

I-37 焼なまし法を用いたトラス構造物の離散型最適設計に関する一考察

愛媛大学工学部 正会員 谷脇 一弘 愛媛大学工学部 フェロー会員 大久保 禎二
愛媛大学大学院 学生員 ○佐伯 龍司 愛媛大学大学院 学生員 江原 博司

1. まえがき

近年、離散型最適設計法として焼なまし法や遺伝的アルゴリズムなどのヒューリスティック手法が注目され、工学的設計問題に適用する試みが精力的になされているが、本研究では、双対法および焼なまし法を用いた能率的な離散型最適設計法について研究を行ったものである。最適化アルゴリズムとして、まずトラス構造物の断面寸法に関する設計変数を連続型変数として取り扱い、ニュートン法を用いた双対法により最適化を行うことにより得られる最適部材配置について、連続型変数とした場合の最適解の近傍の離散値を初期値として、焼なまし法により離散型設計変数の最適解を決定する。設計例として、31 部材トラスの最適部材配置となる 24 部材トラスを対象とし、焼なまし法における温度の更新のための冷却要素および変数の改良幅などのパラメータなどが最適解に与える影響について検討を行った結果について述べるものである。

2. 双対法および焼なまし法を用いたトラス構造物の離散型最適設計法

2.1 トラス構造物の離散型最適設計問題

本研究では、トラス構造物の断面寸法として表-1 に示す実際に使用可能な 35 種類の鋼管材料より選択するものとし、材種を示す指標 X を設計変数として考慮するものとする。目的関数 $W(X)$ として構造物の重量を最小化するものとし、制約条件として応力度および変位の制約を考慮している。

2.2 双対法による最適部材配置および初期離散値の決定

本研究では、2.1 で述べたトラス構造物の離散型最適設計問題を能率的に解くために、まず、設計変数として各部材の断面積を連続型変数として取り扱うことにより定式化される重量最小化問題を双対法を用いて解くことにより、最適な部材配置および部材断面積を決定する。得られた最適部材配置のトラスを対象とし、断面積を連続型変数の最適断面の近傍の離散値に変更し、この断面寸法に関する離散型変数を初期値 X_0 とし、焼なまし法により離散型最適設計問題の最適化を行っている。

2.3 焼なまし法によるトラス構造物の最適化アルゴリズム

焼なまし法による最適化アルゴリズムは、 P 回目の改良解 X^P において、その近傍を乱数を用いて探索し、新たな探索点 X^q の評価値が X^P の評価値より劣る場合においても $X^P = X^q$ として設計変数を置き換える可能性を残し、局所的最適解への移行性を改善した方法である。すなわち、アルゴリズムの詳細は、まず、乱数 $\beta_i (i=1, \dots, 3)$ を発生させ、 β_1 を用いて改良を行う変数 i を決定し、 β_2 を用いて改良変数の改良幅 ΔX_i を決定し、現在の解 X_i^P の近傍で新たな探索点 $X_i^q = X_i^P + \Delta X_i$ を求める。探索点 X_i^q の目的関数 $W(X_i^q)$ を計算し、目的関数の変化量 $\delta W_{pq} = W(X_i^q) - W(X_i^P)$ を計算する。すべての制約条件を満足し、 $\delta W_{pq} < 0$ ならば新たな探索点 X_i^q を現在の解 X_i^P と置き換える。すなわち、 $X_i^P = X_i^q$ とする。目的関数が改善されず $\delta W_{pq} > 0$ となる場合においても、温度 T_k を用いて受入れ確率 P を計算し、 $\beta_3 < P$ ならば新たな探索点 X_i^q を現在の解 X_i^P と置き換える。 $\beta_3 > P$ ならば、現在の解 X^P のままとする。 $\delta W_{pq} > 0$ となる場合には、冷却要素 F を用いて温度を $T_{k+1} = T_k \times F$ と更新する。上記の改良過程を所定の回数繰り返し、最も目的関数の値を減少させる解を最適解とする。なお、受入れ確率 P および冷却要素 F の計算は 2.4、2.5 で述べる。本研究では、温度の更新のための冷却要素 F の最適解への影響、および改良変数の改良幅を $-1 \leq \Delta X_i \leq +1$ および $-2 \leq \Delta X_i \leq +2$ と変化させた場合の最適解への影響について、設計例において検討を行っている。

