

1. はじめに： 河道の幾何条件複雑化に伴って生じる上・射流混在流れに対し有効とされる MacCormack 法は河床変動計算の1手法として注目されている。本法は、常・射流混在流れに応じて前進・後退差分の使い分けをしなくても良いという利点を有している。そこで本文では、MacCormack 法を用いた河床変動計算構築の1過程として、流速の鉛直分布を考慮しない2次元の St.Venant 方程式に鉛直分布をもつ2次流の評価の仕方について検討を加えた。

2. 基礎式とその離散化： 一般曲線座標系 (ϕ, ϕ) に関する2次元の St.Venant 方程式と流砂の連続式を慣用の記号を用いてベクトル形式で表すと以下のようになる。¹⁾

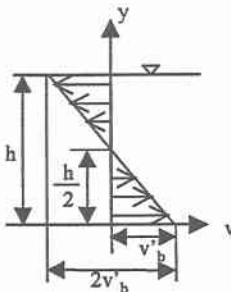
$$\frac{\partial A}{\partial \phi} + \frac{\partial B}{\partial \phi} + \frac{\partial C}{\partial \phi} = D_\phi + D_\phi \quad (1)$$

$$A = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} h \\ u_x \\ u_y \\ z \end{pmatrix} \quad D_\phi = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{Hx}^\phi - S_{fx}^\phi) \\ gh(S_{Hy}^\phi - S_{fy}^\phi) \\ 0 \end{pmatrix} \quad D_\phi = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{Hx}^\phi - S_{fx}^\phi) \\ gh(S_{Hy}^\phi - S_{fy}^\phi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} u^\phi h \\ u_x u^\phi h - (\phi_x T_{xx} + \phi_y T_{yx}) \\ u_y u^\phi h - (\phi_x T_{xy} + \phi_y T_{yy}) \\ q_{B\phi} / (1 - \lambda) \end{pmatrix} \quad C = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} u^\phi h \\ u_x u^\phi h - (\phi_x T_{xx} + \phi_y T_{yx}) \\ u_y u^\phi h - (\phi_x T_{xy} + \phi_y T_{yy}) \\ q_{B\phi} / (1 - \lambda) \end{pmatrix}$$

上のベクトル式で、第1成分は連続式、第2成分および第3成分がそれぞれ ϕ および ϕ 方向の運動方程式、そして第4成分が、流砂の連続式を表している。流砂量式には、主流方向流砂量式に芦田・道上の式²⁾を、これと直交する方向の流砂量式に長谷川の式³⁾を用い、これから得られた流砂量を ϕ および ϕ 方向へ変換して $q_{b\phi}$ および $q_{b\phi}$ を算定した。MacCormack 法のアルゴリズムの基本については文献1)を参照されたい。

3. 2次流の評価法： 流速の鉛直分布を考慮しない2次元の St.Venant 方程式において、鉛直方向に変化する2次流を直接求めることはできない。そこで、平均流速から底面付近の流速および2次流を求めることとした。2次流による河床での流速 u'_b は



$$u'_b = -N_* \frac{h}{r} u_b f_0 \quad (2)$$

ここで、 r は曲率半径、 N_* は定数⁴⁾ ($N_* = 7.0$)、 f_0 は側壁の影響を考慮するための関数⁵⁾、 u_b は河床近傍での主流方向の流速である。 u_b は対数則を用いて相当砂粒粗度の高さでの流速と仮定すると、底面乱流の場合、

$$u_b = 8.5 u_* \quad (3)$$

と表され、 u_* は摩擦速度である。ここで2次流による影響を考えてみると

図-1 2次流の流速分布図 2つの効果が考えられる。まず1つ目に、2次流の河床せん断力による摩擦抵抗である。2次流の底面付近の流速 u'_b とすると2次流による河床せん断力 τ_b は

$$\tau'_b = \rho \left(\frac{u'_b}{8.5} \right)^2 \quad (4)$$

であり、 ρ は水の密度である。これを x および y 方向成分に分割しそれらを(1)式の第2, 第3成分にそれぞれ付加することで2次流による河床せん断力を考慮できる。そして2つ目の効果として、2次流による主流方向運動量の輸送が考えられる。これは2次流の鉛直分布を図-1のような直線分布と近似すると、

$$\frac{1}{h} \int_0^h u v dy = \frac{1}{h} \int_0^h V \left(1 + \frac{1}{\phi_0 \kappa} \left(1 + \ln \frac{y}{h} \right) \cdot v_v \left(1 - \frac{2y}{h} \right) \right) dy \quad (5)$$

と表され、この積分を実行すると(6)式のように表される。

$$\frac{1}{h} \int_0^h u v dy = -\frac{V u'_b}{2 \phi_0 \kappa} \quad (6)$$

ここで V は平均流速、 ϕ_0 は流速係数 ($\phi_0 = V/u_*$)、 κ はカルマン定数 ($\kappa = 0.4$) である。(6)式のように表された主流方向運動量の2次流による輸送の式を、 x および y 方向成分にそれぞれ分割しそれらを(1)式の第2, 第3成分に付加する。

