

I-1 ホログラフィックニューラルネットワークを用いた構造物の挙動の推定法

愛媛大学工学部 正 員 谷 脇 一 弘
愛媛大学工学部 フェロー 大久保 禎二
広島県庁 正 員 ○山崎 泰宏

1. はじめに

ニューラルネットワークを用いた推定法は、数学的に関数を用いて表現が困難となるような非常に複雑な問題や多くのパラメータを含んだ将来予測の問題に対して極めて有効な方法であることが明らかにされてきている。従来の逆誤差伝播法に基づいたニューラルネットワークでは、推定する問題に対して教師データの数、中間層の数、ノードの数などの多くのパラメータを種々変化させ、出力結果と教師データとの相違を比較することで最良のネットワークを構築する必要があった。このような問題点を解決するため、近年、入力および出力の実数データを複素平面に写像し、入力と出力の関係を複素平面上の線形結合で表し、学習を行なうホログラフィックニューラルネットワークによる推定法が開発されている。本研究では、ホログラフィックニューラルネットワークのアルゴリズムを用いた線形・非線形構造物の挙動の推定法に関する研究を行い、得られた結果について述べるものである。

2. ホログラフィックニューラルネットワークを用いた関数近似理論

ホログラフィックニューラルネットワークは入出力の実数データを複素平面上に写像し、入出力関係を複素平面上の線形結合で表し学習を行なうニューラルネットワークである。この方法において、実数の教師データとして p 個のサンプルを考慮し、各サンプルには n 個の入力データ、および m 個の出力データを考慮するものとする。この実数の教師データを以下に示す複素平面上の入力データ $\mathbf{T}_s$ および出力データ $\mathbf{T}_t$ に写像する。

$$\left. \begin{array}{l} f(S_k^j) = \lambda_k^j e^{i\theta_k^j} \\ \text{入力データ } \mathbf{T}_s = [\lambda_1^j e^{i\theta_1^j}, \dots, \lambda_k^j e^{i\theta_k^j}, \dots, \lambda_p^j e^{i\theta_p^j}]^T \\ \lambda_k e^{i\theta_k} = [\lambda_k^1 e^{i\theta_k^1}, \lambda_k^2 e^{i\theta_k^2}, \dots, \lambda_k^n e^{i\theta_k^n}] \end{array} \right\} \quad (1) \quad \left. \begin{array}{l} g(T_k^l) = \gamma_k^l e^{i\phi_k^l} \\ \text{出力データ } \mathbf{T}_t = [\gamma_1^l e^{i\phi_1^l}, \dots, \gamma_k^l e^{i\phi_k^l}, \dots, \gamma_m^l e^{i\phi_m^l}]^T \\ \gamma_k e^{i\phi_k} = [\gamma_k^1 e^{i\phi_k^1}, \gamma_k^2 e^{i\phi_k^2}, \dots, \gamma_k^m e^{i\phi_k^m}] \end{array} \right\} \quad (2)$$

ここに、 S_k^j, T_k^l は入力および出力の実数データを示す。また、 λ, γ はそれぞれ実数の入力データおよび出力データの対応する位相角度域に出現する確率を示しており、本研究では全て 1.0 としている。

k 番目のサンプルにおける j 番目の入力値および l 番目の出力値の位相角度 θ_k^j および ϕ_k^l はシグモイド関数を用いて次式により求める。

$$\theta_k^j = 2\pi / (1 + e^{-c_k (S_k^j - \mu_s) / \sigma_s}) \quad (3) \quad \phi_k^l = 2\pi / (1 + e^{-c_k (T_k^l - \mu_t) / \sigma_t}) \quad (4)$$

ここに、 c_k はシグモイド関数の傾きを調整するパラメータで本研究では 1.0 としている。 μ_s, μ_t はそれぞれ全ての実数の入力データおよび出力データに対する平均値、 σ_s, σ_t はそれぞれ全ての実数の入力データおよび出力データに対する標準偏差を示している。

ネットワークの複素平面上での出力 $\mathbf{R}$ は、伝達マトリックス $\mathbf{X}$ を用いた線形結合として以下のように表される。

$$\mathbf{R} = (1/F) \cdot \mathbf{T}_s \cdot \mathbf{X}, \quad F = \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n \lambda_k^j{}^2 \quad (5)$$