2.4 受入れ確率 P の計算

受入れ確率 P は、新たな探索点が現在の解を改悪する場合においても、現在の解と置き換えるか、無視するかの決定を行うために用いられ、式(1)により計算される。

$$P = \exp\left(\frac{-\delta W_{pq}}{\delta W_k T_k}\right) \quad (1)$$

$$\delta \bar{W}_k = \left(\frac{\delta \bar{W}_{k-1} \times (k-1) + \delta W_{pq}}{k} \right) \quad (2)$$

ここに、 $\delta W_{pq} = W(X^q) - W(X^P)$ である。 $\delta \bar{W}_k$ は式(2)に示すボルツマン定数であり δW_{pq} のランニングアベレージである。 k は受け入れ確率の計算回数である。

2.5 初期温度 T_s の設定および温度の更新

初期温度 T_s は、初期受入れ確率 P_s を与えることにより、式(3)により設定する。冷却過程における温度の更新は $T_{k+1} = T_k \times F$ とし、冷却要素 F は式(4)により計算される。

$$T_s = \frac{-1}{\log(P_s)} \quad (3)$$

$$F = \left(\frac{\log P_s}{\log P_f} \right)^{\frac{1}{IPMAX-1}} \quad (4)$$

ここに、 P_i は初期受入れ確率、 P_f は最終受入れ確率、 $IPMAX$ は温度の最大更新回数である。

3. 最適設計例および考察

設計例として図-1に示す31部材トラスの離散型最適設計を行った結果について述べる。トラスの各部材の許容応力度 σ_a 、許容変位 δ_a 、単位体積当りの重量 ρ およびヤング係数 E をそれぞれ 1400 kgf/cm^2 、 0.8 cm 、 7.85 g/cm^3 、および 2100000 kgf/cm^2 と設定した。また、温度の冷却過程で必要となる初期温度 T_i および冷却要素 F を計算するための初期受入れ確率 P_i 、最終受入れ確率 P_f をそれぞれ 0.5 および $1.0E-8$ とした。

まず、断面積を連続型変数として取り扱い双対法により最適化を行った結果、図-2に示す24部材トラスが最適部材配置となった。また、この場合変位の制約条件が最適解においてActiveとなっている。この24部材トラスについて、 X_i の改良幅を $-1 \leq \Delta X_i \leq +1$ とし、冷却要素 F の計算に必要な $IPMAX$ の値を3000~7000と種々変化させた場合の最適解の比較を表-2に示す。なお、いずれの場合においても最大繰り返し数は9000回としている。表-2より明らかなごとく、 $IPMAX$ を6600回とした場合、目的関数 W が最も減少し、かつ能率的に最適解が得られている。この場合、最適解が得られた繰り返し回数は5100回であった。この場合の最適解を図-2に示す。改良幅を $-2 \leq \Delta X_i \leq +2$ とした場合についても同様の検討を行った結果、 $-1 \leq \Delta X_i \leq +1$ の場合と同様に $IPMAX$ を6600回とした場合に最良の解が得られた。設計変数 X_i の改良幅を $-1 \leq \Delta X_i \leq +1$ および $-2 \leq \Delta X_i \leq +2$ の場合の最適解の比較を表-3に示す。目的関数値を比較すると、 0.04% 以内の誤差により一致している。計算時間を比較すると、 $-1 \leq \Delta X_i \leq +1$ の場合には $-2 \leq \Delta X_i \leq +2$ の場合の87.78%の計算量により効率的に最適解が得られている。その他、種々の設計条件において、改良幅を $-1 \leq \Delta X_i \leq +1$ および $-2 \leq \Delta X_i \leq +2$ とした場合について $IPMAX$ を種々変化させ比較検討した結果、Activeな制約条件の性質により最適な改良幅 ΔX_i は異なるが、 $IPMAX$ の値はいずれの場合も5000回~7000回とすることにより最良の解が得られること明らかとなった。

