

愛媛大学工学部 正 員 ○大賀 水田生  
不 動 建 設 正 員 山田 勝 己  
愛媛大学大学院 学生員 中村 大 輔

## 1. はじめに

本研究では、サンドイッチ断面を有する円筒シェル構造（円筒サンドイッチシェル）が横荷重を受ける場合の線形座屈強度を求める解析式を開発し、既往の解と比較することにより開発した解析式の妥当性を検討するとともに、円筒サンドイッチシェルの半径、シェル厚、部材長、曲げ及びせん断剛性などが座屈強度に及ぼす影響を検討する。

## 2. 横荷重を受ける円筒サンドイッチシェルの座屈強度解析式

1) 変位—ひずみ関係式 本研究で用いた円筒サンドイッチシェルに対する変位—ひずみ関係式を以下に示す。（図-1）

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= (\partial u / \partial x) + \zeta (\partial \beta / \partial x) = u_{,x} + \zeta \beta_{x,x} = \varepsilon_{x0} + \zeta \beta_{x,x} \\ \varepsilon_s &= \varepsilon_{s0} + \zeta \kappa_s = v_{,s} + (w/a) + \zeta \beta_{s,s} \\ \gamma_{xs} &= \gamma_{xs0} + \zeta \kappa_{xs} = v_{,x} + u_{,s} + \zeta \{ \beta_{s,x} + \beta_{x,s} \}, \quad \gamma_{x\zeta} = w_{,x} + \beta_x \\ \gamma_{s\zeta} &= w_{,s} - (v/a) + \beta_s\end{aligned}\quad (1)$$

ただし、 $_{,x} \equiv \partial / \partial x$ 、 $_{,s} \equiv \partial / \partial s$ 。

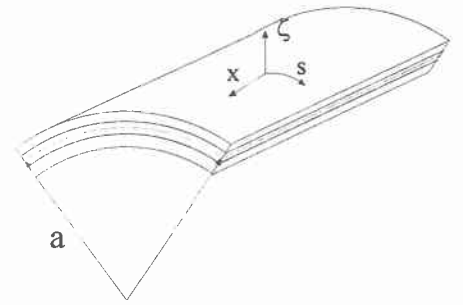


図-1 円筒サンドイッチシェル

2) 応力—ひずみ関係式 表面材及び心材に生じる応力  $\sigma_x$ ,  $\sigma_s$ ,  $\tau_{xs}$  及び  $\tau_{x\zeta}$ ,  $\tau_{s\zeta}$  と式(1)で与えられるひずみとの関係は次式で与えられる。

$$\sigma_x = D_f'(\varepsilon_x + \nu_f \varepsilon_s), \quad \sigma_s = D_f'(\varepsilon_s + \nu_f \varepsilon_x), \quad \tau_{xs} = G_f \gamma_{xs}, \quad \tau_{x\zeta} = G_c \gamma_{x\zeta}, \quad \tau_{s\zeta} = G_c \gamma_{s\zeta} \quad (2)$$

ここに、 $D_f' \equiv E_f / (1 - \nu_f^2)$ ,  $E_f$ : 表面材の弾性係数,  $\nu_f$ : 表面材のポアソン比,  $G_f$ : 表面材のせん断弾性係数,  $G_c$ : 心材のせん断弾性係数

3) 円筒サンドイッチシェルのひずみエネルギーと外力による仕事の変分 円筒サンドイッチシェルのひずみエネルギーと外力による仕事の変分はそれぞれ次のように表される。

$$\delta U = \iint [( \sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_s \delta \varepsilon_s + \tau_{xs} \delta \gamma_{xs} + \tau_{x\zeta} \delta \gamma_{x\zeta} + \tau_{s\zeta} \delta \gamma_{s\zeta} )] ds dx d\zeta, \quad \delta W = \iint (2 \sigma_s h_f w_{,s} \delta w_{,s}) ds dx \quad (3, 4)$$

