

四国旅客鉄道(株) 正 ○石丸 好士
五洋建設(株) 正 釣 哲之

愛媛大学工学部 正 谷脇 一弘
愛媛大学工学部 フェロー 大久保禎二

1. まえがき

本研究は、最小コンプリメンタリーエネルギーの原理に基づく剛節骨組構造物の非線形解析法に関する研究成果を基本にして、箱形断面を有する非線形挙動状態にある剛節骨組構造物の最適設計問題を、構造物の応力度や変位などの挙動に関する感度係数を用いることなく効率的に解く方法について基礎的な研究を行ったものである。設計例として、線形および非線形材料よりなる箱形断面を有する剛節骨組構造物の最適設計例を示し、本研究で提案する方法の有効性を明らかにしている。

2. 原最適設計問題の定式化

非線形剛節骨組構造物の原最適設計問題において、各部材の断面形状として図-1に示す高さ H 、幅 W 、上・下フランジの板厚 t_u, t_l 、ウェブの板厚 B 、ウェブの高さ h の箱形断面を仮定し、設計変数としてフランジ板厚 $t_i = [t_{ui}, t_{li}]^T$ ($i=1, \dots, n$) を考慮している。目的関数 $\mathbf{W}(\mathbf{t})$ として構造物の全重量あるいは全製作費を考慮し、挙動制約条件として応力度および変位の制約条件 $\mathbf{g}_\sigma, \mathbf{g}_\lambda$ を考慮することにより原最適設計問題を次のように定式化することができる。

$$\text{find } \mathbf{t} = [t_1, t_2, \dots, t_n]^T, \text{ which } \text{minimize } \mathbf{W}(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n \rho_i l_i \{W_i(t_{ui} + t_{li}) + 2B_i h_i\} \quad (1)$$

$$\text{subject to } g_{\sigma k}(\mathbf{t}_k, \mathbf{X}_k) = |\sigma_{kmax}(\mathbf{t}_k, \mathbf{X}_k)| - |\sigma_{ka}| \leq 0 \quad (k=1, \dots, n) \quad (2)$$

$$g_{\lambda l}(\lambda_l) = |\lambda_l| - |\lambda_{la}| \leq 0 \quad (l=1, \dots, m) \quad (3)$$

$$t_i^l \leq t_i \leq t_i^u \quad (i=1, \dots, n) \quad (4)$$

ここに、 ρ_i, l_i はそれぞれ部材 i の単位体積当りの重量あるいは製作費、および部材長である。 n, m はそれぞれ部材数および可動節点変位成分の数を表す。 $\sigma_{kmax}, \sigma_{ka}$ はそれぞれ k 部材の最大応力度および許容応力度を示す。 λ_l, λ_{la} はそれぞれ可動節点変位成分 l の変位量および許容変位量である。 $\mathbf{X}_k = [x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}]^T$ は、 k 部材の未知部材端力を示す。

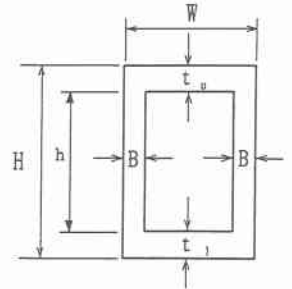


図-1 箱形断面

3. 解析上の必要条件の導入

骨組構造物の各部材の未知部材端力 $\mathbf{X} = [x_{11}, \dots, x_{3n}]^T$ を決定する解析問題は、各可動節点における力の釣合条件 $g_j(\mathbf{X})$ ($j=1, \dots, m$)のもとで、構造物の全コンプリメンタリーエネルギー $\Pi_C(\mathbf{X})$ を最小化する問題として次式のように定式化することができる。

$$\text{find } \mathbf{X} = [\mathbf{X}_1^T, \mathbf{X}_2^T, \dots, \mathbf{X}_n^T]^T, \text{ which } \text{minimize } \Pi_C(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n \Pi_{Ci}(\mathbf{X}_i) \quad (5)$$

$$\text{subject to } g_j(\mathbf{X}) = P_j - \sum_{i=1}^{3n} C_{ji} x_i = 0 \quad (j=1, \dots, m) \quad (6)$$