表-1 離散設計変数Xに対する鋼管断面の外径、板厚および断面積

X	外径 (cm)	板厚 (cm)	断面 (cm ²)
1	2.17	0.19	1.18
2	2.72	0.19	1.51
3	2.72	0.23	1.80
4	3.40	0.23	2.29
5	4.27	0.23	2.92
6	3.40	0.32	3.09
7	4.86	0.23	3.34
8	6.05	0.23	4.20
9	4.86	0.32	4.56
10	6.05	0.32	5.76
11	7.63	0.28	6.46
12	7.63	0.32	7.35
13	8.91	0.28	7.59
14	8.91	0.32	8.63
15	10.16	0.32	9.89
16	8.91	0.42	11.20
17	11.43	0.35	12.18
18	10.16	0.42	12.85
19	13.98	0.35	14.98
20	11.43	0.45	15.51
21	13.98	0.45	19.12
22	16.52	0.50	25.15
23	21.63	0.45	29.93
24	19.07	0.53	30.85
25	21.63	0.58	38.84
26	21.63	0.82	53.58
27	26.74	0.66	54.05
28	31.85	0.60	58.88
29	31.85	0.69	67.51
30	35.56	0.64	70.18
31	26.74	0.93	75.37
32	40.64	0.64	80.38
33	35.56	0.79	86.25
34	31.85	1.03	99.68
35	35.56	1.11	120.07

表-2 許容変位を $\delta_a = 0.8\text{ cm}$ 、改良幅を $-1 \leq \Delta X_i \leq +1$ とし、温度の最大更新回数 $IPMAX$ を種々変化させた場合の最適解の比較

IPMAX	冷却要素F	目的関数W(kgf)	CPU(秒)
3000	0.9989069	3515.144	95.9
3200	0.9989752	3514.107	103.8
3400	0.9990355	3500.134	101.3
3600	0.9990891	3495.291	126.5
3800	0.9991370	3482.731	123.9
4000	0.9991801	3527.421	181.3
4200	0.9992192	3510.253	154.3
4400	0.9992547	3533.057	152.8
4600	0.9992871	3480.768	113.8
4800	0.9993168	3482.810	106.3
5000	0.9993441	3485.738	115.4
5200	0.9993693	3484.003	112.5
5400	0.9993927	3514.767	127.0
5600	0.9994144	3504.978	102.4
5800	0.9994345	3515.269	122.4
6000	0.9994534	3487.669	103.2
6200	0.9994710	3478.555	100.2
6400	0.9994876	3494.168	98.7
6600	0.9995031	3478.076*	97.0
6800	0.9995177	3483.610	100.5
7000	0.9995315	3514.578	114.7

表-3 最適解の比較

改良幅	$(-1 \leq \Delta X_i \leq +1)$	$(-2 \leq \Delta X_i \leq +2)$
IPMAX	6600	6600
CPU(sec)	97.0	110.5
W(kgf)	3478.076	3479.363

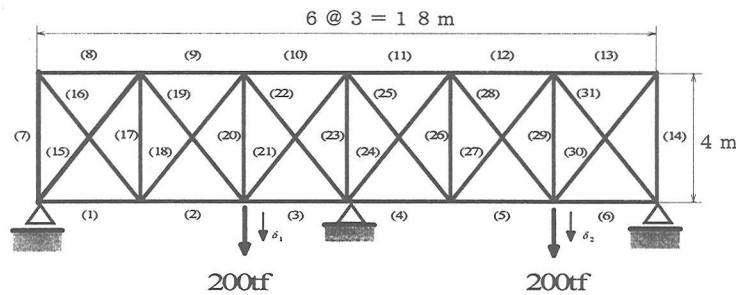


図-1 31部材トラス

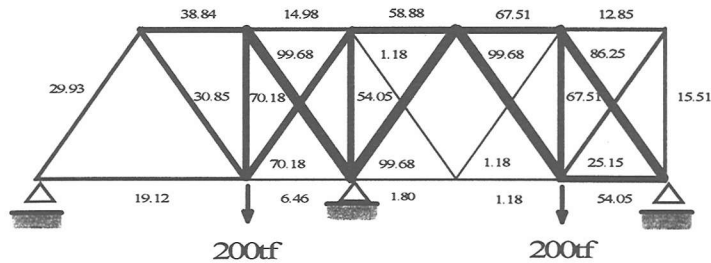


図-2 31部材トラスの最適部材配置となる24部材トラスの最適解 $(-1 \leq \Delta X_i \leq +1)$