4) 横荷重を受ける円筒サンドイッチシェルの釣合方程式 ひずみエネルギー及び外力による仕事の変分式(3), (4)を Total Potential Energy の停留条件に適用し、部分積分を行い、変分変位  $\delta u$ ,  $\delta v$ ,  $\delta w$ ,  $\delta \beta_x$ ,  $\delta \beta_s$  について整理すると次の6個の方程式が得られる。

$$\begin{aligned}\delta u : & -D_{M1} \{ u_{,xx} + \nu_f (v_{,xs} + \frac{1}{a} w_{,x}) \} - D_{M2} (v_{,xs} + u_{,ss}) = 0 \\ \delta v : & -D_{M1} (v_{,ss} + \frac{1}{a} w_{,s} + \nu_f u_{,xs}) - D_{M2} (v_{,xx} + u_{,ss}) - S_s (\frac{1}{a} w_{,s} - \frac{v}{a^2} + \frac{\beta_s}{a}) = 0 \\ \delta w : & D_{M1} (\frac{v_{,s}}{a} + \frac{w}{a^2} + \frac{\nu_f}{a} u_{,x}) - S_x (w_{,xx} + \beta_{x,x}) - S_s (w_{,ss} - \frac{1}{a} v_{,s} + \beta_{s,s}) + 2 \sigma_s h_f w_{,ss} = 0 \\ \delta \beta_x : & -D_{B1} (\beta_{x,xx} + \nu_f \beta_{s,xs}) - D_{B2} (\beta_{s,xs} + \beta_{x,ss}) + S_x (w_{,x} + \beta_x) = 0 \\ \delta \beta_s : & -D_{B1} (\beta_{s,ss} + \nu_f \beta_{x,xs}) - D_{B2} (\beta_{s,xx} + \beta_{x,ss}) + S_s (w_{,s} - \frac{v}{a} + \beta_s) = 0\end{aligned}\quad (5)$$

## 5) 横荷重を受ける円筒サンドイッチシェルの線形座屈強度

変位  $u, v, w$  及び回転変位  $\beta_x, \beta_s$  を以下のように仮定する。

$$\begin{aligned} u &= A_1 \cos \lambda s \cos \rho x, \quad v = A_2 \sin \lambda s \sin \rho x \\ w &= A_3 \cos \lambda s \sin \rho x, \quad \beta_x = A_4 \cos \lambda s \cos \rho x \\ \beta_s &= A_5 \sin \lambda s \sin \rho x \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 $\lambda = n/a$ ,  $\rho = m\pi/l$ ,  $m, n$ : 軸方向及び円周方向の半波数,  $A_i$ : 変位関数の振幅, 変位関数(6)を式(5)に代入して得られる固有値問題を解くことにより、座屈荷重  $q_c$  が求められる。

### 3. 他の解析法との比較・検討

図-2に本解法による座屈強度  $q_c$  の他の解析法による結果(Plantema)<sup>1)</sup>との比較を示している。両解法による解に若干の誤差が見られるが、いずれの  $a/t_c$  においても両解法による解の傾向はよく一致している。なお、両解法での誤差の原因として、Plantemaでの解析式において  $t_c/a$  の項が無視されていることが考えられる。

### 4. 心材のせん断剛性が線形座屈強度に及ぼす影響の検討

図-3に横荷重を受ける円筒サンドイッチシェルのせん断剛性  $G_c$  と線形座屈強度  $q_c$  の関係を示すとともに、比較のため通常断面を有する円筒シェル ( $G_c = \infty$ ) に対する結果も同時に示している。図-3より明らかなように、いずれの場合も、せん断剛性の増加とともに線形座屈強度は増大している。 $t_c = 1.2, 1.6\text{cm}$  での  $G_c = 1000\text{kgf/cm}^2$  での座屈強度は  $G_c = \infty$  に対してそれぞれ座屈強度の 47%および 52%の大きさとなっている。

### 5. 心材の厚さが線形座屈強度及び座屈モードに及ぼす影響の検討

図-4に心材厚  $t_c$  と線形座屈強度の関係を示している。なお図-4の縦軸には、本解析法による座屈強度  $q_c$  をシェル厚  $t = 2t_f$  を有する通常断面を有する円筒シェルの座屈強度  $q_0$  で除した値を取っている。図-4より明らかなように、心材厚  $t_c$  が小さい範囲では  $q_c/q_0 < 1$  となっているが、 $t_c$  の増加とともに座屈強度は増大している。

参考文献: 1) F.F.Plantema: Sandwich construction, John, Wiley & Sons, New York, 1966.