ここに、 F は正規化パラメータを示している。

式(5)の伝達マトリックス $\mathbf{X}$ は出力 $\mathbf{R}$ と教師データ $\mathbf{T}_t$ との差 $(\mathbf{R} - \mathbf{T}_t)$ を最小にするように決定される。本研究では、出力 $\mathbf{R}$ と教師データ $\mathbf{T}_t$ との差の二乗和で表現される総誤差関数 $E(\mathbf{X})$ を導入し、 $E(\mathbf{X})$ を最小にする $\mathbf{X}$ を最急勾配法および Fletcher-Reeves 法を用いて決定することとした。最急勾配法および Fletcher-Reeves 法では、 $\mathbf{X}$ の r 回目の改良における改良方向 $\mathbf{d}^r$ は、式(6)で与えられ、式(7)により $\mathbf{X}$ は改良される。

$$\mathbf{d}^r = -g(\mathbf{X}) = (1/F) \cdot \overline{\mathbf{T}}_s^T \cdot (\mathbf{R} - \mathbf{T}_t) \quad (6)$$

$$\mathbf{X}^{r+1} = \mathbf{X}^r + \overline{\eta} \mathbf{d}^r \quad (7)$$

ここに、 $\overline{\mathbf{T}}_s^T$ は $\mathbf{T}_s$ の共役転置を示しており、 $\overline{\eta}$ は改良幅を示している。上式において、最急勾配法においては、 $\overline{\eta}=1.0$ としている。Fletcher-Reeves法では、 $E(\mathbf{X}^r)$ と上式により改良された $\mathbf{X}^{r+1}$ による $E(\mathbf{X}^{r+1})$ の値により最良の $\overline{\eta}$ および $\mathbf{d}^r$ を決定し、この改良された $\overline{\eta}$ および $\mathbf{d}^r$ を用いて再度式(7)により改良を行い、 $r+1$ 回目の改良解 $\mathbf{X}^{r+1}$ を決定している。上記の手法により、出力 $\mathbf{R}$ と教師データ $\mathbf{T}_t$ との差が最小になるまで繰り返し計算し、伝達マトリックス $\mathbf{X}$ を決定する。

ホログラフィックニューラルネットワークの大きな特徴として2次項を作成することにより、擬似的に入力数を増加させることができ、複素平面上にデータを密に分布させることにより伝達マトリックスの精度を向上させることができる。本研究では、計算回数が一定の回数に達すると自動的に擬似的な入力を作成する操作を2回まで行っている。入力データの個数が3個の場合の擬似的に入力を増加させる方法を以下に示す。

$$\begin{aligned} & 3 \text{ 個の入力(入力データ)} \quad \{\lambda_1 e^{i\theta_1}, \lambda_2 e^{i\theta_2}, \lambda_3 e^{i\theta_3}\} \\ & 9 \text{ 個の入力(1 回目)} \quad \{\lambda_1 e^{i\theta_1}, \lambda_2 e^{i\theta_2}, \lambda_3 e^{i\theta_3}, (\lambda_1 e^{i\theta_1})^2, (\lambda_2 e^{i\theta_2})^2, (\lambda_3 e^{i\theta_3})^2, \lambda_1 \lambda_2 e^{i(\theta_1+\theta_2)}, \lambda_1 \lambda_3 e^{i(\theta_1+\theta_3)}, \lambda_2 \lambda_3 e^{i(\theta_2+\theta_3)}\} \\ & 18 \text{ 個の入力(2 回目)} \quad \{\lambda_1 e^{i\theta_1}, \lambda_2 e^{i\theta_2}, \lambda_3 e^{i\theta_3}, (\lambda_1 e^{i\theta_1})^2, (\lambda_2 e^{i\theta_2})^2, (\lambda_3 e^{i\theta_3})^2, \lambda_1 \lambda_2 e^{i(\theta_1+\theta_2)}, \lambda_1 \lambda_3 e^{i(\theta_1+\theta_3)}, \lambda_2 \lambda_3 e^{i(\theta_2+\theta_3)}, \\ & \quad \lambda_1 e^{-i\theta_1}, \lambda_2 e^{-i\theta_2}, \lambda_3 e^{-i\theta_3}, (\lambda_1 e^{-i\theta_1})^2, (\lambda_2 e^{-i\theta_2})^2, (\lambda_3 e^{-i\theta_3})^2, \lambda_1 \lambda_2 e^{-i(\theta_1+\theta_2)}, \lambda_1 \lambda_3 e^{-i(\theta_1+\theta_3)}, \lambda_2 \lambda_3 e^{-i(\theta_2+\theta_3)}\} \end{aligned}$$

3. 計算例および考察

計算例として、図-1に示す10部材片持ちトラスの節点2、3、5、6の鉛直変位をホログラフィックニューラルネットワークを用いて推定した結果を示す。解析は、図-2に示す応力度-ひずみ関係の非線形材料を用い、幾何学的非線形性をも考慮した複合非線形解析を行い、解析されたデータを実験計画法の直交表に割り当てることにより、最大27個のサンプルを考慮した。断面積が表-1に示す分布の場合の鉛直変位を推定するものとし、学習に用いたサンプル数を変化させ、最急勾配法およびFletcher-Reeves法を用いて伝達マトリックスを決定し、推定を行なった結果を表-2および表-3に示す。

