Ⅱ－5　平面２次元河床変動計算法について

徳島大学工学部　正　員　　岡部健士
徳島大学大学院　学生員　○藤井和志

１．はじめに：　河道の幾何条件の複雑化に伴って生じる常・射流混在流れに対し有効とされる MacCormack 法は，河床変動計算の１手法としても注目されている．本法には，常・射流に応じて前進・後退差分の使い分けをしなくともよいという利点がある．本文では，MacCormack 法を用いた河床変動計算モデルの構築の一過程として，上下流端における流れの取り扱い方法について若干の検討を加えた結果を紹介する．

２．基礎式とその離散化：　一般曲線座標（ψ，ϕ）に関する２次元の St.Venant 方程式と河床変位の支配方程式を慣用の記号を用いベクトル形式で示すと次の通りである．[1)]

$$\partial A/\partial t + \partial B/\partial\varphi + \partial C/\partial\phi = D_\varphi + D_\phi \qquad (1)$$

$$A = \frac{1}{J}\begin{pmatrix} h \\ u_x \\ u_y \\ z \end{pmatrix} \qquad D_\varphi = \frac{1}{J}\begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{Hx}^{\varphi} - S_{fx}^{\varphi}) \\ gh(S_{Hy}^{\varphi} - S_{fy}^{\varphi}) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad D_\phi = \frac{1}{J}\begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{Hx}^{\phi} - S_{fx}^{\phi}) \\ gh(S_{Hy}^{\phi} - S_{fy}^{\phi}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \frac{1}{J}\begin{pmatrix} u^\varphi h \\ u_x u^\varphi h - (\varphi_x T_{xx} + \varphi_y T_{yx}) \\ u_y u_\varphi h - (\varphi_x T_{xy} + \varphi_y T_{yy}) \\ q_{B\varphi}/1-\lambda \end{pmatrix} \qquad C = \frac{1}{J}\begin{pmatrix} u^\phi h \\ u_x u^\phi h - (\phi_x T_{xx} + \phi_y T_{yx}) \\ u_y u^\phi h - (\phi_x T_{xy} + \phi_y T_{yy}) \\ q_{B\phi}/1-\lambda \end{pmatrix}$$

上のベクトル式で，第１成分が流れの連続式，第２成分および第３成分が，それぞれψおよびϕ方向の運動方程式，そして第４成分が流砂の連続式を表現している．なお，第４成分中のψおよびϕ方向への流砂量 $q_{B\psi}$ および $q_{B\phi}$の計算には，福岡ら[2)]の河床縦横断勾配の影響を考慮した流砂量式を用いることとした．また，MacCormack 法のアルゴリズムの基本については，文献１）を参照されたい．

３．上・下流端の流れの計算法：　通常上流端においては，流入流量が境界条件として与えられる．いま，上流端とその直下流の断面の水理量をそれぞれ添え字の１および２で表現することにすれば，上流端の流積 A_1 の算定には次のようなボックス・スキームを適用できる．さらに，上流端断面を水位の横断方向変化が無視できるように設定しておくと上流端断面内の各節点での水深も容易に求められる．

$$A_1^{t+\Delta t} - A_1^{t} = -(A_2^{t+\Delta t} + A_2^{t}) - \frac{\Delta t}{\Delta x}(Q_2^{t+\Delta t} - Q_1^{t+\Delta t} + Q_2^{t} - Q_1^{t}) \qquad (2)$$

このように水深が求められた後の流速を計算する方法としては，２種類のものが考えられる．まず第１の方法としては，断面内でのエネルギー勾配 i_e が一定という仮定を用いてエネルギー勾配の断面平均値 i_e を求め，これと先に求めた水深を適当な抵抗則に代入して，各点での流速を求めるようなものである．しかし，この方法では，側壁の摩擦抵抗や，横断方向の速度勾配に起因する乱流せん断力が考慮されない．第２の方法としては，上流端の各節点を中心としたコントロールボリュームに，壁面の摩擦抵抗や横断方向に隣接する流体間の乱流せん断力を考慮する（３）式のような力の釣り合い方程式を適用して得られる連立非線形方程式の解を求めるものである．第２の方法は，第１の方法に較べ計算をするのに時間がかかる難点も持っているが，流れの運動がより厳密に取り扱われているし(１)式との整合性でも優れている．

