

愛媛大学工学部 フェロー 大久保 禎二
 (株)一条工務店 正会員 川下 誠二
 愛媛大学大学院 学会員○松友 啓志

1. まえがき

本研究は、トラス構造物の座標を微量変化させることによる全コンプリメンタリーエネルギーの増減を調べることにより、トラス構造物の形状最適化を行うことのできる全コンプリメンタリーエネルギー規準を導入するとともに、このエネルギー規準と、これまでに著者らにより確立しているエネルギー原理に基づくトラス構造物の各部材断面積の最適設計法(CGPM)を併用することにより、トラス構造物の各部材の最適断面積のみならず、各節点の最適座標をも容易に決定できる最適設計法を提案し、その汎用性および信頼性について基礎的な研究を行ったものである。

2. トラス構造物の形状最適化に関する全コンプリメンタリーエネルギー規準の導入

いま、トラス構造物がある形状において応力度およびたわみの制約条件のもとで最適な部材断面配置（分布）をなしている場合には、各部材のコンプリメンタリーエネルギー密度 β_j^0 は同一となり $\beta_1^0 = \beta_2^0 = \dots = \beta_n^0 = \beta^0$ となっている。この状態におけるトラス構造物の全コンプリメンタリーエネルギー Π_c^0 は $\Pi_c^0 = \sum_{j=1}^n \beta_j^0 V_j^0$ として求められる。ここに、 β_j^0 および V_j^0 は、それぞれ節点座標を変化させる前の部材 j のコンプリメンタリーエネルギー密度および容積である。また n はトラス構造物の全部材数である。

いま、任意の節点 k の座標を微量だけ変化させることにより、節点 k に結合している部材 j の容積が ΔV_j だけ変化し、かつ部材 j のコンプリメンタリーエネルギー密度 β_j^0 も $\Delta \beta_j$ だけ変化するものとする、節点 k の座標を微量だけ変化させたことによるトラス構造物の全コンプリメンタリーエネルギーの変化量 $\Delta \Pi_c$ は次式で表される。

$$\Delta \Pi_c = \sum_{j \in S_k} \beta_j^0 \Delta V_j + \sum_{k=1}^n \Delta \beta_k V_k^0 \quad (1)$$

ここに S_k は節点 k に接続している部材番号の集合である。

上記の $\Delta \Pi_c$ が負となる場合には次の関係式が得られる。

$$-(\beta^0 / \bar{\beta}^0) \sum_{j \in S_k} \Delta V_j > \sum_{k=1}^n \Delta \bar{V}_k \quad (2)$$

ここに、 $\bar{\beta}^0$ は座標を変化させた場合の最適なコンプリメンタリー密度である。上式より、最適化したトラス構造物の容積の変化 $\sum_{k=1}^n \Delta \bar{V}_k$ は、節点の座標を人為的に微量変化させたことにより生ずるトラス構造物の容積の変化量 $\sum_{j \in S_k} \Delta V_j$ に $-(\beta^0 / \bar{\beta}^0)$ を乗じた値より小さな値をとることとなる。上式において $\sum_{j \in S_k} \Delta V_j$ が正となる場合には、 $-\sum_{j \in S_k} \Delta V_j$ は負となり、 $\Delta \Pi_c$ が負である場合には最適化されたトラス構造物の容積の総変化量 $\sum_{k=1}^n \Delta \bar{V}_k$ は確実に減少する。したがって、この場合には節点座標を移動させた方向に座標を改良することにより、確実にトラスの全容積を減少させる事が出来ることとなる。反対に、節点座標の微小移動により $\Delta \Pi_c$ が正となり、かつトラスの容積の変化量 $\sum_{j \in S_k} \Delta V_j$ が負となる場合には、節点座標を移動させた方向と反対の方向に座標を変化させることにより、確実にトラスの全容積を減少させる事ができる。

3. トラス構造物の形状および部材断面積の最適化アルゴリズム

2. で導入したトラス構造物の形状最適化に関する全コンプリメンタリーエネルギー規準、およびこれま

でに確立しているエネルギー原理に基づくトラス構造物の各部材断面積の最適設計法（CGPM）をハイブリッドに用いることにより、トラス構造物の各部材の断面積のみならず、各節点のX座標およびY座標をも同時に最適化する最適化アルゴリズムを設定することができる。

4. 最適設計例および考察

2、3. で述べた最適設計アルゴリズムにより、図-1に示す非線形の応力-ひずみ関係を有する材料よりなる図-2に示す16部材単径間トラスの最適設計を行った。このトラスにおいて、節点①②④のX、Y座標、節点③のY座標および各部材の断面積を設計変数として考慮し、最大節点変位制約 $\delta_{max} \leq 30.0cm$ および最大部材応力度制約 $\sigma_{max} \leq 2500kgf/cm^2$ の制約条件の下で、初期のトラス高さを1m、5m、10mとして最適形状および最適部材断面積を求めた結果をそれぞれ表-1のA、B、Cおよび図-3の(A)、(B)、(C)に示す。これらの図および表より明らかのように、いずれの初期値からとも同一の最適解が得られており、本論文で提案した最適設計法によりトラス構造物の最適形状および最適断面配置を単純なアルゴリズムにより決定できることが明らかとなった。

