

I-4 非線形トラス構造物の構造形状および断面の最適化に関する一考察

愛媛大学工学部 正会員 谷 脇 一 弘 愛媛大学工学部 フェロー 大久保 禎二
鉄建建設(株) 正会員 松 友 啓 志 愛媛大学大学院 学正員 ○風 川 喜 彦

1. まえがき

本研究は、これまでに著者らによって研究開発されてきた最小コンプリメンタリーエネルギー原理に基づくトラス構造物の非線形解析法および最適設計法をさらに発展させ、構造物の応力度や可動節点変位などの挙動に関する感度係数を用いることなく、材料の非線形性を考慮したトラス構造物の最適な部材断面積の配置のみならず構造形状をも能率的に最適化することができる最適設計法を開発するとともに、この最適法により得られた最適解と双対法および挙動の感度係数を用いて得られた最適解を比較し、考察を述べるものである。

2. 非線形トラス構造物の構造形状および断面寸法の最適設計法

本研究では、設計変数として各部材の断面積 $\mathbf{A} = [A_1, \dots, A_n]^T$ および形状変数である節点座標 $\mathbf{Y} = [Y_1, \dots, Y_{np}]^T$ を、制約条件として応力度および変位の制約条件 $g_{\sigma_k}(\mathbf{A}, \mathbf{Y}), g_{\lambda_l}(\mathbf{A}, \mathbf{Y})$ を考慮し、トラス構造物の全重量 $\mathbf{W}(\mathbf{A}, \mathbf{Y})$ を最小化する最適設計問題を考える。この最適設計問題を解く方法として、構造物の挙動に関する制約条件 $g_{\sigma_k}(\mathbf{A}, \mathbf{Y}), g_{\lambda_l}(\mathbf{A}, \mathbf{Y})$ の $\mathbf{A}, \mathbf{Y}$ に関する感度係数を用い種々の非線形計画法のアルゴリズムを用いて最適解を求める方法が主として研究されてきた。しかし、通常、構造物の挙動の設計変数に関する感度係数を求めるためにはきわめて多くの計算を行う必要がある。そこで、本研究では、最小コンプリメンタリーエネルギーの原理に基づき、トラス構造物の線形・非線形解析問題をコンプリメンタリーエネルギー最小化問題として定式化し、そのラグランジュ関数を導入し、このラグランジュ関数の停留条件を用いてトラス構造物の線形・非線形挙動の解析において満足すべき必要条件を導入する。この必要条件を設計変数 $\mathbf{Y}$ に関して線形近似し、 $\mathbf{Y}$ に関して陽な関数として表現することにより、 $\mathbf{A}$ のみならず $\mathbf{Y}$ をも設計変数として考慮できるようする。このようにして得られた解析上の必要条件を、トラス構造物の設計において通常考慮されている各部材の応力度や各可動節点変位などの挙動に関する制約条件に加えるとともに、設計変数として、通常考慮されているトラス構造物の各部材の断面積 $\mathbf{A}$ やトラス構造物の節点座標 $\mathbf{Y}$ のみならず、応力度 $\boldsymbol{\sigma}$ および可動節点変位 $\boldsymbol{\lambda}$ をも独立の設計変数として考慮し、以下に示すようにトラス構造物の最適化問題を再定式化することにより、常に解析上の必要条件を満足させつつ設計変数の改良を行うこととした。

$$\text{Find } \mathbf{A}, \mathbf{Y}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\lambda}, \text{ which minimize } \mathbf{W}(\mathbf{A}, \mathbf{Y}) = \sum_{i=1}^n \rho_i A_i \left(l_i(\mathbf{Y}^0) + \sum_{k=1}^{np} \frac{\partial l_i}{\partial Y_k} \Delta Y_k \right) \quad (1)$$

$$\text{subject to } g_i(\mathbf{Y}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\lambda}) = \varepsilon_i(\boldsymbol{\sigma}_i) \left\{ l_i(\mathbf{Y}^0) + \sum_{k=1}^{np} \frac{\partial l_i}{\partial Y_k} \Delta Y_k \right\} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \left\{ C_{ji}(\mathbf{Y}^0) + \sum_{k=1}^{np} \frac{\partial C_{ji}}{\partial Y_k} \Delta Y_k \right\} = 0 \quad (i=1, \dots, n) \quad (2)$$

$$g_j(\mathbf{A}, \mathbf{Y}, \boldsymbol{\sigma}) = \sum_{i=1}^n \left\{ C_{ji}(\mathbf{Y}^0) + \sum_{k=1}^{np} \frac{\partial C_{ji}}{\partial Y_k} \Delta Y_k \right\} \sigma_i A_i - P_j = 0 \quad (j=1, \dots, m) \quad (3)$$

$$g_{\sigma_k}(\boldsymbol{\sigma}) = |\sigma_k| - \sigma_{ak} \leq 0 \quad (k=1, \dots, n) \quad (4) \quad g_{\lambda_l}(\boldsymbol{\lambda}) = |\lambda_l| - \lambda_{al} \leq 0 \quad (l=1, \dots, m) \quad (5)$$

$$A_i^L \leq A_i \leq A_i^U \quad (i=1, \dots, n) \quad (6) \quad Y_j^L \leq Y_j \leq Y_j^U \quad (j=1, \dots, np) \quad (7)$$