4. 試行計算例 ここでは(4)式および(6)式によって解に与える影響について検討を加える。試行計算のモデル水路として幅 50cm 中心半径 150cm の180°湾曲河道を用いた。初期河床における水路中心線上の縦断勾配は 1/200 とし、河床材料の粒径は 1.74mm とした。ここで、(4)式のみで2次流を評価した場合を case 1 とし、(4)式と(6)式によって2次流を評価した場合を case 2 とする。このモデル水路に $0.06 \text{ m}^3/\text{s}$ の定常流量を 70 分通水した後の case 1 および case 2 の河床変動量コンター図をそれぞれ図-2 および図-3 に示す。これから、2次流の摩擦抵抗のみの考慮だと、それほど外岸側の洗掘が発生せず河道中心線付近で洗掘が生じている。しかしながら、運動量まで考慮した case 2 においては、外岸側に洗掘が発生するようになっている。また、村本ら⁶⁾の行った実験と比較する。村本らの行った実験結果を図-4 に示し破線が河床変動をはじめて 30 分後の河床位である。また、河床変動をはじめて 30 分後の case 1 と case 2 の計算結果をそれぞれ図-5 および図-6 に示す。これより洗掘位置については case 2 においてほぼ妥当な計算結果を得られている。しかしながら、洗掘深を過小評価しており、この点については十分表されているとは言い難い。

参考文献 1)岡部ら：水工学論文集，第39巻，pp403-408，1995. 2)芦田ら：土木学会論文集，第206号，pp.59-69，1972. 3)長谷川：北海道大学博士論文，184p，1984. 4)Engelund, f.; Jour. of Hydr. Div., ASCE, Vol.100, No.HY11, pp.1631-1648, 1974. 5)吉川ら；土木学会論文集，第251号，pp.65-76，1976. 6)村本ら：京大防災研究所年報第11号B，pp.291-310，1968.

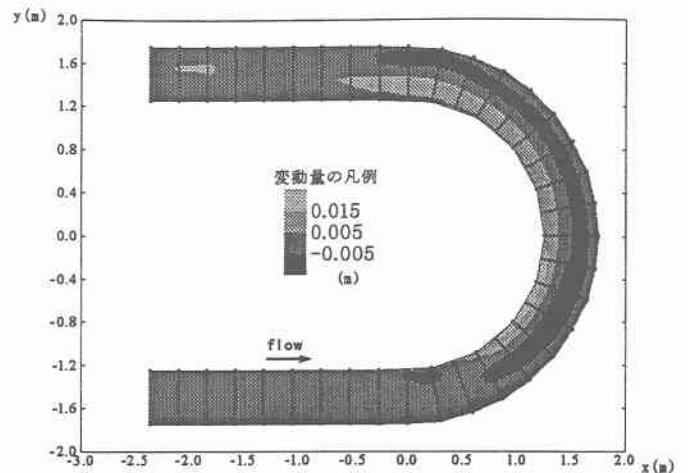


図-2 case 1 における河床変動量コンター図

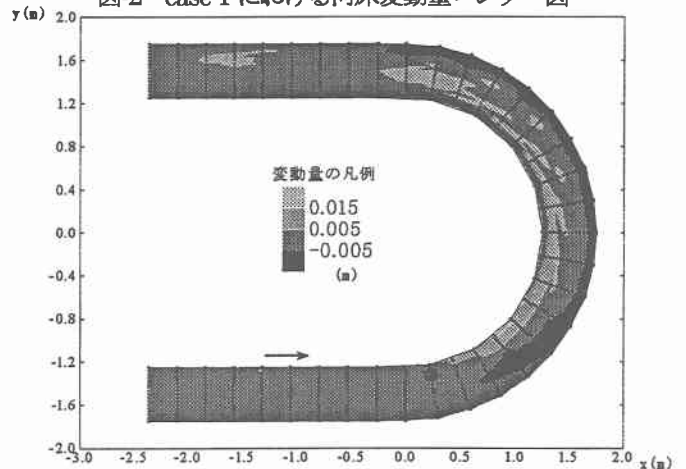


図-3 case 2 における河床変動量コンター図

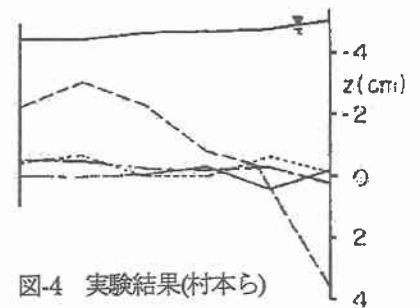


図-4 実験結果(村本ら)

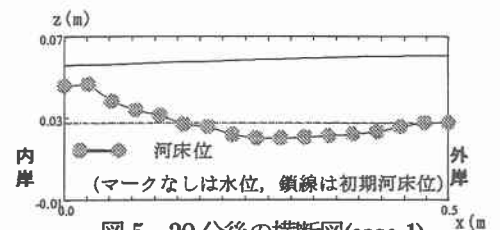


図-5 30分後の横断面図(case 1)

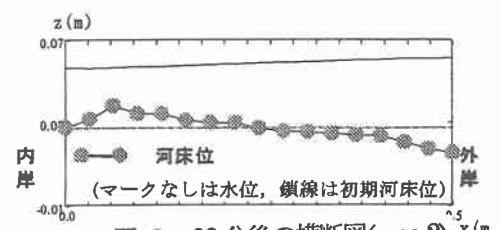


図-6 30分後の横断面図(case 2)