表-1 種々の初期形状に対する最適解の比較

解法			エネルギー法(エネルギー基準+CGPMS)					
初期形状			A (1m)		B (5m)		C (10m)	
材料			(b) (非線形)					
設計条件			許容応力度 $\sigma a=2500(kgf/cm^2)$ 、許容変位 $\lambda a=30.0(cm)$					
設計変数			部材断面積 $A_i(j=1, \cdots, 16)$ 、上弦材の節点の X、Y 座標					
部材番号			断面積 (cm^2)	応力度 (kgf/cm^2)	断面積 (cm^2)	応力度 (kgf/cm^2)	断面積 (cm^2)	応力度 (kgf/cm^2)
1			18.3	2500	18.1	2500	18.0	2499
2			19.2	2500	18.9	2500	18.8	2500
3			12.2	2500	13.5	2500	14.3	2500
5			43.0	2497	42.8	2497	42.7	2500
9			37.9	2496	38.1	2496	38.2	2499
10			40.5	2500	39.9	2500	40.3	2500
11			60.3	2496	59.8	2500	59.2	2498
13			80.2	2500	80.5	2496	80.5	2500
15			45.3	2500	45.2	2500	45.2	2500
16			52.2	2496	51.8	2500	52.1	2497
W (kgf)			2293.6		2298.9		2297.7	
$\lambda \max(cm)$			14.5		14.5		14.5	
節点座標	X ₁	Y ₁	1.8	284.3	2.2	284.7	2.3	284.3
	X ₂	Y ₂	350.9	742.4	346.2	743.8	343.9	742.9
	X ₃	Y ₃	1000.0	906.8	1000.0	908.5	1000.0	907.5
	X ₄	Y ₄	1403.8	645.4	1390.6	659.6	1384.7	658.8
CPU TIME			39.3(sec) ¹⁾		19.7(sec) ¹⁾		26.1(sec) ¹⁾	

1) DEC3000/300 による計算時間

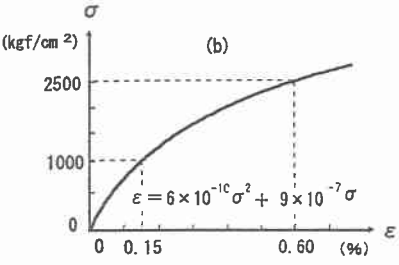


図-1 応力-ひずみ関係

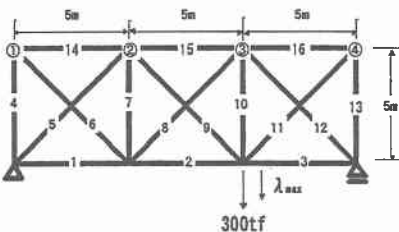


図-2 16部材単径間トラス

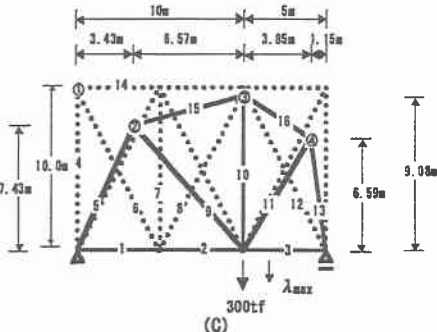
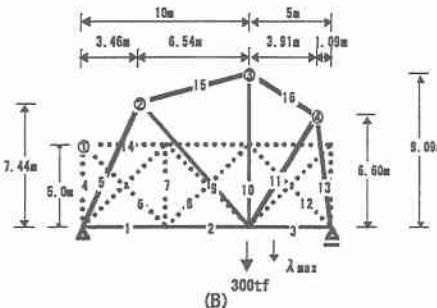
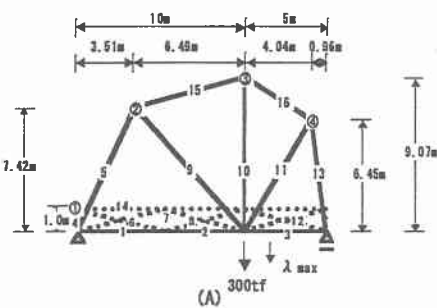


図-3 種々の初期形状からの最適部材配置

..... 初期形状
—— 最適形状

【参考文献】 大久保禎二・和多田康男・大森久義：エネルギー原理に基づく材料非線形トラス構造物の挙動の感度係数を用いない最適設計法に関する研究，土木学会論文集 第507号/I-7, pp.103～113, 1995.1.