

五洋建設株式会社 正 ○釣 哲 之 愛媛大学 工学部 正 谷脇 一弘
愛媛大学 工学部 フェロー 大久保 禎二 前田道路株式会社 正 山口 将

1. まえがき

本研究は、既に関連している長方形断面を有する剛節骨組構造物の非線形解析法をさらに発展させ、上・下フランジが任意の板厚よりなる箱形断面を有する剛節骨組構造物の汎用的な非線形解析法について研究を行ったものである。計算例として、15部材剛節骨組構造物の解析例を示し、本解析法の有効性を明らかにするものである。

2. 最小コンプリメンタリーエネルギー原理に基づく剛節骨組構造物の非線形解析問題

構造物の全コンプリメンタリーエネルギー最小化による骨組構造物の非線形解析法によれば、骨組構造物の各部材の未知部材端力 $\mathbf{X}$ を決定する解析問題は、各可動節点における力の釣合条件 $g_j(\mathbf{X})$ のもとで、構造物の全コンプリメンタリーエネルギー $\Pi_c(\mathbf{X})$ を最小化する問題として次式で定式化することができる。

$$\text{find } \mathbf{X} = [\mathbf{X}_1^T, \mathbf{X}_2^T, \dots, \mathbf{X}_n^T]^T, \text{ which minimize } \Pi_c(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n \Pi_{Ci}(\mathbf{X}_i) \quad (1)$$

$$\text{subject to } g_j(\mathbf{X}) = P_j - \sum_{i=1}^{3n} C_{ji} x_i = 0 \quad (j=1, \dots, m) \quad (2)$$

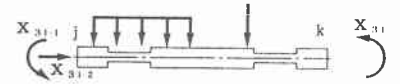


図-1 未知部材端力

ここに、 $\mathbf{X}_i = [x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}]^T$ は図-1に示す未知部材端力である。 P_j は可動節点変位成分 j に作用する外力、 C_{ji} は部材端力 $\mathbf{X}_i$ の可動節点変位成分 j に対する方向余弦である。 n および m は部材数および可動節点変位成分の数を示す。

目的関数 $\Pi_c(\mathbf{X})$ を $\Delta\mathbf{X}$ の二次形式で近似するとともに線形制約条件を $\Delta\mathbf{X}$ の線形関数として表現することにより、 k 回目の改良過程における $\mathbf{X}$ の改良のための変化量 $\Delta\mathbf{X}^k$ を決定する近似二次計画問題を次のように導入することができる。

$$\text{find } \Delta\mathbf{X}^k = [\Delta\mathbf{X}_1^{kT}, \Delta\mathbf{X}_2^{kT}, \dots, \Delta\mathbf{X}_n^{kT}]^T, \text{ which minimize } Q_c(\Delta\mathbf{X}^k) = \nabla\Pi_c^T(\mathbf{X}^k)\Delta\mathbf{X}^k + \frac{1}{2}\Delta\mathbf{X}^{kT}\mathbf{H}_c^k(\mathbf{X}^k)\Delta\mathbf{X}^k \quad (3)$$

$$\text{subject to } h_j(\Delta\mathbf{X}^k) = g_j(\mathbf{X}^k) - \sum_{i=1}^{3n} C_{ji}\Delta x_i = 0 \quad (j=1, \dots, m) \quad (4)$$

ここに、 $\nabla\Pi_c = [\partial\Pi_c/\partial x_{11}, \partial\Pi_c/\partial x_{12}, \dots, \partial\Pi_c/\partial x_{3n}]^T$ 、 $\mathbf{H}_c^k$ は正定値係数行列であり、BFGS公式により改良する。

上記の近似二次計画問題は、勾配射影法により解くことができ、 $\mathbf{X}^{k+1}$ は $\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{X}^k + \Delta\mathbf{X}^k$ により改良する。このとき $g_j(\mathbf{X})$ ($j=1, \dots, m$)、 $\nabla\Pi_c(\mathbf{X})$ と $\mathbf{H}_c^k(\mathbf{X})$ の値も $\mathbf{X}^{k+1}$ とともに修正する。このようにして $\mathbf{X}$ を改良することにより、最終的な真の未知部材端力 $\mathbf{X}^*$ を決定することができる。