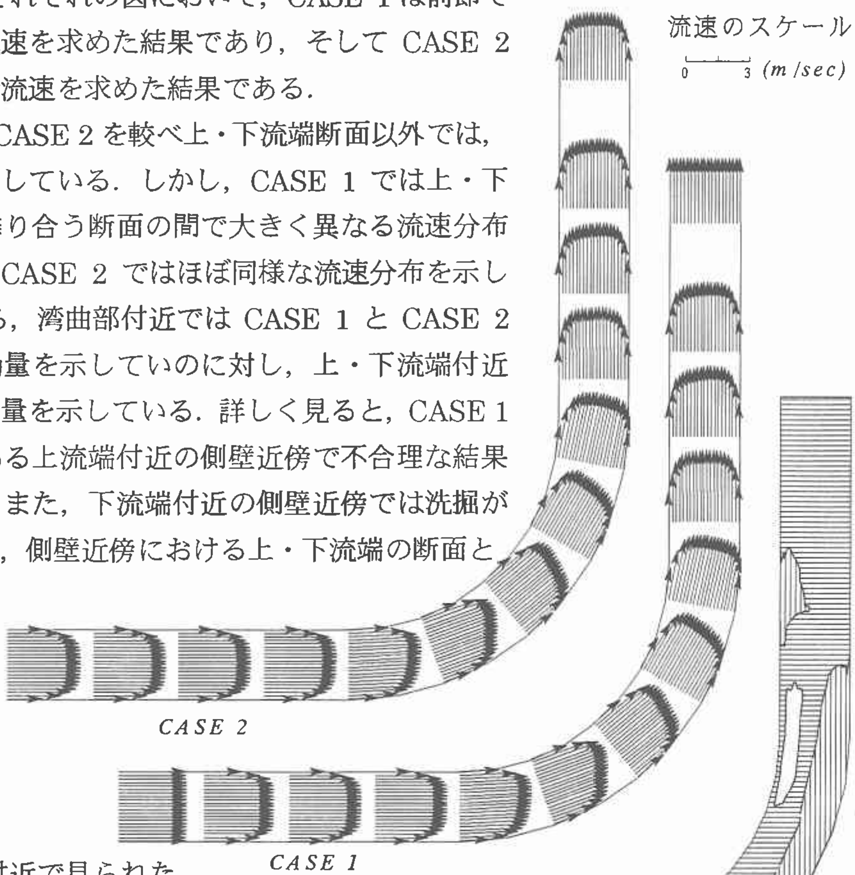
$$\rho g h_j i_e - \frac{\rho g n_j^2 u_j^2}{R_j^{1/3}} - \rho \varepsilon_{j-1} \frac{h_{j-1}+h_j}{2}\left(\frac{u_j - u_{j-1}}{\left|y_{j-1}-y_j\right|}\right) + \rho \varepsilon_j \frac{h_{j+1}+h_j}{2}\left(\frac{u_{j+1}-u_j}{\left|y_{j+1}-y_j\right|}\right) = 0 \qquad (3)$$

ここに，j は左岸から右岸に向かう順に付けた節点番号で，y_j，u_j，h_j，R_j および n_j は，それぞれ，節点 j の左岸からの距離，流速，水深，壁面（側壁及び河床）の摩擦抵抗に関する径深，マニングの粗度係数である．また，ε_j は，(j − 1)と j の節点を中心とするコントロールボリュームの界面における渦動粘性係数であり，例えば，$\varepsilon = u_* h/15$（u_*は摩擦速度）の様に定式化する．さらに，ρ は水の密度，g は重力加速度である．