ここに、 ρ_i, l_i はそれぞれ部材 i の単位体積当りの重量および部材長を示す。 n, np, m はそれぞれ部材数、形状変数として考慮した座標の数、および可動節点の成分の数を示す。 C_{ji} は軸力 N_i の可動節点成分 j への方向余弦を示す。 $\sigma_{ak}, \lambda_{al}$ はそれぞれ許容応力度および許容変位量を示す。

上で導入した最適設計問題の目的関数および制約条件を、 $\mathbf{A}, \mathbf{Y}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\lambda}$ に関して線形近似し、勾配射影法(GPM)の手法を用いて設計変数の改良を行う。この場合、各部材の応力度および可動節点変位に関する制約条件は、それぞれ応力度および可動節点変位についてのみ線形近似し、部材断面積および形状に関する感度係数は使用していない。このようにして、 $\mathbf{A}, \mathbf{Y}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\lambda}$ の改良を繰り返し、目的関数および全ての変数が一定値に収束した時点で最適解が得られたものとする。

3. 最適設計例および考察

図-1に示す非線形材料よりなる図-2、図-3に示す21部材および31部材の単径間トラスについて、上弦材位置の節点①～⑤および①～⑦の鉛直座標 $Y_1 \sim Y_5, Y_1 \sim Y_7$ 、および各部材の断面積を設計変数として考慮し、本研究で述べた方法(CGPM)および挙動の感度係数を用い双対法により最適化を行う方法(DUAL)より得られた最適解の比較検討を行った。

21部材単径間トラスにおいて、許容応力度 σ_a を 2500 kgf/cm^2 (245 N/mm^2) とし、許容変位 λ_a を 17.0 cm および 15.0 cm

とした場合のCGPMおよびDAULにより得られた最適解の比較を図-4および図-5に示す。 $\lambda_a=17.0\text{cm}$ とした場合、最適解において応力度および変位の2つの制約条件が同時にactiveとなっている。CGPMおよびDUALにより得られた最適形状は異なっており、CGPMにより得られた形状はより部材数の少ない単純な構造形状となっている。CGPMおよびDUALにより得られた最適解における目的関数の値は、それぞれ2644.3kgfおよび2639.0kgfと0.20%の誤差で一致している。最適解を得るための計算時間の比較では、CGPMの場合が7.2秒、DUALの場合が7.6秒となりほぼ同じ計算時間となっている。 $\lambda_a=15.0\text{cm}$ とした場合、最適解において変位の制約条件のみがactiveとなっている。CGPMおよびDUALにより得られた最適形状は異なっており、上弦材の節点②、③、④の鉛直座標 Y_2, Y_3, Y_4 の値はCGPMの場合がDUALの場合より1m程度大きくなっている。CGPMおよびDUALにより得られた最適解における目的関数の値は、それぞれ2967.3kgfおよび2964.2kgfと0.10%の誤差で一致している。最適解を得るための計算時間の比較では、CGPMの場合が3.6秒、DUALの場合が30.7秒とCGPMの場合がDUALの場合の11.7%の計算量により能率的に最適解が得られている。

31部材単径間トラスにおいて、許容応力度 σ_a を2500kgf/cm²(245N/mm²)とし、許容変位 λ_a を40.0cmおよび32.0cmとした場合のCGPMおよびDAULにより得られた最適解の比較を図-6および図-7に示す。 $\lambda_a=40.0\text{cm}$ とした場合、最適解において応力度の制約条件のみがactiveとなり、CGPMおよびDUALにより得られた最適形状における $Y_2 \sim Y_6$ の値はほぼ一致している。しかし、CGPMより得られた最適形状では、上弦材の節点①、⑦に接続する部材が消失したため形状変数 Y_1, Y_7 を設計変数群から取り除いている。一方、DUALにより得られた最適形状では、上弦材の節点①、⑦に接続している部材も比較的大きな断面積を有している。CGPMおよびDUALにより得られた最適解における目的関数値は、6034.0kgfおよび6030.5kgfと0.06%の誤差で完全に一致している。最適解を得るための計算時間の比較では、CGPMの場合がDUALの場合の32.4%の計算量により能率的に最適解が得られている。 $\lambda_a=32.0\text{cm}$ とした場合、最適解において応力度および変位の2つの制約条件が同時にactiveとなり、 $\lambda_a=40.0\text{cm}$ の場合と同様、CGPMの場合 Y_1, Y_7 を設計変数群から取り除いているのに対して、DUALの場合は、上弦材の節点①、⑦に接続している部材も比較的大きな断面積を有している。CGPMおよびDUALにより得られた最適解における目的関数値は6023.1kgfおよび6021.6kgfと0.02%の誤差で完全に一致している。最適解を得るための計算時間の比較では、CGPMの場合がDUALの場合の31.7%の計算量により能率的に最適解が得られている。

