Ⅰ－2　双対法および焼なまし法を用いた離散型最適設計法におけるパラメータの検討

愛媛大学工学部　正会員　谷脇　一弘　愛媛大学工学部　ﾌｪﾛｰ会員　大久保禎二
四国建設コンサルタント(株)　正会員　○佐伯　龍司　愛媛大学大学院　学生員　江原　博司

1. まえがき

構造物を設計する場合、連続型変数として取り扱われる構造物の形状や断面形状のみならず、各部材の断面に使用する板厚や材種等の離散型変数として取り扱うべき設計変数をも考慮して構造物を最適に設計しなければならない。近年、離散型最適設計法として遺伝的アルゴリズムや焼なまし法などのヒューリスティック手法を用いた最適設計法に関する研究が精力的に行われているが、これらの方法を用いて真の最適解を得るためにはパラメータの設定に経験が必要であり、得られた解の信頼性に欠ける欠点を有している。そこで本研究では、連続型変数を対象とした双対法および離散型変数を対象とした焼なまし法を組み合わせた能率的な離散型最適設計法に関する研究を行い、焼なまし法における温度の更新のための冷却要素および変数の改良幅などのパラメータが最適解に与える影響について、トラス構造物の離散型最適設計問題を対象とし、検討を行った結果について述べるものである。

2. 双対法および焼なまし法を用いたトラス構造物の離散型最適設計法

2.1 トラス構造物の離散型最適設計問題

トラス構造物の各部材の離散的な断面は実際に使用可能な 35 種類の鋼管断面から選択するものとし、離散型最適設計問題の設計変数として、各部材の断面の材種を示す指標 $\mathbf{M}$ を考慮するものとする。制約条件として、道路橋示方書に規定されている鋼管の許容応力度を用いた応力度の制約条件および変位の制約条件、細長比の制限を考慮し、目的関数 $\mathbf{W(X)}$ としてトラス構造物の総重量を最小化するものとして離散型最適設計問題を定式化する。この最適設計問題を以下に述べる双対法および焼なまし法を用いた離散型最適設計法を用いて解くことにより、各部材の断面寸法の最適な組合せを決定している。

2.2 双対法による最適部材配置および初期離散値の決定

本研究では、各部材の断面積のみならず最適なトラスの部材配置をも決定することを目的としているため、まず設計変数として断面積を連続型変数として取り扱い、制約条件として許容応力度を道路橋示方書に規定されている許容応力度の上限値となる一定値とした応力度制限および変位制限を考慮し断面積の下限値を $0.1cm^2$ と微小な値に設定した重量最小化問題を双対法を用いて解くことにより最適部材配置を決定する。次に、上で得られた最適部材配置のトラス構造物を対象とし、道路橋示方書に規定されている応力制限、変位制限および細長比の制約を考慮した重量最小化問題を再度双対法を用いて解くことにより、連続型最適設計問題の最適断面積を決定する。焼なまし法における初期値 $\mathbf{M}^0$ は、この最適断面積の近傍で、応力度の制約条件を違反しない鋼管材料としている。

2.3 焼なまし法によるトラス構造物の離散型最適設計問題の最適化アルゴリズム

焼なまし法による最適化アルゴリズムは、まず3つの乱数 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ を発生させ、β_1 を用いて改良を行う変数の指標 i を決定し、β_2 を用いて改良変数 M_i の改良幅 ΔM_i を決定し、現在の材種 $M_i^{(t)}$ の近傍で新たな探索点 $\overline{M}_i^{(t)} = M_i^{(t)} + \Delta M_i$ を求める。探索点 $\overline{M}_i^{(t)}$ における目的関数 $\mathbf{W}(\overline{M}_i^{(t)})$ を計算し、目的関数の変化量 $\delta W_s = \mathbf{W}(\overline{M}_i^{(t)}) - \mathbf{W}(M_i^{(t)})$ を計算する。すべての制約条件を満足し、$\delta W_s < 0$ ならば $M_i^{(t+1)} = \overline{M}_i^{(t)}$ とする。目的関数が改善されず $\delta W_s > 0$ となる場合においても、温度 T_s を用いて受入れ確率 P を計算し、$\beta_3 < P$ ならば $M_i^{(t+1)} = \overline{M}_i^{(t)}$ とする。$\beta_3 > P$ ならば、改良は行わず現在の材種 $M_i^{(t)}$ のままとする。$\beta_3 < P$ となる場合には、冷却要素 F を用いて温度を $T_{s+1} = T_s \times F$ と更新する。上記の改良過程を所定の回数繰り返し、最も目的関数の値を減少させる解を最適解とする。このように、焼なまし法は新しい探索点の評価値（目的の達成度）が現在の解の評価値より劣る場合においても確率的に現在の解と置き換えることにより、局所的最適解への移行性を改善した方法である。本研究では、焼なまし法による鋼管材料の改良過程において、応力度および変位の断面積に関する感度係数を用いて応力度および変位制約の断面積の逆数による近似式を導入し、構造解析を毎回行うことなく近似式を用いて応力度および変位を推定することにより能率的に改良を行っている。

