

2次元浅水流の数値計算法について

徳島大学大学院 学生員 ○藤井 和志
 徳島大学工学部 正 員 岡部 健士
 (株) ウエスコ 正 員 天野 裕仁

1. はじめに

近年多くみられる河道の幾何条件の複雑化に伴って生じる常・射流混在流れの平面流況に対する、一数值計算法として、一般曲線座標について記述された保存形の基礎方程式を MacCormack の時間分割・陽的差分法を適用するものがある。本文ではその、適用上の問題として、計算メッシュの構成法が解に及ぼす影響を検討した結果について報告する。

2. 基礎式とその離散化

一般曲線座標に関する2次元の St.Venant 方程式をベクトル形式で示すと次の通りである。¹⁾

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial \varphi} + \frac{\partial C}{\partial \phi} = D_{\varphi} + D_{\phi} \quad (1)$$

$$A = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} h \\ u_x h \\ u_y h \end{pmatrix} \quad D_{\varphi} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{Hx}^{\varphi} - S_{fy}^{\varphi}) \\ gh(S_{Hy}^{\varphi} - S_{fy}^{\varphi}) \end{pmatrix} \quad D_{\phi} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{Hx}^{\phi} - S_{fy}^{\phi}) \\ gh(S_{Hy}^{\phi} - S_{fy}^{\phi}) \end{pmatrix}$$

$$B = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} u^{\varphi} h \\ u_x u^{\varphi} h - (\varphi_x T_{xx} + \varphi_y T_{yx}) \\ u_y u^{\varphi} h - (\varphi_x T_{xy} - \varphi_y T_{yy}) \end{pmatrix} \quad C = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} u^{\phi} h \\ u_x u^{\phi} h - (\phi_x T_{xx} + \phi_y T_{yx}) \\ u_y u^{\phi} h - (\phi_x T_{xy} + \phi_y T_{yy}) \end{pmatrix}$$

なお、記号の意義ならびに MacCormack 法のアルゴリズムの基本については、文献1) を参照されたい。

ここで注目している数値計算法を実際的な河道に適用する場合、基礎式の離散化法の責によらない数値不安定や、解の不自然さが生じる場合がよくある。その一例が、図-1 のような複断面河道の流れを解く場合であり、節点 3, 4 などのような河床位の急変点で水位や流速に不自然な数値振動が生じる。詳細は講演時に述べるが、それを除去する方法としては、未知数ベクトル A の内の第1成分 h/J を(2)式のように平滑化するものが有効である。²⁾ また、一般曲線座標系を近似

する計算格子の構成方法において、格子間隔や格子線
 の方向を隣り合うメッシュの間で著しく変化させるこ
 とも避けた方がよい。格子間隔の問題についてはすで
 に文献1)で検討例を示している。次節においては、格
 子線の向きの変化の大小が解に及ぼす影響を検討する
 ために行った試行計算例を紹介する。

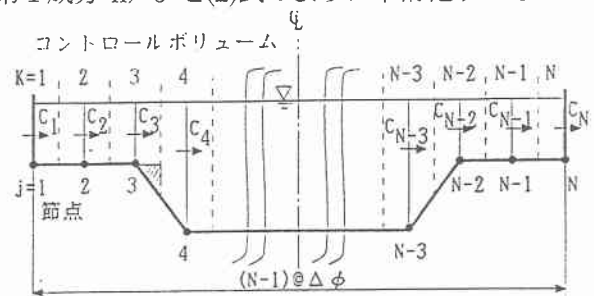


図-1 横断方向のコントロールボリューム

$$\frac{h'_{i,j}}{J_{i,j}} = \frac{1}{16} \frac{4h_{i,j}}{J_{i,j}} + \frac{2}{16} \left(\frac{h_{i+1,j}}{J_{i+1,j}} + \frac{h_{i-1,j}}{J_{i-1,j}} + \frac{h_{i,j+1}}{J_{i,j+1}} + \frac{h_{i,j-1}}{J_{i,j-1}} \right) + \frac{1}{16} \left(\frac{h_{i+1,j+1}}{J_{i+1,j+1}} + \frac{h_{i+1,j-1}}{J_{i+1,j-1}} + \frac{h_{i-1,j+1}}{J_{i-1,j+1}} + \frac{h_{i-1,j-1}}{J_{i-1,j-1}} \right) \quad (2)$$

3. 試行計算例

試行計算のモデルとして、図-2 のような水路幅 $B=100\text{m}$ の 90° 湾曲河道を取りあげた。この河道は、中心線に沿って 1540m の延長をもつ。河床位の設定では、その中心線上での縦断勾配を一定値 $1/500$ 勾配とし、横断形状については、湾曲前の AB 区間では横断勾配がゼロ、BC および CD 区間では横断形状が三角関数に従

って、外岸側が内岸側よりも低くなるように設定した。
すなわち、内岸上に原点をもつ横断方向の座標 ξ として、
河床位 z を(3)式のように設定した。

$$z = z_s + A_z \cos\left(\pi \frac{\xi}{B}\right) \quad (3)$$

ここで、 z_s は s 軸上の河床位、 A_z は横断面内における河床位の振幅であり、断面Bではゼロで、流下とともに単調に増大して断面Cで最大値2.0mをとり、その後、断面Dに至るまで単調に減少して、断面Dでゼロに帰るように設定した。このような湾曲水路の場合には、湾曲区間の分割数を変化させることにより、 φ 軸、 ϕ 軸の偏角の増分を同時に変化させることができる。試行計算は水路幅を20分割する条件下で、湾曲部を18、12、9および6分割（偏角の増分 $\Delta\theta$ は 5° 、 7.5° 、 10° および 15° ）する場合について行われた。これらをそれぞれCASE 1, CASE 2, CASE 3およびCASE 4と記した。計算によって得られた流速の平面分布および水位の縦断分布をそれぞれ図-3および図-4に示す。

図-3からCASE 1, CASE 2およびCASE 3においては、ほぼ同様の流速分布が得られていることがわかる。しかし、CASE 4においては、図からはわかりにくいですが、湾曲中央部の断面と湾曲終了後の初めの断面で他のケースと比べ、最大流速の発生位置がやや中央よりとなっていることが認められる。また、図-4からCASE 1およびCASE 2においては、ほぼ滑らかな解を得られていることがわかるが、CASE 3およびCASE 4においては、湾曲開始位置に近い $x=500$ mから $x=850$ m付近の間で数値振動が生じていることが認められる。この結果、 $\Delta\theta$ を 10° 以下とすることが望ましいと考えられる。

参考文献

- 1)岡部健士・山下秀基・天野裕仁：常・射流が混在する2次元浅水流の数値計算法、水工学論文集、第39巻、PP.403-408,1995.
- 2)岡部健士・天野裕仁：傾斜落差工を通過する流れの数値解析、土木学会第51回年次学術講演会講演概要集第2部、PP234-235,1996.