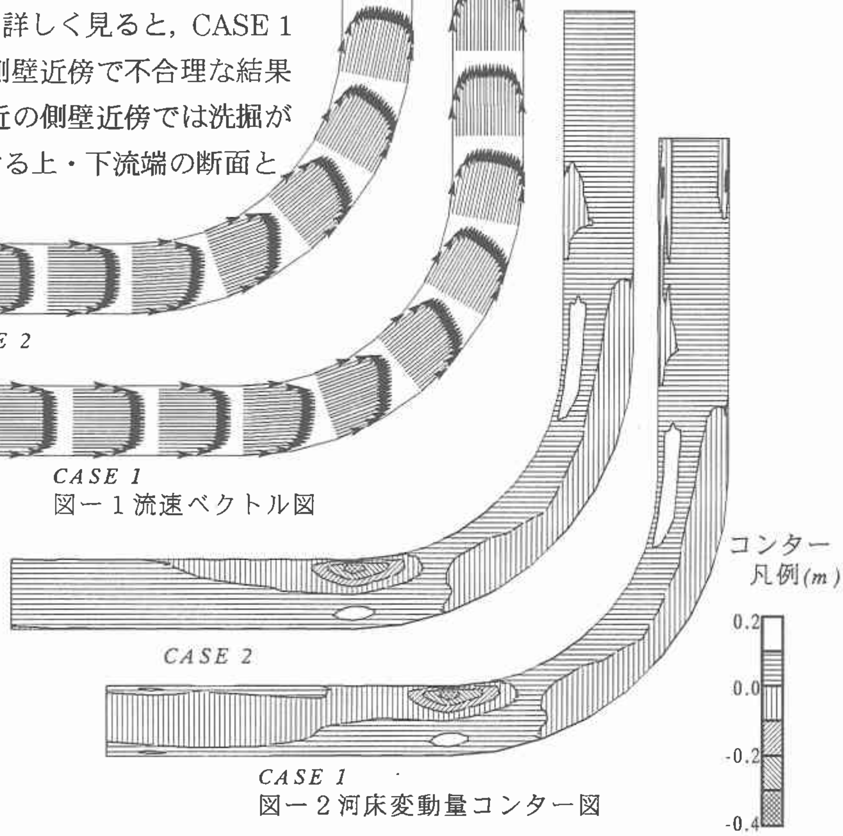
一方，下流端の断面に対しては，水位の条件が与えられる．このとき(2)式と類似したボックス・スキームにより下流端での流量がまず求まり，その後は，上流端と同様な方法で i_e と u_j を求めることができる．

4．試行計算例： 試行計算のモデル水路として，幅が 100m，水路中心の曲率半径が 350m の 90° 湾曲河道を取りあげた．河床は粒径が 4 mm の一様砂で形成されているものとした．そして，初期河床の水路中心線上では縦断勾配を 1／500，横断勾配をゼロと設定し，これに 1000 m³/s の定常流量を，下流端断面の水深が等流水深（h_0=3.2m）に保ちながら通水する場合の河床変動計算を実施した．そして上・下流端の流速の計算法として，前節で述べた２種の方法を使い分ける場合に，どのような計算結果の違いが現れるか示したのが，図-1および図-2である．それぞれの図において，CASE 1 は前節での第１の方法によって流速を求めた結果であり，そして CASE 2 は前節での第２の方法で流速を求めた結果である．

図-1から CASE 1 と CASE 2 を較べ上・下流端断面以外では，ほぼ同様な流速分布を示している．しかし，CASE 1 では上・下流端の断面とそれぞれ隣り合う断面の間で大きく異なる流速分布を示しているのに対し，CASE 2 ではほぼ同様な流速分布を示している．また，図-2から，湾曲部付近では CASE 1 と CASE 2 は，ほぼ同様の河床変動量を示していのに対し，上・下流端付近ではやや異なる河床変動量を示している．詳しく見ると，CASE 1 において，ほぼ等流である上流端付近の側壁近傍で不合理な結果と思われる堆積が生じ，また，下流端付近の側壁近傍では洗掘が生じているいる．これは，側壁近傍における上・下流端の断面とそれと隣り合う断面の流速の違いから生じる流砂量の相違によるものである．しかし，図-2の CASE 2 から，CASE 1 の上・下流端付近で見られた不合理と思われる堆積や洗掘が解消されていることがわかる．第２の方法を用いることによって妥当であると考えられる河床変動量の結果を得られた．



図ー１流速ベクトル図



図ー２河床変動量コンター図

参考文献 1)岡部ら，水工学論文集，第 39 巻，pp403-408，1995. 2)福岡ら，土木学会論文集，第 351 号／Ⅱ―2，pp87―96，1984