2.4 受入れ確率 P の計算

受入れ確率 P は、新たな探索点が現在の解を改悪する場合 $(\delta W_s > 0)$，新たな探索点を改良解とするか、現在の解のままとするかの決定を行うために用いられ、式(1)により計算される。また、式(1)における δW_s のランニングアベレージを示すボルツマン定数 $\delta \overline{W}_k$ は式(2)により求められる。ここに、k は受け入れ確率の計算回数である。

$$P = \exp\left(\frac{-\delta W_s}{\delta \overline{W}_k T_k}\right) \qquad (1) \qquad\qquad \delta \overline{W}_k = \left(\frac{\delta \overline{W}_{k-1} \times (k-1) + \delta W_s}{k}\right) \qquad (2)$$

2.5 初期温度 T_0 の設定および温度の更新

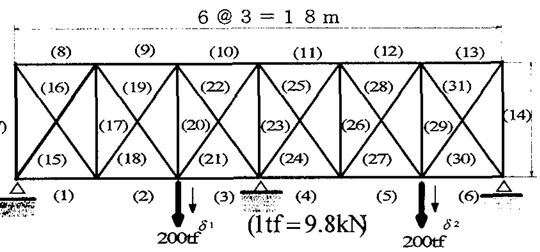
初期温度 T_0 の設定は、初期受入れ確率 P_0 を与えることにより、式(3)により行う。冷却過程における温度の更新は $T_{s+1} = T_s \times F$ とし、冷却要素 F は式(4)により計算される。

$$T_0 = \frac{-1}{\log(P_0)} \qquad (3) \qquad\qquad F = \left(\frac{\log P_s}{\log P_f}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \qquad (4)$$

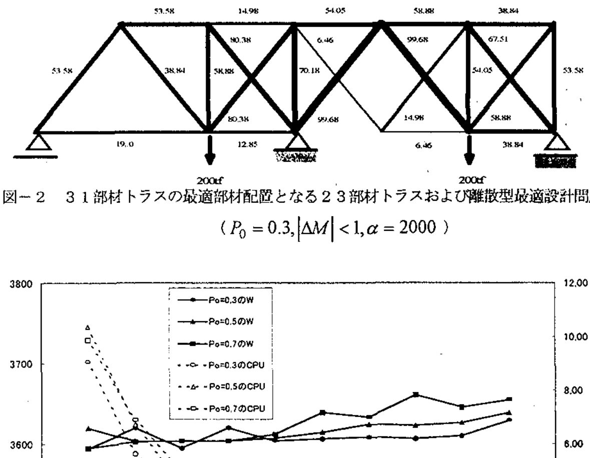
ここに、P_0, P_f, α はそれぞれ初期受け入れ確率、最終受け入れ確率および冷却速度を制御するパラメータを示す。

