

V-33 実データからの等価拡散係数の推定誤差

香川大学工学部安全システム工学科 正会員 ○松島 学
四国総合研究所土木技術部 正会員 横田 優

1. はじめに

塩化物イオンの浸透のモデルとして、Fick の拡散方程式が一般に利用されている。この式は、利用方法が簡単なこと、比較的よく現象を説明していることから実用的な方法として広く使われている。Fick の拡散方程式の係数値を得る今までの方法¹⁾は、対数グラフ上に各深さ方向の塩化物イオン量をプロットし、その傾きから拡散係数を求めており、個人誤差が避けられない。そのため、筆者²⁾の一人は、実測された塩化物イオン量の深さ方向の値から本式の係数値を同定する非線型回帰手法を提案してきた。

本研究は、この逆解析手法を利用し、Fick の拡散方程式を利用した場合、等価拡散係数および表面塩化物イオン量の推定誤差について検討した。

2. 塩化物イオンの深さ方向の分布

東京湾内に位置する桟橋で得られた深さ方向の塩化物イオン量の分布を図-1(a)および(b)に示す。(a)は経過年数が 22 年で、(b)は経過年数が 11 年である。両図中には、同じ部材で得られた 2 つの深さ方向の分布を示すが、その傾向は似ており、同じ部材で得られた試料は同じような傾向を示すことを意味している。図-1(a)は、表面の塩化物イオン量が小さくなり、海水の繰り返しにより分布形状が歪になっている。しかし、同じ部材から採取されたこともあり、深さ方向にはほぼ同じような値をとっている。一方、図-2(b)は、Fick の拡散方程式のモデルに近似した形状になっている。しかし、2 つの深さ方向の分布に

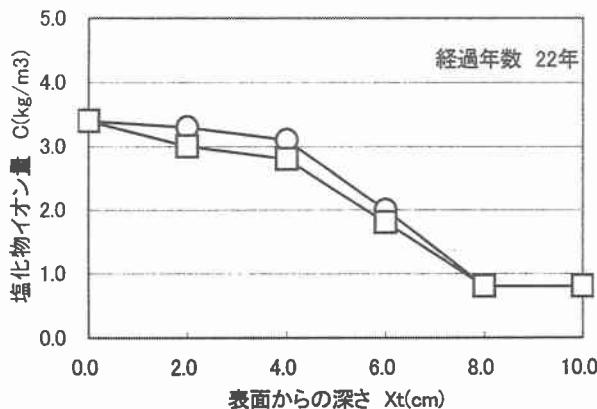


図-1(a) 塩化物イオンの分布 (Type A)

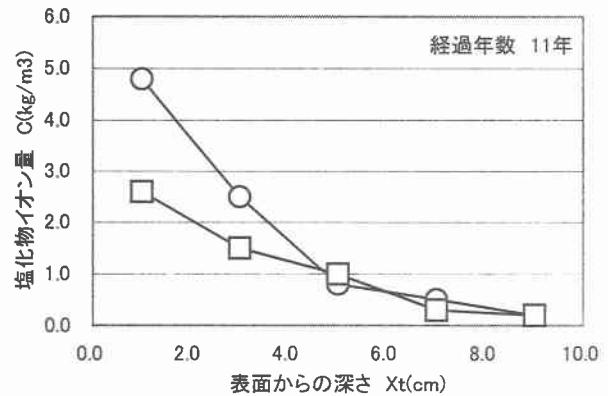


図-1(b) 塩化物イオンの分布(Type B)

は表面塩化物イオン量が大きく異なり、ばらつきが大きいことをうかがわせる。

3. 逆算手法

Fick の一次元拡散方程式の解は式(1)で表される。

$$C(x, t) = C_0 \left\{ 1.0 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{D_c \cdot t}} \right) \right\} \quad (1)$$

ここで、 D_c, C_0, x, t は等価拡散係数(cm/sec^2)、表面塩化物イオン量(kg/m^3)、コンクリート表面からの距離(cm)および時間(sec)である。Erf(・)は Gauss 誤差関数である。

経過時間 t が既知であるとして、実測された深さ方向の塩化物イオン量の実測データセット $\{x_j, C_{vj}\}$ の値より拡散係数のパラメータ D_c, C_0 を同定しようとするものである。モデルでの深さ方向での測定点 x_j における塩化物イオン量の実測値を C_{vj} 、計算値を C_{uj} 、測定誤差 ε_j として、測定誤差を介して計算値と実測値が一致すると仮定すると式(2)が成立する。

$$C_{vj} = C_{uj} + \varepsilon_j \quad (2)$$

拡散方程式の未知のパラメータを $\{D_c, C_0\}$ とすると、 $p = \{D_c, C_0\}^\top$ であり、 $u(p)$ は $\{D_c, C_0\}$ で求められる実測された深さでの塩化物イオン量であると仮定すると、評価関数 $J(\cdot)$ は式(3)のように定義される。

$$J(D_c, C_0) = \frac{1}{2} \int_{X_t} \{C_{vj} - u(p)\}^2 dx_j \quad (3)$$

ここで、 $J(D_c, C_0) = \frac{1}{2} \int_{x_t} (\cdot) dx_j$ は、実測された深さ方向の塩化物イオン量のデータセット $\{x_j, C_j\}$ の値を実測した最大深さ x_t まで積分することを意味している。次に、式(2)の評価関数 J の値を最小にするように未知パラメータ $p = \{D_c, C_0\}^T$ を決定する。本研究では、非線型最適化手法として、Gauss Newton 法を用いている。

