mm}$ の矩形探触子を考える。式(2)を用いて放射音場を計算した結果を図-1に示す。ここでは探触子の表面 S を450の要素に分割しており、送信周波数は $f(= \frac{kc}{2\pi})=5\text{MHz}$ としている。図-1は $|p|=0.9$ の等値面を可視化したものであり、 x_3 軸に沿ってビームが放射されているのがわかる。

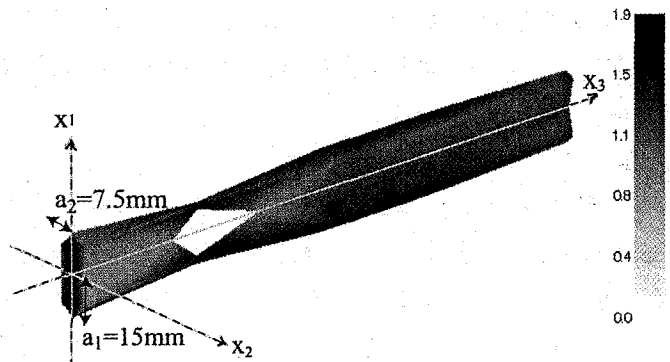


図-1 矩形探触子による放射音場 ($|p|=0.9$)

4. MGBモデルの性能評価

4.1 矩形探触子

矩形探触子の表面積を 100mm^2 に固定し、アスペクト比(a_1 と a_2 の比)を変化させた場合のMGBモデルによる音場計算を図-2に示す。図-2は音場の絶対値 $|p|$ を探触子表面から x_3 方向にプロット

したものである．図-2の上から(a)10mm×10mm, (b)5mm×20mm, (c)2mm×50mmの矩形探触子である．(a)と(b)の矩形探触子に関しては，MGBモデルとレイリー積分の結果はほぼ一致しているが，(c)の矩形探触子で $|p|$ の値に違いが生じている．しかし(c)のような探触子は一般的に非破壊検査では使用されることはない．以上の結果からアスペクト比が極端でない限り，MGBは音場を精度良く計算できるといえる．

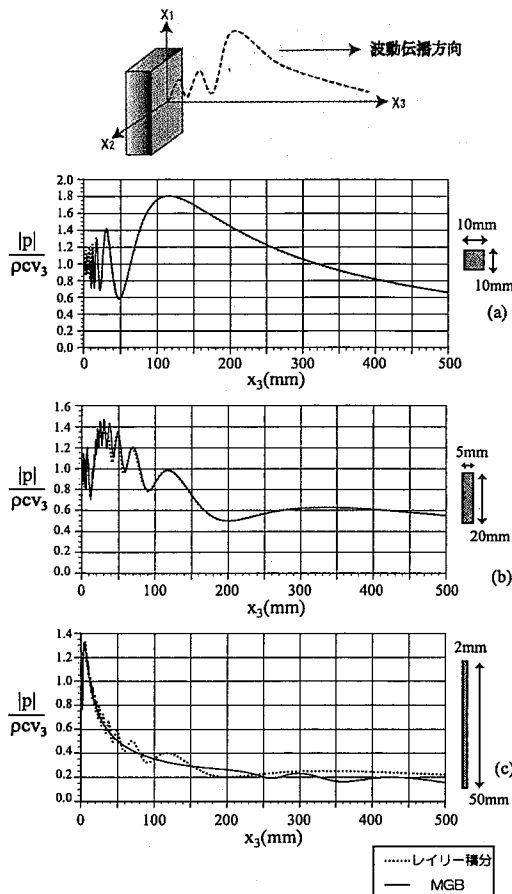


図-2 矩形探触子においてアスペクト比を変化させた場合のMGBとレイリー積分の比較

4.2 円形探触子

半径 $a=7.5\text{mm}$ の円形探触子からの放射音場をMGBモデルを用いて計算した結果を，図-3に示す．探触子表面付近 ($x_3=10\text{mm}$) ではMGBとレイリー積分の結果に差異が見られるが，探触子から離れた遠方 ($x_3=150\text{mm}$) ではほぼ一致している．しかし遠方であっても x_3 軸から外れた範囲ではわずかな誤差が生じていることがわかる．

5. 結論

本研究では，探触子の放射音場が高速に計算できるMGBモデルの精度および適用限界に関する検討を行った．ここでは，広く用いられている音場解析法の一つであるレイリー積分法による結果と比較する事

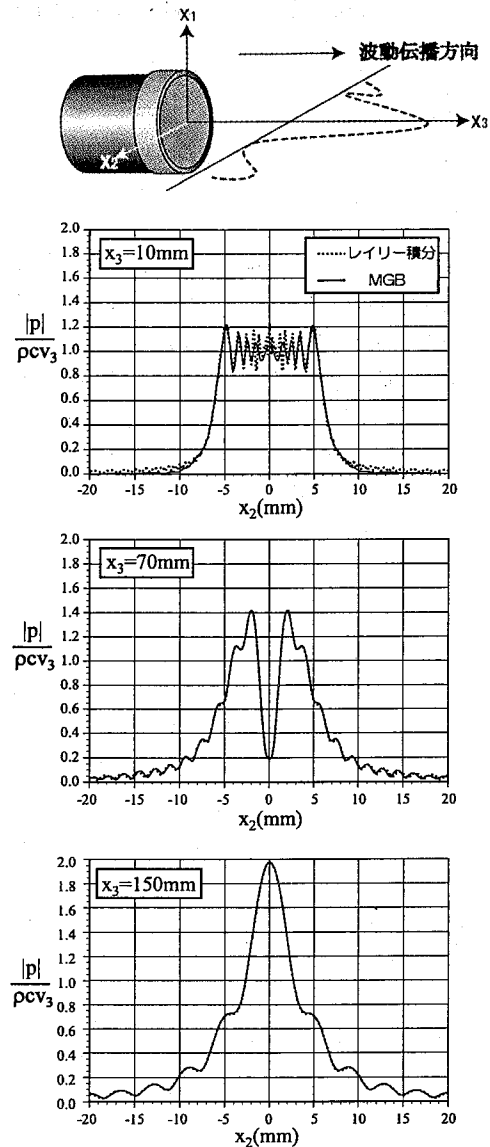


図-3 MGBとレイリー積分による x_3 軸に垂直な断面の音場の比較

によって，MGBモデルの検証を行った．解析の結果，探触子表面に近い音場は誤差が含まれるが，遠方になれば良い精度で計算可能である事がわかった．また，矩形探触子の場合，アスペクト比が極端にならない限り，工学的に十分な精度で音場の計算が可能である事を示した．

参考文献

- 1) Rayleigh, J.W.S.: *The Theory of Sound*, Dover Publications, New York, 1945.
- 2) Schmerr, L.W.: A multigaussian ultrasonic beam model for high performance simulation on a personal computer, *Materials Evaluation*, Vol.58, No.7, pp.882-888, 2000.
- 3) Schmerr, L.W. and Song, S.J.: *Ultrasonic Nondestructive Evaluation Systems - Models and Measurements*, draft, in press.
- 4) Wen, J.J. and Breazeale, M.A.: A diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.83, pp.1752-1756, 1988.