

愛媛大学工学部 正 谷 脇 一 弘 愛媛大学大学院 学 ○竹村 慎一郎
愛媛大学工学部 フェロー 大久保 禎二

1. まえがき

著者らはこれまでに、長方形断面を有する非線形剛節骨組構造物のエネルギー原理に基づく解析法および最適設計法に関する研究を行い、その成果を発表してきている。本研究では、これまでの研究をさらに発展させ、箱形断面を有する非線形剛節骨組構造物の上・下フランジの板厚の最適解を決定できる最適設計法について研究を行ったものである。設計例として、10部材剛節骨組構造物の最適設計例を示し、本研究で提案した方法、および差分法により得られた感度係数を用い双対法により最適化を行う方法により得られた最適解を比較することにより、本研究で述べた方法の有効性、能率性、信頼性を明らかにするものである。

2. 原最適設計問題の定式化

本研究では、各部材の断面形状として図-1に示す箱形断面を考慮し、断面の高さ H 、断面の幅 B 、および腹板の板厚 t_w は既に与えられているものとする。設計変数として、箱形断面の上・下フランジの板厚 t_u, t_l を考慮し、これらをまとめて $t_i = [t_{ui}, t_{li}]^T$ ($i = 1, \dots, n$) と表すものとする。制約条件として、各部材の応力度 $\sigma = [\sigma_1, \dots, \sigma_n]^T$ および各可動節点変位 $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_n]^T$ を考慮し、目的関数として、剛節骨組構造物の全重量あるいは全製作費 $W(t)$ を最小化するものとする、原最適設計問題は、次のように表すことができる。

$$\text{Find } t = [t_1, \dots, t_n]^T, \quad \text{which minimize } W(t) = \sum_{i=1}^n \rho_i A_i(t_i) l_i \quad (1)$$

$$\text{subject to } g_{\sigma_k}(t_k, X_k) = |\sigma_{kmax}(t_k, X_k)| - |\sigma_{ka}| \leq 0 \quad (k = 1, \dots, n) \quad (2)$$

$$g_{\delta_l}(\lambda_l) = |\lambda_l| - |\lambda_{la}| \leq 0 \quad (l = 1, \dots, r) \quad (3) \quad t_i^l \leq t_i \leq t_i^u \quad (i = 1, \dots, n) \quad (4)$$

ここに、 n は部材数、 r は変位制限の着目点数、 $\rho_i, A_i(t_i), l_i$ はそれぞれ部材 i の単位体積当りの重量あるいは製作費、断面積、部材長である。また、 $g_{\sigma_k}, g_{\delta_l}$ はそれぞれ部材 k の応力度および可動節点変位成分 l の変位に関する制約条件、 $\sigma_{kmax}, \sigma_{ka}, X_k, \lambda_l, \lambda_{la}$ はそれぞれ部材 k の最大応力度、許容応力度、未知部材端力および可動節点変位成分 l の変位および許容変位である。 t_i^l および t_i^u はそれぞれ t_i の下限値および上限値を表す。

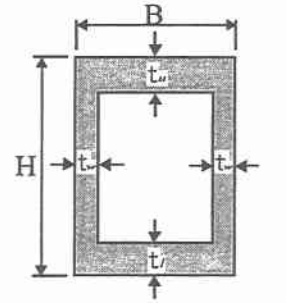


図-1 箱形断面

3. エネルギー原理に基づく剛節骨組構造物の非線形解析法および最適設計法

剛節骨組構造物の各部材の未知部材端力として、部材左端の軸力 x_{i1} 、部材両端の曲げモーメント x_{i2}, x_{i3} を考慮し、これらを $X_i = [x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}]^T$ ($i = 1, \dots, n$) と表すものとする。構造物全体の未知部材端力 $X = [X_1^T, \dots, X_n^T]^T$ を決定する解析問題は、各可動節点における力の釣合条件 $g_j(X)$ ($j = 1, \dots, m$) のもとで、構造物の全コンプリメンタリーエネルギー $\Pi_C(X)$ を最小化する問題として次式のように定式化することができる。

$$\text{Find } X = [X_1^T, X_2^T, \dots, X_n^T]^T, \quad \text{which minimize } \Pi_C(X) = \sum_{i=1}^n \int_0^l \beta_i(X_i(y), P(y), t_i) dy \quad (5)$$

$$\text{subject to } g_j(X) = P_j - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^3 C_{jik} x_{ik} = 0 \quad (j = 1, \dots, m) \quad (6)$$