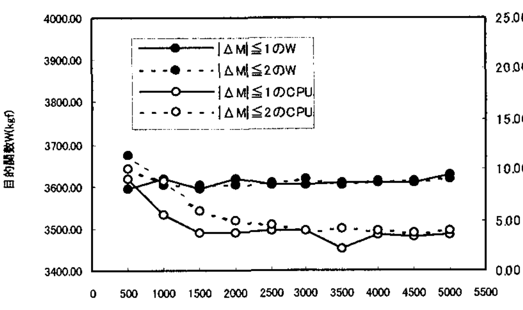
3. トラスの最適設計例によるパラメータの検討

図-1 に示す 31 部材トラスの離散型最適設計問題において、改良変数の改良幅ΔM、冷却要素を規定するパラメータαの値、初期受け入れ確率P_0の値を種々変化させた場合の最適解に与える影響について検討を行った結果について述べる。トラスの各部材の許容応力度σ_a、許容変位δ_a、単位体積当りの重量ρおよびヤング係数Eをそれぞれ$137.2\,{}^{N}\!/_{mm^2}$、$5.0cm$、$7.85\,{}^{gf}\!/_{cm^3}$および$205800\,{}^{N}\!/_{mm^2}$と設定した。最終受入れ確率P_fは$1.0E-8$とし、焼なまし法の反復計算を終了させるために用いた最大反復回数および温度の最小値は3000回および0.0001としている。まず、断面積を連続型変数として取り扱い双対法により最適化を行った結果、図-2 に示す 23 部材トラスが最適部材配置となった。この場合、応力度の制約条件のみが最適解において Active となっている。この 23 部材トラスの焼なまし法による最適化過程において、初期受け入れ確率$P_0=0.3$とし、改良変数の改良幅ΔMの最大値を 1 および 2 とした場合について、冷却要素を規定するパラメータαの値を種々変化させて検討した結果を図-3 に示す。改良幅の最大値が 1 の場合($|\Delta M|\le 1$)の目的関数の値は、35214.144N~35556.087N と最小値に対して0.97% の変動量となっており、信頼性の高い解が得られているのに対し、改良幅の最大値が 2 の場合($|\Delta M|\le 2$)は 35301.041N~35992.852N と最小値に対して1.96% の変動量となっている。また冷却要素を規定するパラメータαを増加させることにより計算時間は減少する傾向にあるが、最適解の精度の観点よりα=2000 程度が適切な値となっている。初期受け入れ確率P_0を0.3, 0.5, 0.7 とした場合の目的関数および計算時間の比較を図-4 に示す。計算時間に大きな変化はみられないが、目的関数の値は$P_0=0.3$の場合が最も小さくなっている。$P_0=0.3, |\Delta M|<1, \alpha=2000$とした場合の離散型最適設計問題の最適解を図-2 に示す。双対法および焼なまし法を用いて最適化を行った場合(DUAL+SA)およびすべての部材の$M^0=30$とし、焼なまし法のみを用いて最適化を行った場合の目的関数および計算時間の比較を表-1 に示す。焼なまし法のみを用いた場合(SA)、改良幅の最大値$|\Delta M|$が目的関数および計算効率に大きく影響し、$|\Delta M|\le 3$の場合が最も能率的になっているが、目的関数の値は DUAL+SA の場合の11.99% 増加している。また SA のみの場合、$|\Delta M|\le 5$とした場合に最も目的関数が小さくなっているが、その場合においても DUAL+SA の場合より 1.73%増加している。以上の考察により、双対法および焼なまし法を用いることにより、いかなるパラメータの組み合わせに対しても能率的かつ確実に離散型最適設計問題の最適解を決定できることが明らかとなった。



図－1 初期31部材トラス


図－2 31部材トラスの最適部材配置となる23部材トラスおよび離散型最適設計問題の最適解 ($P_0=0.3, |\Delta M|<1, \alpha=2000$)



図－3 αを種々変化させた場合の目的関数Wおよび計算時間CPUの比較(δa=5.0cm,P_0=0.3)

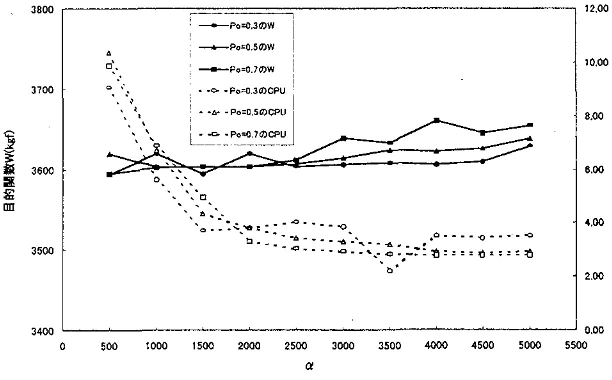


図-4 αを種々変化させ初期受入れ確率を0.3,0.5,0.7とした場合の目的関数Wと計算時間CPUの比較(δa=5.0cm)

表-1 双対法および焼なまし法(DUAL+SA)を用いた場合および焼なまし法のみ(SA)を用いた場合の目的関数Wおよび計算時間 CPU の比較($M_i^0=30\ (i=1,\cdots,23)$, $\delta_a=5.0cm$, $P_0=0.3$)

設計変数	DUAL 連続変数	DUAL+SA 離散型変数 $\lvert\Delta M\rvert\le 1$	SA 離散型変数 $\lvert\Delta M\rvert\le 1$	SA 離散型変数 $\lvert\Delta M\rvert\le 2$	SA 離散型変数 $\lvert\Delta M\rvert\le 3$	SA 離散型変数 $\lvert\Delta M\rvert\le 4$	SA 離散型変数 $\lvert\Delta M\rvert\le 5$
W (kgf)	3424.417	3594.261	4233.142	4060.733	3890.854	3689.971	3657.681
Active Const.	σ	σ	σ	σ	σ	σ	σ
δ_1, δ_2(cm)	0.781, 0.891	0.738, 0.860	0.807, 0.750	0.827, 0.747	0.796, 0.782	0.769, 0.810	0.721, 0.850
CPU (秒)	0.93	3.68	9.11	10.55	2.69	5.88	5.16