上式の P_j は可動節点変位成分 j に作用する外力、 C_{ji} は部材端力 x_i の可動節点変位成分 j に対する方向余弦を示す。

上式の目的関数 $\Pi_C(\mathbf{X})$ を $\Delta \mathbf{X}$ の二次近似で近似するとともに、線形制約条件を $\Delta \mathbf{X}$ の線形関数として表現することにより導入した近似二次計画問題にラグランジュ関数 $L(\mathbf{X}, \lambda)$ を導入することにより解析上満足すべき必要条件として次式を得ることができる。

$$\frac{\partial L(\mathbf{X}, \lambda)}{\partial \Delta x_i} = \frac{\partial \Pi_C}{\partial \Delta x_i} + \left[\frac{\partial \Delta \mathbf{X}}{\partial \Delta x_i} \right]^T \mathbf{H}_C \Delta \mathbf{X} + \sum_{j=1}^m \lambda_j C_{ji} = 0 \quad (i=1, \dots, 3n) \quad (7)$$

$$\frac{\partial L(\mathbf{X}, \lambda)}{\partial \lambda_j} = \sum_{i=1}^{3n} C_{ji} \Delta x_i - g_j(\mathbf{X}_0) = 0 \quad (j=1, \dots, m) \quad (8)$$

ここに、 $\mathbf{H}_c$ は正定値係数行列であり、BFGS公式により改良する。

4. 最適設計問題の再定式化および $\mathbf{t}, \mathbf{X}, \lambda$ の改良

剛節骨組構造物の非線形解析法のエネルギー最小化問題にラグランジュ関数 $L(\mathbf{X}, \lambda)$ を導入することにより得られた解析上満足すべき必要条件を原最適設計問題の制約条件として考慮し、 $\mathbf{t}, \mathbf{X}, \lambda$ を独立変数として取り扱うことにより剛節骨組構造物の全重量または全製作費 $\mathbf{W}(\mathbf{t})$ を最小化する最適設計問題を次のように再定式化することができる。

find $\mathbf{t}, \mathbf{X}, \lambda$, which minimize $\mathbf{W}(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n \rho_i l_i \{W_i(t_{ui} + t_{li}) + 2B_i h_i\}$ (9)

subject to $\bar{g}_i(\mathbf{t}, \mathbf{X}, \lambda) = \frac{I_i^0}{I_i(t_i)} \left\{ \frac{\partial \Pi_c(\mathbf{X}_0)}{\partial \Delta x_i} + \left[\frac{\partial \Delta \mathbf{X}}{\partial \Delta x_i} \right]^T \mathbf{H}_c \Delta \mathbf{X} \right\} + \sum_{j=1}^m \lambda_j C_{ji} = 0 \quad (i = 1, \dots, 3n)$ (10)

$\bar{g}_j(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{3n} C_{ji} x_i - g_j(\mathbf{X}_0) = 0 \quad (j = 1, \dots, m)$ (11) $g_{sk}(\mathbf{t}_k, \mathbf{X}_k) = \sigma_{kmax}(\mathbf{t}_k, \mathbf{X}_k) - \sigma_{ka} \leq 0 \quad (k = 1, \dots, n)$ (12)

$g_{li}(\lambda_i) = \lambda_i - \lambda_{ia} \leq 0 \quad (i = 1, \dots, m)$ (13) $t_i^l \leq t_i \leq t_i^u \quad (i = 1, \dots, n)$ (14)

ここに、 $I_i^0, I_i(t_i)$ は初期フランジ板厚および板厚 t_i による断面二次モーメントを示す。

上記の再定式化された最適設計問題を $\Delta \mathbf{t}, \Delta \mathbf{X}, \Delta \lambda$ に関して線形近似し勾配射影法を用いて $\Delta \mathbf{t}, \Delta \mathbf{X}, \Delta \lambda$ を決定する。 $\mathbf{t}, \mathbf{X}, \lambda$ は $\mathbf{t} = \mathbf{t}_0 + \Delta \mathbf{t}$, $\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \Delta \mathbf{X}$, $\lambda = \lambda_0 + \Delta \lambda$ として改良される。上記の最適設計問題の再定式化、線形近似勾配射影法による解の改良を $\mathbf{W}(\mathbf{t}), \mathbf{t}, \mathbf{X}, \lambda$ が一定値に収束するまで繰り返すことにより、最終的な $\mathbf{t}^*, \mathbf{X}^*, \lambda^*$ を決定することができる。