サンプルの数が14個と少ない場合は初期の1つのサンプルのデータ数が10個に対し、最急勾配法およびFletcher-Reeves法ともに、最終的に65個の擬似的な入力データを作成し、伝達マトリックス $\mathbf{X}$ を決定している。この場合の推定誤差は両手法とも20%を超えている。一方、サンプル数を27個とした場合、両手法とも130個の擬似的な入力データを作成し、伝達マトリックス $\mathbf{X}$ を決定しており、真の解と5%程度の誤差により、挙動の推定を行なうことが可能であることが明らかとなった。伝達マトリックスの改良を最急勾配法により行なった場合は、Fletcher-Reeves法と比較してアルゴリズムが単純となり、計算時間が短くなっている。一方、Fletcher-Reeves法により改良を行なった場合、アルゴリズムが比較的複雑となるが伝達マトリックスの改良回数が少なくなり、得られた結果も最急勾配法と大差ないものとなった。

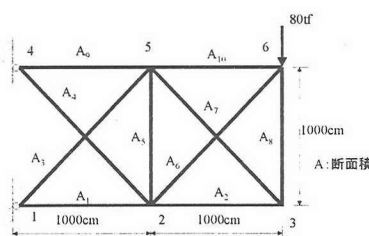


図-1 10部材片持ちトラス

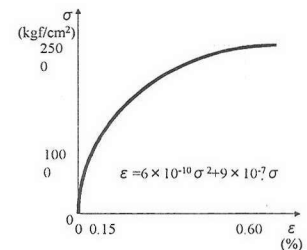


図-2 非線形材料の応力度-ひずみ関係

表-1 解析トラスのデータ (複合非線形解析)

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	(cm²)
32	33	37	35	38	34	32	31	39	33	

表-2 サンプル数の変化と推定結果 (最急勾配法)

		鉛直変位(cm)			
サンプル数	節点	節点2	節点3	節点5	節点6
6	(誤差%)	17.56770 (10.43%)	48.06235 (9.94%)	17.63867 (10.86%)	49.92622 (8.75%)
反復回数1572回	(誤差%)	18.87556 (18.65%)	53.21087 (21.71%)	19.05900 (19.79%)	55.52502 (20.95%)
10	(誤差%)	19.46983 (22.32%)	54.98916 (25.76%)	19.97681 (25.56%)	57.82145 (25.96%)
反復回数2096回	(誤差%)	17.91811 (8.11%)	50.73012 (16.04%)	17.34831 (9.03%)	51.98958 (13.25%)
20	(誤差%)	16.67717 (4.83%)	45.37459 (3.79%)	16.72626 (5.12%)	47.26149 (2.95%)
反復回数3320回	(誤差%)	16.76927 (5.41%)	45.64410 (4.40%)	16.82797 (5.76%)	47.51715 (3.51%)
27	(誤差%)	15.9086 (0.00%)	43.7181 (0.00%)	15.9101 (0.00%)	45.9058 (0.00%)
反復回数3371回	正解値	15.9086	43.7181	15.9101	45.9058

表-3 サンプル数の変化と推定結果 (Fletcher-Reeves法)

		鉛直変位(cm)			
サンプル数	節点	節点2	節点3	節点5	節点6
6	(誤差%)	17.57143 (10.45%)	48.08456 (9.99%)	17.64208 (10.82%)	49.95040 (8.81%)
反復回数110回	(誤差%)	18.12522 (13.93%)	51.32662 (23.74%)	18.24211 (17.40%)	53.63332 (14.66%)
10	(誤差%)	17.52680 (10.17%)	54.08874 (23.74%)	17.44525 (9.65%)	57.06464 (24.61%)
反復回数179回	(誤差%)	17.04981 (7.17%)	46.48026 (6.32%)	17.18900 (8.04%)	48.40135 (5.44%)
20	(誤差%)	17.10672 (7.53%)	46.74768 (6.93%)	17.34348 (8.20%)	48.38481 (5.40%)
反復回数223回	(誤差%)	16.76666 (5.39%)	45.62926 (4.37%)	16.82652 (5.76%)	47.50385 (3.48%)
27	(誤差%)	15.9086 (0.00%)	43.7181 (0.00%)	15.9101 (0.00%)	45.9058 (0.00%)
反復回数211回	正解値	15.9086	43.7181	15.9101	45.9058