上式の P_j は各可動節点変位成分 j に作用する外力、 C_{jik} は部材端力 x_{ik} の各可動節点変位成分 j に対する方向余弦、 β_i は部材 i におけるコンプリメンタリーエネルギー密度、 m は可動節点変位成分の数を示す。

上式の目的関数 $\Pi_C(X)$ を ΔX の二次形式で近似するとともに、制約条件を ΔX の線形関数として表現することにより導入した近似二次計画問題を勾配射影法を用いて解くことを繰り返すことにより、最終的な部材力 X を決定することができる。

次に、 ΔX に関する近似二次計画問題のラグランジュ関数を導入し、このラグランジュ関数の停留条件より、解析上満足すべき必要条件 $\bar{g}_{ik}$ および $\bar{g}_j$ を導入し、挙動の制約条件のみならず $\bar{g}_{ik}$ および $\bar{g}_j$ をも原最適設計問題の制約条件として考慮し、さらに t, X, λ を独立変数として取り扱うことにより、剛節骨組構造物の全重量または全製作費 $W(t)$ を最小化する最適設計問題を次のように再定式化することができる。

$$\text{Find } \mathbf{t}, \mathbf{X}, \boldsymbol{\lambda}, \quad \text{which minimize} \quad \mathbf{W}(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n \rho_i A_i(t_i) l_i \quad (7)$$

$$\text{subject to} \quad \bar{g}_{ik}(\mathbf{t}, \mathbf{X}, \boldsymbol{\lambda}) = \frac{\partial \Pi(\mathbf{X}_0)}{\partial \Delta x_{ik}} + \frac{\partial \left(\frac{\partial \Pi_C}{\partial x_{ik}} \right)}{\partial t_i} \Delta t_i + \left[\frac{\partial \Delta \mathbf{X}}{\partial x_{ik}} \right]^T \mathbf{H}_C(\mathbf{X}_0) \Delta \mathbf{X} + \sum_{j=1}^m \lambda_j C_{jik} = 0 \quad (j=1, \dots, n) \quad (k=1, 2, 3) \quad (8)$$

$$\bar{g}_j(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^3 C_{jik} \Delta x_{ik} - g_j(\mathbf{X}_0) = 0 \quad (j=1, \dots, m) \quad (9) \quad g_{\sigma_k}(t_k, \mathbf{X}_k) = |\sigma_{kmax}(t_k, \mathbf{X}_k)| - |\sigma_{ka}| \leq 0 \quad (k=1, \dots, n) \quad (10)$$

$$g_{\delta_l}(\lambda_l) = |\lambda_l| - |\lambda_{la}| \leq 0 \quad (l=1, \dots, r) \quad (11) \quad t_i^l \leq t_i \leq t_i^u \quad (i=1, \dots, n) \quad (12)$$

ここに、 $\mathbf{H}_C$ は正定値係数行列であり、BFGS公式により改良する。また、式(8)の右辺の第2項の感度係数の計算は、 i 部材のみに着目し、 t_i を Δt_i 変化させた場合のコンプリメンタリーエネルギーの部材端力に関する感度係数 $\partial \Pi_C / \partial \Delta x_{ik}$ を求め、この値を用いて差分法により計算している。

上記の再定式化された最適設計問題を $\Delta t, \Delta \mathbf{X}, \Delta \boldsymbol{\lambda}$ に関して線形近似し、勾配射影法を用いて改良幅 $\Delta t, \Delta \mathbf{X}, \Delta \boldsymbol{\lambda}$ を決定する。 $\mathbf{t}, \mathbf{X}, \boldsymbol{\lambda}$ は $\mathbf{t} = \mathbf{t}_0 + \Delta \mathbf{t}, \mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \Delta \mathbf{X}, \boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda}_0 + \Delta \boldsymbol{\lambda}$ として改良される。上記の最適設計問題の再定式化、線形近似問題の導入、勾配射影法による解の改良を $\mathbf{W}(\mathbf{t}), \mathbf{t}, \mathbf{X}, \boldsymbol{\lambda}$ が一定値に収束するまで繰り返すことにより、最終的な $\mathbf{t}^*, \mathbf{X}^*, \boldsymbol{\lambda}^*$ を決定することができる。