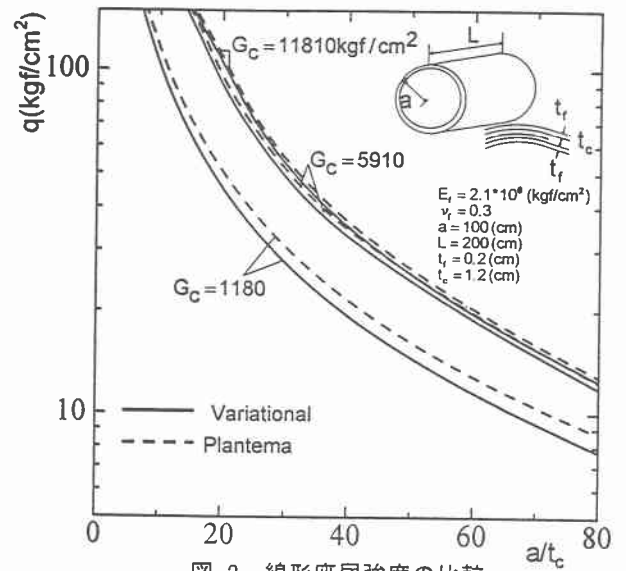


図-2 線形座屈強度の比較

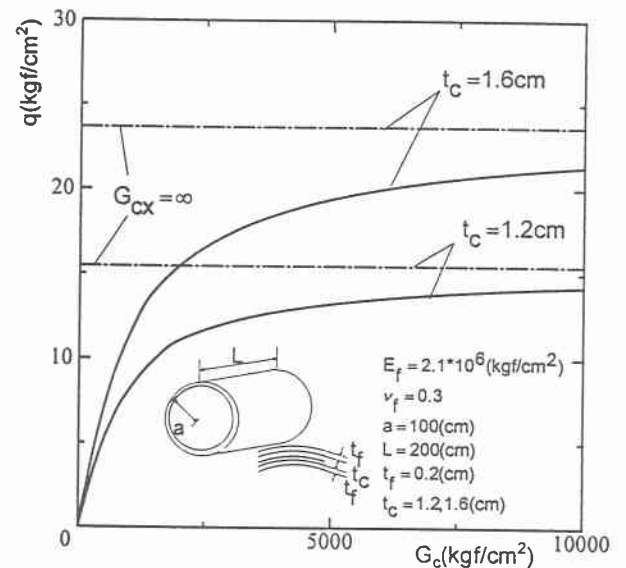


図-3 線形座屈強度に及ぼすせん断剛性の影響

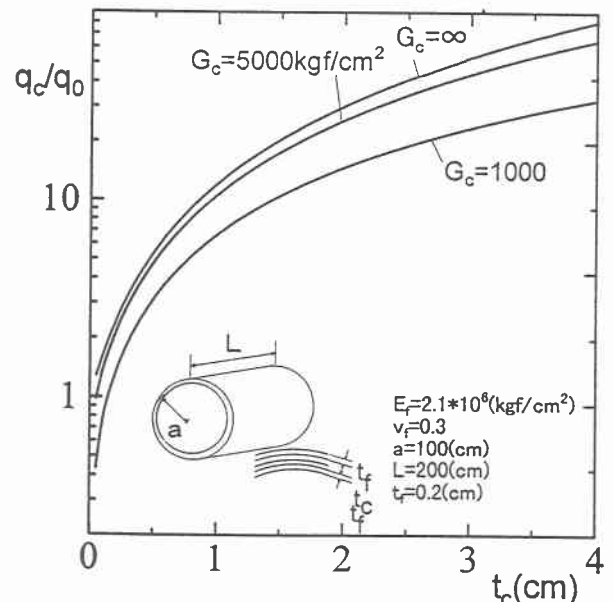


図-4 線形座屈強度に及ぼす心材厚さの影響