4. 等価拡散係数と表面塩化物イオン量の誤差

前述した図-1(a)のデータセット 6 個のうち 1 個のデータが得られていないと考えて、この方法により 5 個のデータセットを作成した。同様に、図-1(b)よりデータセット 5 個から 4 個のデータセットを作成し、上述した逆算手法により等価拡散係数と表面塩化物イオン量を求めた。図-2(a)および(b)に図-1(a)から逆算された等価拡散係数および表面塩化物イオン量の分布を示す。図に見られるように等価拡散係数は平均値 $4.70 \times 10^{-8} \text{ cm/sec}^2$ で、変動係数は 0.15 である。表面塩化物イオン量は平均値が 3.80 kg/m^3 で、変動係数が 0.08 である。同様に、図-3(a)および(b)に図-1(b)から逆算された拡散係数と表面塩化物イオン量の分布を示す。計算では、表面に近い塩化物イオン量のデータをはずしたセットは、収束せず解が得られなかった。図に見られるように等価拡散係数は平均値 $2.45 \times 10^{-8} \text{ cm/sec}^2$ で、変動係数は 0.28 である。表面塩化物イオン量は平均値が 4.64 kg/m^3 で、変動係数が 0.35 である。

従って、等価拡散係数のばらつきは、図-1(a)のように分布形状が異なった場合、図-2(b)のように表面塩化物イオン量が大きく異なった場合をも含めて変動係数 $\delta = 0.3$ 程度である。同様に、表面塩化物イオン量は最大で変動係数 $\delta = 0.35$ である。

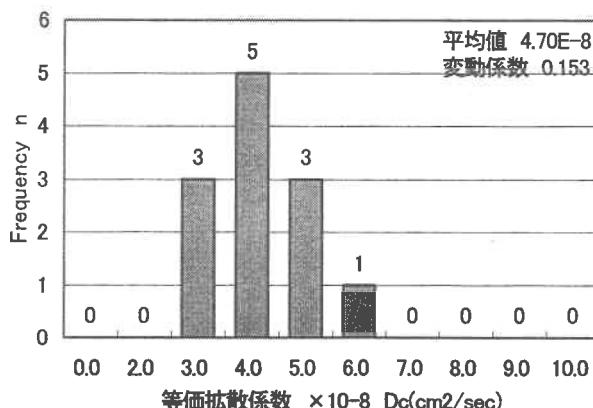


図-2(a) 等価拡散係数の分布(Type A)

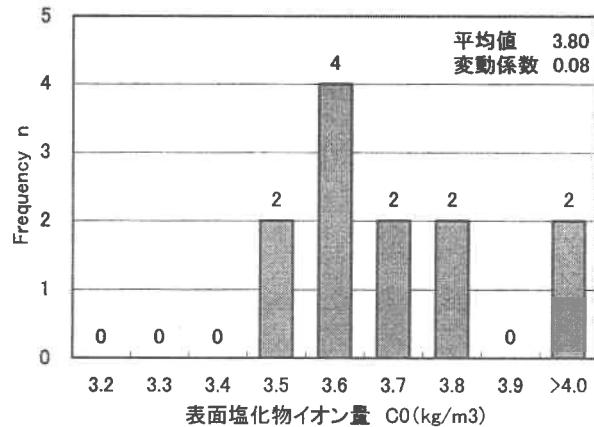


図-2(b) 表面塩化物イオン量の分布(Type A)

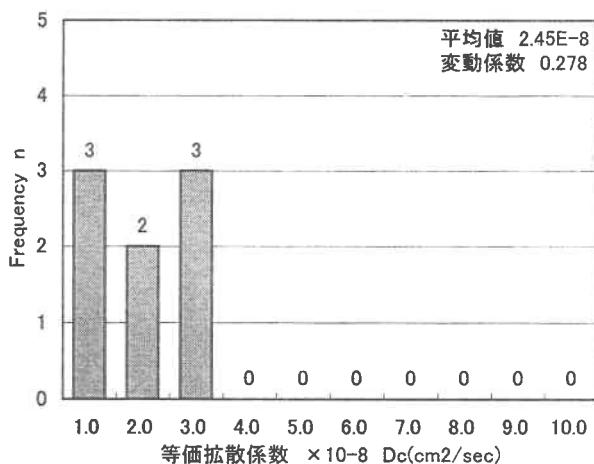


図-3(a) 等価拡散係数の分布(Type B)

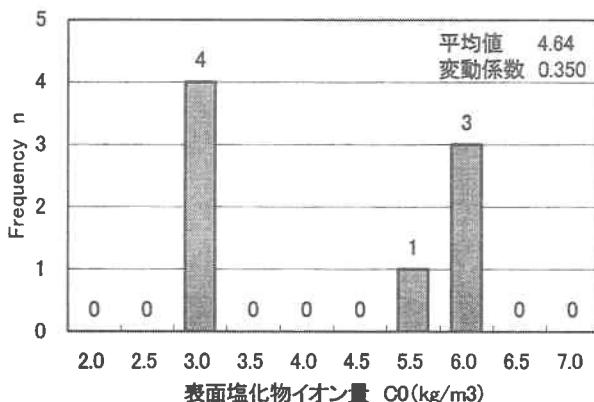


図-3(b) 表面塩化物イオン量の分布(Type B)

参考文献

- 永野広雄：塩分汚染コンクリート構造物の診断手法の提案、大成建設技術研究所, 第 19 号, pp.44~48, 1989.
- 松島学, 松井邦人, 関博, 堤智明 : Fick の拡散方程式の係数の同定, 土木学会論文集 No.520/V-28, 269~277, 1995.8.