4. 最適設計例および考察

設計例として、図-2に示す10部材剛節骨組構造物の最適設計例について述べる。図-3に示す箱形断面の上・下フランジの板厚は同一であるものと仮定し、その板厚 t を設計変数として考慮している。使用した材料特性として図-4に示す応力度-ひずみ関係を有する非線形材料を考慮し、単位体積当りの重量 $\rho = 7.85 \text{ gf/cm}^3$ 、最大許容節点変位 $\lambda_a = 20.0 \text{ cm}$ 、許容応力度 $\sigma_a = 2500 \text{ kgf/cm}^2$ 、各部材の板厚の下限値 $t' = 0.1 \text{ cm}$ としている。

本研究で述べた方法による解(GPM)と挙動の感度係数を用い双対法により求めた解(Dual-S)との比較を行った結果を表-1に示す。表より明かなごとく、最適解において、2,3,4部材の応力度の制約条件のみがactiveとなっている。GPMとDual-Sの最適解における板厚の分布は異なっているが、目的関数(重量)は0.48%の差で一致している。計算時間に着目すると、GPMはDual-Sの場合の44%の計算時間で効率的に最適解が得られている。以上の考察より、本研究で提案した方法は、箱形断面を有する非線形剛節骨組構造物の断面寸法の最適解を極めて効率的に決定できることが明らかとなった。

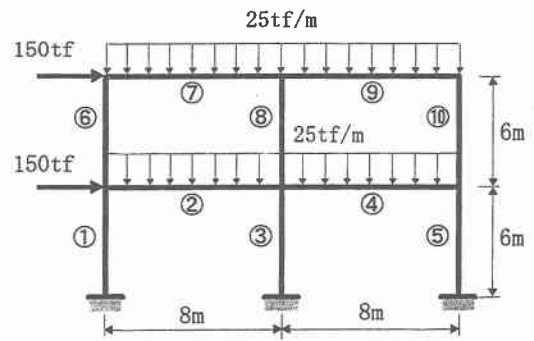


図-2 10部材剛節骨組構造物

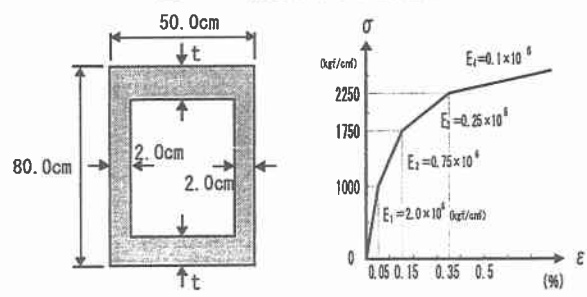


図-3 箱形断面の断面形状 図-4 応力度-ひずみ関係

表-1 提案した方法(GPM)および双対法(Dual-S)による10部材剛節骨組構造物の最適解の比較

Proposed Method 1)			Dual-S 2)		
Design Variables	$\mathbf{t}, \mathbf{X}, \boldsymbol{\lambda}$		Design Variables	$\mathbf{t}$	
No. of men. element	t_{opt} (cm)	σ_{max} (kgf/cm ²)	No. of men. element	t_{opt} (cm)	σ_{max} (kgf/cm ²)
1	1.33	-2327.2	1	2.96	-2288.5
3	5.41	-2491.4	3	5.46	-2464.8
5	3.20	-2420.3	5	2.76	-2380.1
7	0.10	-2350.7	7	0.34	-2331.9
9	1.30	-1887.9	9	0.10	-2073.0
W (kgf)	41.82		W (kgf)	41.62	
λ_{max} (cm)	11.53		λ_{max} (cm)	11.48	
Active constraints	$\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$		Active constraints	$\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$	
Iteration	27		Iteration	8	
CPU time (ratio) ³⁾	281.7 (0.44)		CPU time (ratio) ³⁾	644.4 (1.0)	

1) by gradient projection algorithm with complementary energy sensitivity
3) ratio of computation time of GPM to Dual-S

2) by dual algorithm with behavior sensitivity