

1. はじめに

水面付近での運動量輸送や熱、物質輸送は水面の存在により大きな影響を受ける。そのために自由水面の影響を考慮した乱流モデルの開発が進められてきたが、まだ十分に信頼できるレベルには達していない。その最大の障害は、乱流モデルを精緻化するために必要な信頼性の高いデータが不足していることにある。実験において水面近傍で精度の高い計測データを取得することは容易でない。このため、DNSやLESに基づくデータベースの利用が有効であると考えられる。しかし、自然界の流れのレイノルズ数は十分大きいため、DNSの結果を直接利用することは困難であり、高レイノルズ数の流れの統計量を算出できるLESに期待が寄せられている。

本研究は、最も基礎的な開水路乱流である、広幅水路における十分発達した乱流場を対象とし、Smagorinsky モデルを用いた LES を細かな格子網上でを行い、水面の影響を検討したものである。

2. 基礎方程式と数値解析

図-1 に座標系と解析対象を示す。ここでは Smagorinsky モデルを用い、壁面付近では van Driest 型の減衰関数を乗じて長さスケールを減少させている。なお、水面近傍では、速度勾配が小さいため渦動粘性係数が小さくなることが予想されるため、特別な補正は施していない。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu_e \bar{S}_{ij}) \quad (2)$$

$$\nu_e = \nu + \nu_t, \quad \bar{S}_{ij} = (\partial \bar{u}_i / \partial x_j + \partial \bar{u}_j / \partial x_i) / 2 \quad (3a,b)$$

$$\nu_t = (C_s f \Delta)^2 (2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2}, \quad C_s = 0.1 \quad (4a,b)$$

$$f = 1 - \exp(-u_* y / (25\nu)) \quad (4c)$$

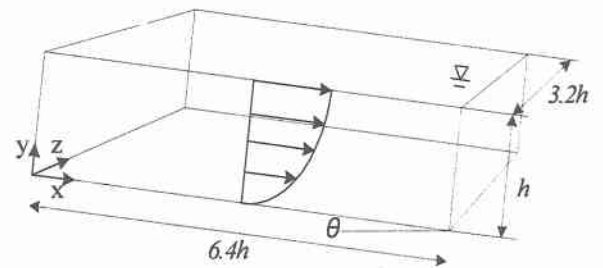


図-1 座標系と解析領域

基礎方程式を有限体積法により離散化した。空間差分には2次精度の中心差分、時間差分には移流項、外力項、拡散項に対して2次精度の Adams-Bashforth 法、圧力勾配項には完全陰解法を用いた。連続式と運動量式の時間進行法としては SMAC 法を用いた。解析領域は、水深 h に対して、幅方向に $3.2h$ 、流れ方向に $6.4h$ である。なお、本研究では、格子点数を十分に取ることによって2次精度の差分スキームの数値粘性を抑えている。摩擦速度と水深を用いた流れのレイノルズ数は $Re_* = 480$ であり、 x, y, z 方向にいずれも96点を設定した。なお、本計算手法の妥当性は $Re_* = 150$ の流れに対して実証済み¹⁾である。

境界条件は、主流方向および水路幅方向には周期境界条件、壁面において滑り無し条件、自由水面では水面に垂直方向の流速をゼロとし、その他の未知量に対しては対称条件としている。

3. 計算結果と考察

図-2 は、水面付近における $\bar{v}^2$ の輸送方程式中の各項の分布を示したものである。この流れでは $\bar{v}^2$ の輸送方程式中に生成項は存在しない。乱流拡散(Turb_Diff)と速度-圧力勾配の相関(VPG)は水面に向かって減少し、水面でゼロとなっている。なお図示しないが、圧力-歪み相

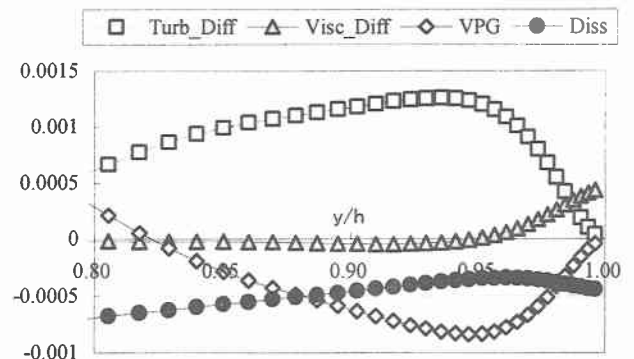


図-2 水面付近での $\bar{v}^2$ の輸送方程式の収支

関は水面付近で負に転じるが、それは水面付近における $\overline{v^2}$ の減少と対応している。水面近傍では乱流逸散 (Diss) と分子拡散 (Visc_Diff) とが釣り合うが、その領域の厚さはレイノルズ数の増加とともに狭くなるが、 $Re=480$ においても水深の2%程度ある。このような輸送過程は、水面付近での乱流統計量の挙動を漸近展開に基づき検討した結果²⁾ と一致している。

