

## I - 2 拡張カルマンフィルタによる1自由度非線形系の等価線形的同定

徳島大学大学院○学生員 原井大輔  
徳島大学工学部 正員 沢田 勉  
徳島大学工学部 正員 成行義文

**1. はじめに** 地震や風などの外乱による構造物の振動応答が、構造物の安全性や使用性を脅かすまでに大きくなる場合、その振動を小さく抑えるような対策が必要となる。安全性に関する対処法としては、構造断面を増やすなどして強度や剛性を確保する、いわゆる耐震的考え方があるが、振動応答そのものを積極的に抑制、あるいは低減させて、安全性や使用性を確保することも重要な考え方の一つである。この考え方を取り入れた構造物を制振構造物という。制振構造物では、制御力の算定やシステムの劣化の検出などのために、対象となる構造物の動特性を十分に把握する必要がある。したがって、構造物を的確にモデル化し、その動特性値を実際の観測記録から同定することは、振動制御問題を扱う場合にきわめて重要である。

ところで、地震記録を用いて1自由度非線形系の動特性を同定する場合、同定モデルを非線形系とすることが多いが、あまり複雑なモデルでは推定するパラメータの数が多くなり、同定が困難となる。したがって、より簡単で適切なモデル、例えば非線形性を等価線形系で表現したモデルを用いることが必要となる。

本研究では、このような観点より、1自由度非線形系を、拡張カルマンフィルタにより等価線形的に同定できるか否かを検討する。

**2. 手法の概要** 図-1(a)に示す1自由度非線形系を図(b)の等価線形系を用いて同定する問題を考える。

図において、 $m$ 、 $z$  はそれぞれ質点の質量および変位、 $z_0$  は地動変位である。図(a)の非線形系の運動方程式は次式のようにになる。

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + Q(z) = -m\ddot{z}_0 \quad \cdots(1)$$

ここで、 $c$  は減衰係数、 $Q(z)$  は復元力である。非線形性を簡単かつ精度良く表すモデルとしては、バイリニア履歴曲線を用いる。また、式(1)を解くことにより得られる加速度応答にホワイトノイズを付加して観測記録を作成する。

この観測記録を用いて、非線形系を等価線形的に同定する。

図(b)の等価線形系は、図(a)の非線形性を等価線形に置き換えたモデルである。図(b)の等価線形系の運動方程式は次式のように表される。

$$m\ddot{z} + c_e\dot{z} + k_e z = -m\ddot{z}_0 \quad \cdots(2)$$

ここで、 $k_e$ 、 $c_e$  はそれぞれ等価線形に置き換えたばね定数および減衰係数である。

同定では、非線形形状態方程式(3)と非線形観測方程式(4)について拡張カルマンフィルタを適用する。

$$x(k+1) = G(x(k)) \quad \cdots(3), \quad y(k) = h(x(k)) + v(k) \quad \cdots(4)$$

ここで、 $x$  は状態ベクトル、 $y$  は観測記録、 $v$  はホワイトノイズであり、 $k$ 、 $k+1$  は時刻を表す。式(3)の状態方程式は、式(2)の運動方程式の数値積分（線形加速度法）を基本とし、これに各パラメータ（ばね定数、減衰係数）を並列に組み込んだものである。以上のような拡張カルマンフィルタを用いて、各時刻の状態推定量を逐次同定する。

### 3. 数値計算および考察

拡張カルマンフィルタを用いて非線形1自由度系のばね定数および減衰係数を等価線形的に同定する。本研究では実際の観測記録は用いず、入力加速度としてエルセントロ地震波を用いて応答計算したものにノイズを付加し、これを観測波形として用いた。観測記録は質点の速度時刻歴にホワイトノイズを付加したもの

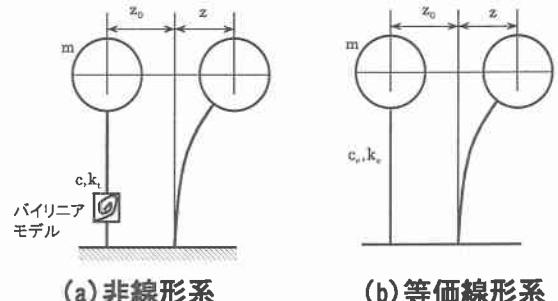


図-1 1自由度系モデル

表-1 非線形系の諸元

質量	$M(\text{kN}\cdot\text{sec}^2/\text{cm})$	1.00
初期剛性	$k(\text{kN}/\text{cm})$	39.478
減衰係数	$c(\text{kN}/\text{cm})$	0.6283
塑性剛性比	$\gamma$	0.25
降伏変位	$z_y(\text{cm})$	1.00