以上の考察より、本研究で提案した方法は非線形トラス構造物の形状および断面寸法の最適解を効率的に求めることができ、信頼性の高い方法であることが明らかとなった。

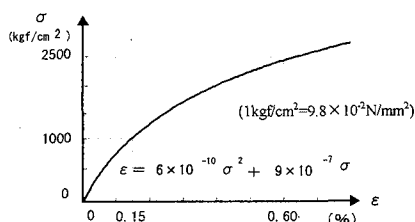


図-1 非線形材料

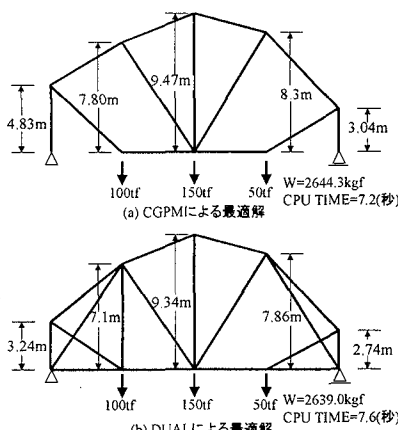


図-4 21部材トラスのCGPMおよびDUALによる最適形状 ($\lambda_a=17.0\text{cm}$)

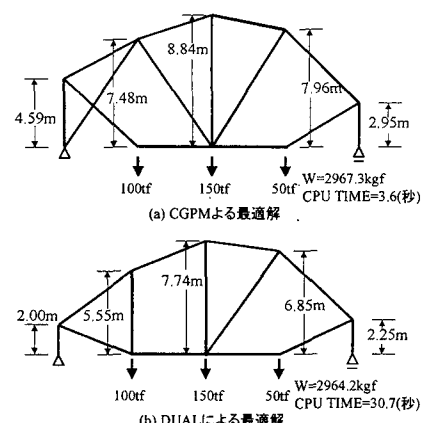


図-5 21部材トラスのCGPMおよびDUALによる最適形状 ($\lambda_a=15.0\text{cm}$)

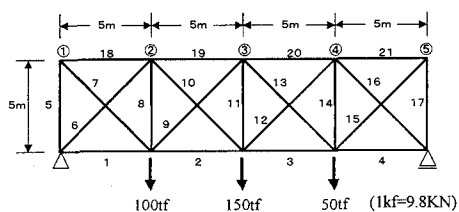


図-2 21部材単径間トラス

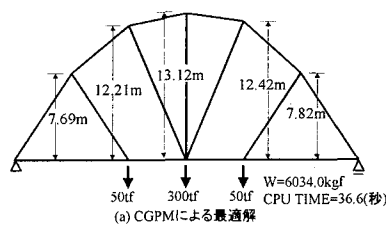


図-6 31部材トラスのCGPMおよびDUALによる最適形状 ($\lambda_a=40.0\text{cm}$)

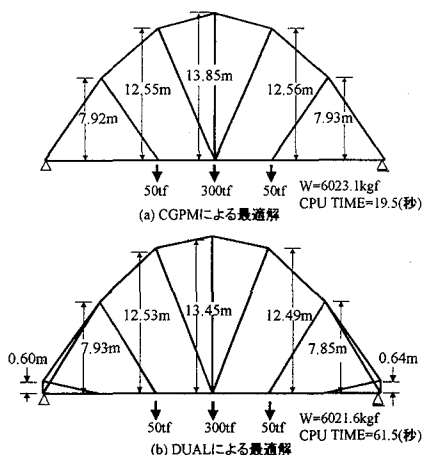


図-7 31部材トラスのCGPMおよびDUALによる最適形状 ($\lambda_a=32.0\text{cm}$)

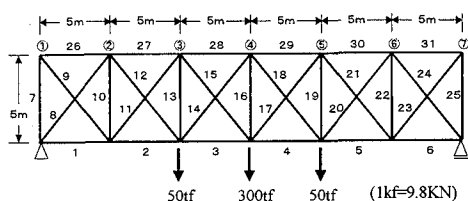


図-3 31部材単径間トラス