3. 箱形断面を有する剛節骨組構造物の全コンプリメンタリーエネルギーの算定

本研究では、箱形断面を有する剛節骨組構造物の部材 i の任意点 s において軸力 $N_i(s)$ および曲げモーメント $M_i(s)$ が作用するものとして、各部材の箱形断面におけるコンプリメンタリーエネルギー $\pi_{Ci}(s)$ を求めるため、フランジとウェブとの接合点および応力度とひずみの関係式が変化する点で箱形断面を分割し、各分割断面のコンプリメンタリーエネルギー π_{Cik} を加え合わせることで、任意箱形断面のコンプリメンタリーエネルギーを求めている。(図-2,3参照)

$$\pi_{Cik} = W_k \int_{y_k}^q \left\{ \int_0^{\sigma(y)} \varepsilon(\sigma) d\sigma \right\} dy, \quad \pi_{Ci} = \sum_{k=1}^q \pi_{Cik} \quad (k=1, \dots, q) \quad (5)$$

ここで、 W_k は、

$$\textcircled{1} y_k \geq H_1 \text{ かつ } y_{k+1} \leq H_2 \text{ のとき } W_k = 2B$$

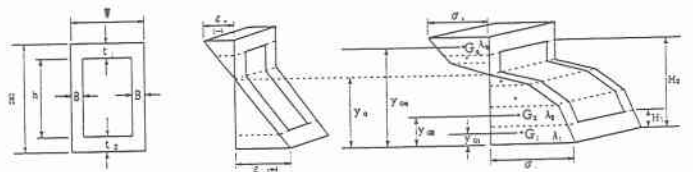


図-2 応力度-ひずみ関係が折線材料のひずみ・応力度分布

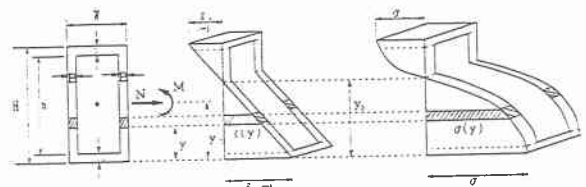


図-3 応力度-ひずみ関係が曲線材料のひずみ・応力度分布

② $y_{k+1} \leq H_1$ かつ $y_k \geq H_2$ のとき $W_k = W$
 $\sigma(y)$ は下縁より y の位置における応力度、 $\varepsilon(\sigma)$ は $\sigma(y)$ に対応するひずみである。これを部材 i の全長にわたって積分することにより、部材 i の全コンプリメンタリーエネルギー Π_{Ci} を求めることができる。本研究では、各部材におけるコンプリメンタリーエネルギー Π_{Ci} をシンプソンの1/3公式を用いて計算している。

骨組構造物全体のコンプリメンタリーエネルギー Π_C は各部材のコンプリメンタリーエネルギーを加え合わせることににより求められる。

$$\Pi_C = \sum_{i=1}^n \Pi_{Ci} = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \pi_{Ci}(s) ds \tag{6}$$

ここに、 l_i は部材 i の部材長である。

4. 解析例および考察

本研究により開発した箱形断面を有する剛節骨組構造物の非線形解析法 (ENERGY1) の信頼性および妥当性を検討するため、図-4に示す種々の線形・非線形材料を用い解析を行った。表-1は、図-4(A)の線形材料を用い、図-5(a)に示す15部材剛節骨組構造物において断面形状を図-5(c)の箱形断面とした場合のENRRGY1および変位法により得られた結果を示す。この表より明らかなごとく、ENRRGY1と変位法の部材端力の相対誤差は0.001～0.997%とほぼ一致している。また、最大変位の相対誤差は0.006であり、完全に一致した解が得られた。

つぎに、非線形の挙動状態における解の信頼性を検討するため、図-4(D)の曲線材料を用い、図-5(b)に示す15部材剛節骨組構造物において、断面形状を図-5(d)に示す長方形充実断面として解析を行った場合 (ENERGY1)、および図-5(e)に示す同一の長方形断面を考慮し、これまでに開発されている剛節骨組構造物の非線形解析法を適用した場合 (ENERGY2) の解の

比較を行った結果を表-2に示す。ENERGY1とENERGY2の部材端力の相対誤差は0.0～0.002%と一致している。最大変位においては両手法とも56.807cmと完全に一致した解が得られた。