5. 最適設計例および考察

上で述べた最適設計法を図-2に示す線形・非線形材料よりなる3部材ラーメン(図-3)の最適設計問題に適用し、本研究で述べた方法による解(GPM)と挙動の感度係数を用いて双対法により求めた解(DUAL-S)との比較を行った結果を表-1に示す。設計例において、図-1に示す箱形断面の断面幅W, 断面の高さH, ウェブ厚B, ウェブ高さhおよび単位体積重量 ρ をそれぞれ50.0cm, 50.0cm, 5.0cm, 40.0cmおよび7.85gf/cm³とした。最適化過程において上フランジと下フランジの板厚は等しいものと仮定し、各部材の板厚の下限値は $t^l = 0.1\text{cm}$ に設定した。荷重P=100tf, 許容節点変位 $\lambda_a = 3.0\text{cm}$, 線形材料を使用した場合には、最適解において変位の制約条件がactiveとなり、GPMとDUAL-Sにより得られた最適解における目的関数(重量)の値の差は0.79%となっている。また、荷重P=150tf, $\lambda_a = 20.0\text{cm}$, 非線形材料を使用した場合には、最適解において応力度の制約条件がactiveとなり、GPMとDUAL-Sにより得られた最適解における目的関数(重量)の値の差は0.41%とほぼ一致している。以上の考察により、本研究で述べた最適設計法により、箱形断面を有する線形・非線形剛節骨組構造物の最適設計を最小コンプレメンタリーエネルギーの原理に基づき行うことができることが明らかとなった。なお今後、アルゴリズムの効率性について詳細に検討を行う予定である。

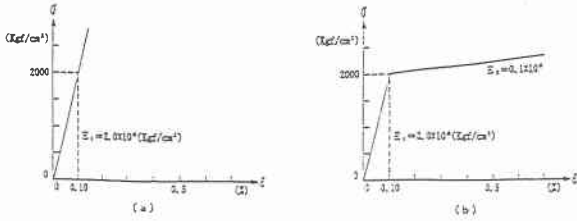


図-2 線形・非線形材料

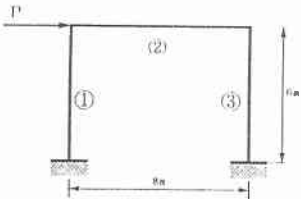


図-3 3部材ラーメン

表-1 本手法(GPM)および双対法(Dual-s)による3部材ラーメンの最適解の比較

設計条件	P=100tf, $\lambda_a = 3.0\text{cm}$, 線形材料(a)				P=150tf, $\lambda_a = 20.0\text{cm}$, 非線形材料(b)			
	GPM ¹⁾		Dual-S ²⁾		GPM ¹⁾		Dual-S ²⁾	
設計変数	$\mathbf{t}, \mathbf{X}, \lambda$		$\mathbf{t}$		$\mathbf{t}, \mathbf{X}, \lambda$		$\mathbf{t}$	
部材番号	t (cm)	σ_{max} (kgf/cm ²)	t (cm)	σ_{max} (kgf/cm ²)	t (cm)	σ_{max} (kgf/cm ²)	t (cm)	σ_{max} (kgf/cm ²)
1	4.89	1782.3	3.37	1872.6	3.15	2501.6	2.76	2499.8
2	1.96	1620.2	2.06	1547.9	0.54	2472.1	1.12	2353.9
3	2.19	1957.0	3.33	1860.4	3.09	2497.3	2.59	2499.9
W(kgf)	11501.5		11411.8		10471.4		10428.7	
$\lambda_{max}(\text{cm})$	3.0		3.0		8.7		8.1	
ITE	20		5		14		7	
ACTIVEな制約条件	λ		λ		$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$		σ_1, σ_3	

1) エネルギー法による挙動変数の感度係数を用いない方法
2) 制約条件の感度係数を用い、双対法により最適解を求める方法