図-3は、水面付近での乱流エネルギー（摩擦速度で無次元化されている）の分布を示している。水面に仮定の蓋をした今回の計算結果では、乱れエネルギーは水面よりやや下方で最小値をとり、水面に近づくにつれて再び増加している。

図-4は水面付近の乱流エネルギーの輸送方程式中の各項の挙動を表している。水面近傍の乱流エネルギーに対して、ゲインはレイノルズ応力による生成 (Prod), 乱流拡散 (Turb_Diff), 速度-圧力勾配相 (VPG) であり、ロスは散逸 (Diss) と粘性拡散 (Visc_Diff) である。粘性拡散がロスとして寄与することは $\overline{v^2}$ の輸送過程と反対である。水面近傍で符号を反転させる粘性拡散や速度-圧力勾配相関と相関の高い統計量を見出すことが乱流モデルの改良への糸口になる。

乱流応力の非等方性テンソル (b_{ij}) 及びそのテンソルの第2, 3不変量 (II, III) は以下のように表される。

$$b_{ij} = \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) / (2k) \tag{5}$$

$$II = -b_{ij} b_{ji} / 2, \quad III = b_{ij} b_{jk} b_{ki} / 3 \tag{6}$$

また、不変量の挙動を乱流モデルに組み込むために用いられる量の1つに、次式のフラットネスファクタ (F) がある。

$$F = 1 + 9II + 27III \quad (0 \leq F \leq 1) \tag{7}$$

底面付近では、II と III は異符号をとり2成分乱流となっている

るが、壁面から離れるにつれ、一様等方性乱流 ($II=III=0$) に近づく。その後水面に接近するにつれて、II, III はともに減少し再び2成分乱流へと変化している。特に、第3不変量の水面と底面付近での挙動には大きな差がある。また、フラットネスファクタは底面と水面ではゼロとなる。今後、乱流モデルの改良をはかるためには、このような統計量の挙動を活用することが有効であると考えられる。

4. おわりに

Smagorinsky モデルを広幅開水路における十分発達した乱流に適用して次のような知見を得た。1) Re 数が増加するにつれて、水面の影響の及ぶ範囲は水面近傍に限定されるようになる。2) 水面に垂直方向の乱れ成分の輸送方程式中の乱流逸散と分子拡散とが水面近傍で釣り合う。また、乱流拡散と速度-圧力勾配の相関は水面でゼロとなる。3) 底面と水面近傍における不変量の挙動を比較すると、第3不変量は符号が異なるため、底面と水面の識別に利用できる可能性がある。4) 今後、さらに高い Re 数の流れの解析を行うことが必要である。

参考文献

1) 河原能久, 佐藤弘行: 第10回計算流体力学シンポジウム講演論文集, 389-390, 1999.
 2) 河原能久: 土木学会年次学術講演会講演概要集, II, 420-421, 1994.

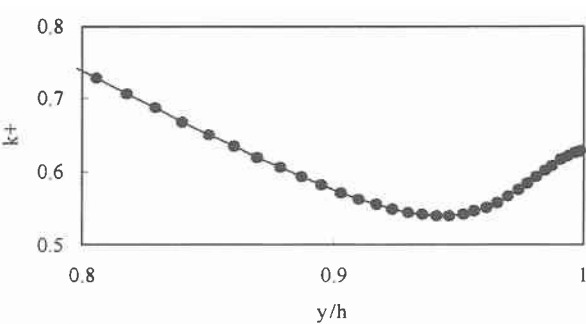


図-3 水面付近での乱流エネルギーの挙動

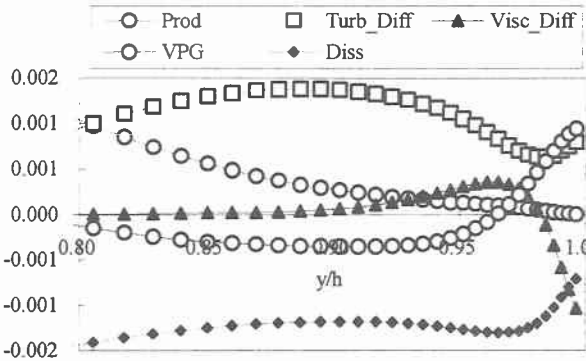


図-4 水面付近での乱流エネルギーの収支

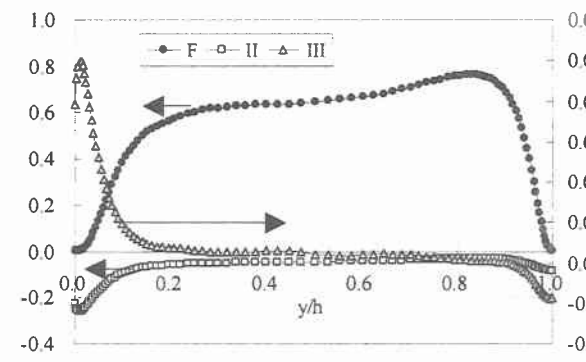


図-5 非等方応力テンソルの不変量とフラットネスファクタの分布