

風速記録を用いたパワースペクトル推定方法に関する 2、3 の考察

徳島大学 正員 Peter Schrader

1. まえがき

強風による構造物の不規則振動を検討する場合に、変動風速の最も重要な成分は、主流方向成分 $U(t)$ である。そのパワースペクトル $G(f)$ は、曲線で記述するための数式が様々提案されているが、低周波数と中周波数領域に対しては、少数のパラメーターによる普遍的曲線で表すことは、大変難しいことが知られている¹⁾。

しかし、地形が平坦で、粗度が一様で、Richardson 数 $Ri = +0$ であり、吹送距離が長ければ、比較的普遍なものが知られている。それは Fichtl と McVehil の挙げた次の曲線である^{1) 2)}。

$$G(f) = \sigma_G^2 \cdot a \cdot f_{peak}^{-1} \cdot \left(1 + 15 \cdot (f / f_{peak})^r\right)^{-\frac{5}{3r}} \quad (1a)$$

$$a = 15^{1/r} \cdot r \cdot \Gamma(5/3r) \cdot \Gamma(2/3r)^{-1} \cdot \Gamma(1/r)^{-1}, \quad \sigma_G^2 = \int_0^\infty G(f) df \quad (1b)$$

$$a \approx 7.889, 1.000, 0.5823 \quad \text{for } r = 0.845, 1, 2 \quad (1c)$$

べき指数 r については、 $r = 2$ の場合は有名な Karman スペクトルが得られ、 $r = 1$ の場合は Kaimal スペクトルが得られ、 $r = 0.845$ の場合は Fichtl と McVehil によって観測されたスペクトル形状とよく対応する。上記の数式による曲線でも、特に低周波数領域では、大気境界層で実際に観測されたパワースペクトルとあまり適合しない例も多い¹⁾。その理由は、たとえば天気、風向や地表粗度の変化、遠い障害物、空気の成層の不安定性などである。

2. 自己回帰式を用いてパワースペクトルを推定する際の低周波数推定値について

式(1a)は、ピーク周波数の代わりに乱れの時間積分スケール T_{ux} を採用すると、次式になる。

$$G(f) = 4\sigma_u^2 \cdot T_{ux} \cdot \left(1 + b \cdot (f \cdot T_{ux})^r\right)^{-\frac{5}{3r}}, \quad b = 15 \cdot (4/a)^r \quad (2a)$$

$$b \approx 4.027, 6.000, 70.78 \quad \text{for } r = 0.845, 1, 2 \quad (2b)$$

$$T_{ux} = \int_0^\infty \hat{\rho}(\tau) d\tau = G(0)/4\sigma_u^2 = G(0)/4\sigma_G^2 \quad (3)$$

例えば、 $r = 1$ 、 $\sigma_u = 7.436 \text{ ms}^{-1}$ と $T_{ux} = 5.5 \text{ s}$ は、現実的な値である。それらを採用し、ほぼ同じパワースペクトルを持つ変動風速過程をシミュレートし、シミュレートしたデータに自己回帰式をフィットした¹⁾。しかし、そのようにして得られた T_{ux} の推定値は、 2.9 s に近い値となり、推定された低周波数のパワーレベルは、実際のものと大きく異なっている。その理由は、普通の基準 (FPE⁴⁾、AIC、BIC) を利用し、その値を最小にすることによってフィットすれば³⁾、自己回帰式の次数は、小さくなる¹⁾。従って、フィットのため利用された自己相関関数の部分は、 τ の小さい範囲に制限されるが、それに相当するパワースペクトルの部分は、だいたい高周波数のものであると言える⁵⁾。 $r = 0.845$ の場合は、 $r = 1$ の場合よりも、パワースペクトルのピークが鈍く、自己回帰式による T_{ux} の偏差は、大きい。

3. -5/3 乗法則領域のパワーレベルの推定値にトレンド除去が与える影響について

大気境界層の乱れた風は、非常に信頼性の高い現象として、周波数 f が十分高ければ、パワースペクトルの -5/3 乗法則が非常に精度良く成立し (慣性小領域)、次式で記述できる。