のとする。また、時間刻みは  $t=0.01(\text{sec})$ 、継続時間は  $15.00(\text{sec})$ とした。表-1 に、応答計算に用いた非線形系の諸元を示す。また、同定モデルの質量は既知とする。以下では、表-1 に示す初期剛性および減衰係数を真値として、初期値が真値の 2 倍の場合について、非線形 1 自由度系のばね定数および減衰係数を等価線形的に同定した結果を示す。なお、状態推定量の誤差共分散の初期値は 1.0 とし、観測ノイズの共分散は  $10^{-1}$  とする。

### (1) パラメータの同定結果

まず、非線形系を等価線形的に同定できるか否かを検討する。図-2(a)は、ばね定数および減衰係数の同定結果の一例である。各パラメータの初期値は真値の 2 倍とし、観測ノイズはないものとする。この図より、ばね定数、減衰係数とともに一定値に収束しており、同定が可能であることがわかる。また、図(b)は応答変位の同定結果であるが、原波形と同定した波形は、前半部では比較的良い対応を示すが、後半部になると一致度が悪くなる。これは、等価線形系の同定値が波形の後半部で一定値に収束することと対応する。パラメータが一定値に近づくのは、同定が進むにつれ誤差共分散が小さくなるため、同定値のばらつきが小さくなるからである。これらの図より、拡張カルマンフィルタを単純に適用すると、同定過程の後半部で精度の良い同定が出来ないことがわかる。これについては、各時刻近傍での局所的な同定を行う方法を開発することが必要となる。

### (2) 復元力特性の同定

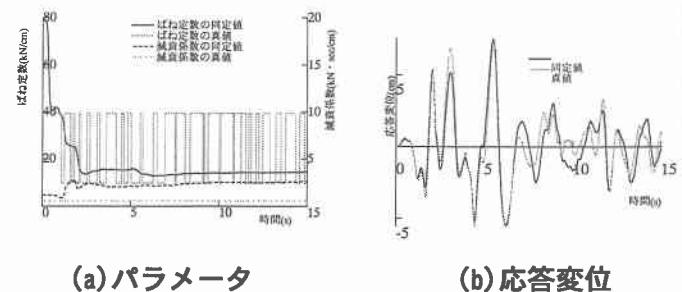
等価線形モデルを用いた同定で、復元力がどの程度表現できるかを検討する。同定パラメータの初期値は真値の 2 倍とし、観測ノイズはないものとした。図-3(a)は、非線形系の復元力特性と同定した復元力を比較したものである。この図を見ると、最大変位の大きさは変わらないが、復元力の形状に大きな差異が生じている。また、図(b)は復元力の時間変動を表したグラフであるが、これを見ると、同定値が真値より大きいのは 6 秒

ぐらいまでである。特に、復元力が大きい場合には両者は大きく異なる。これは、同定パラメータが収束過程の途中であるためと思われる。一方、6 秒を越えてからは逆に同定値のほうが小さくなっている。波形の一致度も悪い。これは、収束した同定値が真値とかけ離れた値になっているためであると思われる。

**4. おわりに** 本研究では、バイリニア復元力特性をもつ 1 自由度非線形系を、拡張カルマンフィルタを用いて等価線形的に同定できるか否かを検討した。その結果、拡張カルマンフィルタを単純に適用すると、同定過程の後半部で同定精度が悪くなることがわかった。そこで、同定精度を向上させるため、各時刻近傍での局所的な同定を行う方法を開発することが必要となる。また、復元力特性がどの程度表現できているか検討した結果、最大変位はほぼ等しいが、最大復元力は真値より大きくなることがわかった。

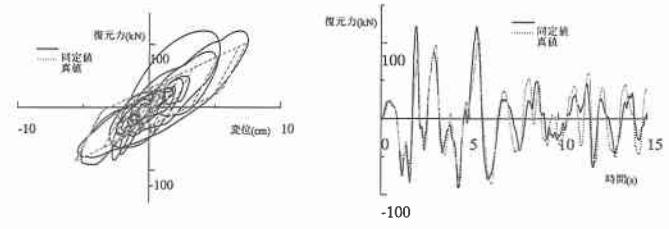
### 5. 参考文献

(1)有本 卓；カルマンフィルター、産業図書、1979. (2)瀧本・星谷：カルマンフィルタを用いた非線形構造物の同定、土木学会論文集 No.556/I-38, 179-187, 1997.1. (3)小高他；建築構造学 7 耐震・台風構造、鹿島出版会、1972.



(a) パラメータ (b) 応答変位

図-2 同定結果(ノイズ 0%, 初期値 2 倍)



(a) 履歴曲線

(b) 復元力の時間変動

図-3 同定による履歴曲線と復元力の時間変動