以上の考察により、本研究で開発した方法により、任意の箱形断面を有する剛節骨組構造物の線形・非線形解析を正確に行うことができることが明らかとなった。

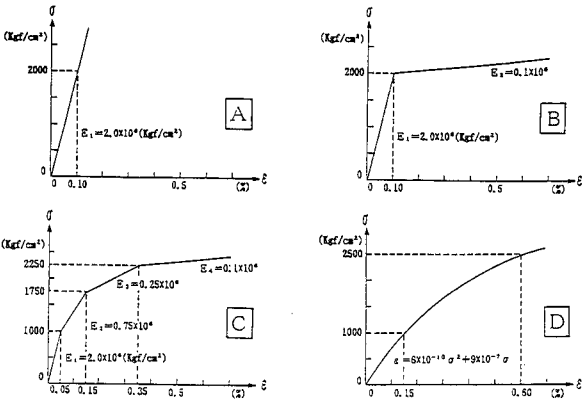


図-4 線形・非線形材料の応力度-ひずみ曲線

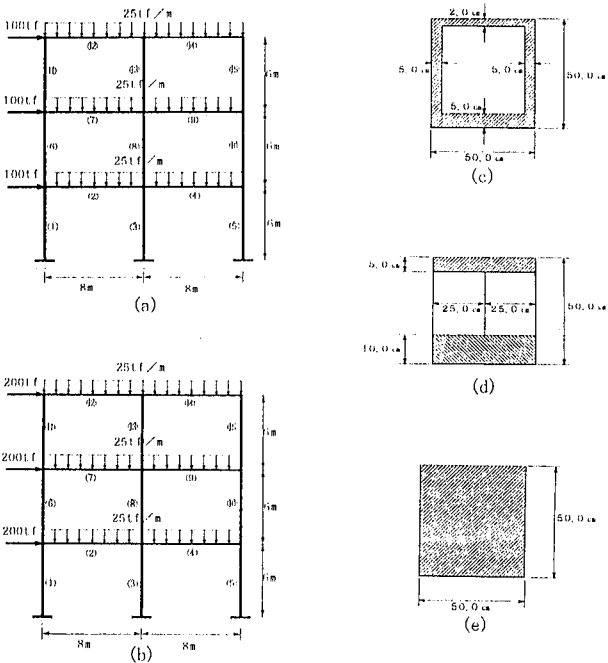


図-5 15部材剛節骨組構造物および断面形状

表-1 箱形断面を有する15部材剛節骨組構造物のENERGY1および変位法による解の比較

材種 解法	A (線形材料)		相対誤差 ¹⁾ (%)
	ENERGY1	変位法	
$H_{1,1}^{2)}$	130.734	130.645	0.068
$M_{1,1}^{3)}$	333.768	333.824	0.017
$M_{1,2}$	147.211	147.204	0.005
$M_{2,2}$	220.047	220.050	0.001
$M_{2,3}$	428.828	428.945	0.027
$M_{4,3}$	140.117	140.000	0.084
$M_{4,5}$	430.136	430.126	0.002
$H_{6,2}$	111.843	111.769	0.066
$M_{6,7}$	130.587	130.616	0.022
$H_{8,8}$	418.520	418.669	0.036
$M_{8,8}$	294.169	294.143	0.009
$M_{8,3}$	269.922	269.917	0.002
$H_{10,9}$	269.638	269.562	0.028
$M_{10,9}$	237.601	237.579	0.009
$M_{10,5}$	194.885	194.898	0.006
$M_{12,10}$	14.818	14.967	0.997
$H_{13,11}$	214.993	215.055	0.029
$M_{13,11}$	175.583	175.594	0.006
$M_{13,8}$	124.039	124.018	0.017
$M_{14,12}$	193.357	193.225	0.068
λ_{max} (cm)	17.567	17.568	0.006

1) 変位法に対するENERGY1の解の相対誤差 2) 部材端軸力 (tf)
3) 部材端曲げモーメント (tf・m)

表-2 長方形断面を有する15部材剛節骨組構造物のENERGY1およびENERGY2による解の比較

材種 解法	D (曲線材料)		相対誤差 ¹⁾ (%)
	ENERGY1	ENERGY2	
$H_{1,1}^{2)}$	694.189	694.189	0.0
$M_{1,2}^{3)}$	114.859	114.860	0.001
$M_{2,2}$	552.754	552.754	0.0
$M_{2,3}$	688.838	688.838	0.0
$M_{4,3}$	444.245	444.245	0.0
$M_{4,5}$	741.661	741.661	0.0
$M_{5,5}$	439.333	439.333	0.0
$H_{6,2}$	366.468	366.468	0.0
$M_{6,7}$	537.896	537.896	0.0
$H_{8,8}$	524.070	524.070	0.0
$M_{8,8}$	50.525	50.524	0.002
$M_{8,3}$	301.635	301.635	0.0
$H_{10,9}$	439.574	439.573	0.0
$M_{10,9}$	40.991	40.992	0.002
$M_{10,5}$	145.555	145.555	0.001
$H_{13,11}$	373.306	373.306	0.0
$M_{13,11}$	256.787	256.787	0.0
$M_{13,8}$	46.792	46.793	0.002
$M_{14,12}$	144.328	144.329	0.001
$M_{15,12}$	307.835	307.835	0.0
λ_{max} (cm)	56.807	56.807	0.0

1) ENERGY2に対するENERGY1の解の相対誤差 2) 部材端軸力 (tf)
3) 部材端曲げモーメント (tf・m)