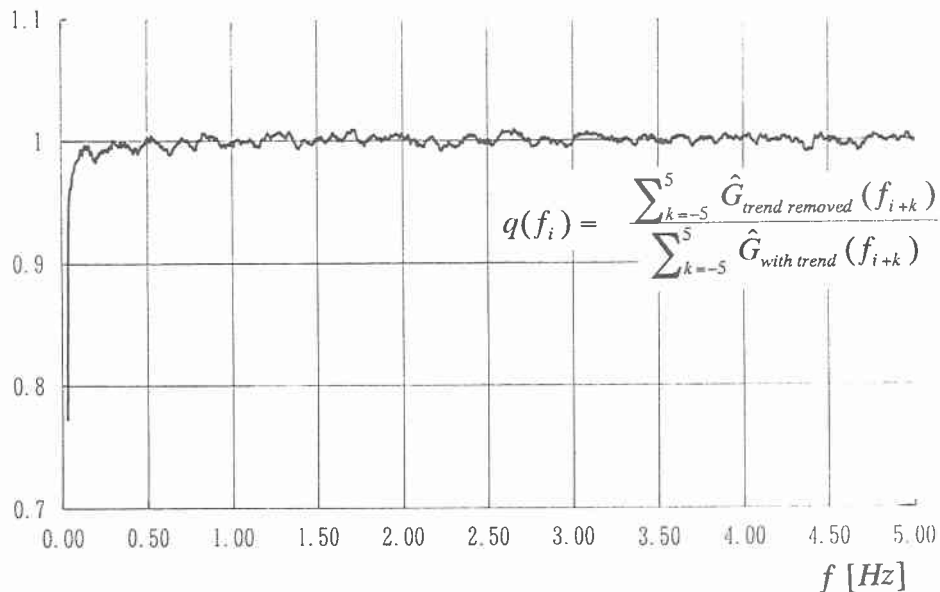
$$G(f) = c \cdot f^{-5/3} \quad (4a)$$

式(1a)が現実的であれば、次式を得られる。

$$c = 15^{-5/3r} \cdot a \cdot \sigma_G^2 \cdot f_{peak}^{2/3} = 4 \cdot b^{-5/3r} \cdot \sigma_G^2 \cdot T_{ux}^{-2/3} \quad (4b)$$

-5/3 乗法則の成立する領域のパワーレベルは、強風によるバフティング応答の予測の際には、構造物の減衰率が低ければ、重要であるが、変動風速記録は、定常確率過程に属していないようなものが多く、トレンド除去をすることが多い。トレンドは、変動風速記録に比べては、変動が遅いものであり、高周波数パワースペクトルの-5/3 乗法則の小領域には、あまり影響を与えないことが期待されている。それを検証するために次に示す具体的な例を検討した。

2節と同じ変動風速過程をガウス分布に従ったものとしてシミュレートした。サンプリングは、 $\Delta t = 0.1s$ を使用し、記録長は、 $T_{rec} = 204.8s$ であり、生成した記録数は、99であった。トレンド除去手法については、最小二乗法を用いて風速記録に次数の低い多項式を適合させた。すなわち、次数は3次と5次の2ケースで行った。式(4a)の定数 c を推定する手法としては、統計的精度が高い「Kolmogorov スペクトル均一化」⁶⁾を適用した。その結果、 c の推定値は、トレンド除去、多項式の次数によらず、0.477になった。トレンド除去が-5/3 乗法則の成立する慣性小領域のパワーレベルに与える影響は、何もないことが判明した。



参考文献

- 1) Schrader, P., 1994. *Die statistische Stabilität gemessener integraler Längenmaße und anderer Windparameter*. SFB 151 Research Reports, No. 26, Ruhr-Universität-Bochum (Germany)
- 2) Fichtl, G. H., McVehil, G. E., 1970. *Longitudinal and lateral spectra of turbulence in the atmospheric boundary layer at the Kennedy Space Center*. Journal of Applied Meteorology, vol. 9, 51-63
- 3) Brockwell, P. J., Davis, R. A., 1987. *Time Series: Theory and Methods*. Springer-Verlag
- 4) 赤池弘次, 中川東一郎, 1972. *ダイナミックシステムの統計的解析と制御*. サイエンス社
- 5) Rotta, J. C., 1972. *Turbulente Strömungen*. B. G. Teubner Stuttgart
- 6) Schrader, P., 1997. *変動風速の Kolmogorov スペクトルを推定する時の統計的精度について* - いくつかの推定方法の理論的考察 - 徳島大学工学部研究報告, No. 42