遺伝的アルゴリズムによるトラス構造物の最適設計法に関する基礎的研究

愛媛大学工学部　フェロー　大久保　禎二　(株)エイトコンサルタント　正　○田中　修

1．まえがき

近年、生物の遺伝と進化のメカニズムをモデル化した遺伝的アルゴリズムを用いて工学的分野における種々の問題を解決する試みが数多くなされている。本研究はGAの最も基本的なアルゴリズムである単純GAのアルゴリズムを用いて、トラス構造物の部材の断面積を離散変数として考慮する場合、および連続変数として考慮する場合のトラス構造物の最適設計問題を解く方法に関して基礎的な研究を行ったものである。さらにＧＡにより得られた最適解と従来研究されているエネルギー原理に基づくトラス構造物の最適設計法（以下エネルギー法という）による最適解との比較を行い、ＧＡによる最適設計法の信頼性、能率性などについて検討を行った。

2．ＧＡによるトラス構造物の最適設計問題のモデル化

本研究では、トラス構造物の重量Wを目的関数としこれを最小にする最適化問題を考える。設計変数として各部材の断面積$\mathbf{X}=[A_1,\cdots,A_n]^T$を、制約条件として各部材の応力度$\sigma=[\sigma_1,\cdots,\sigma_n]^T$および自由節点変位$\delta=[\delta_1,\cdots,\delta_m]^T$に関する制約条件を考慮すると、トラス構造物の最適設計問題は次のように定式化できる。

$$\begin{aligned}
&\textit{find} && \mathbf{X}=[A_1,\cdots,A_n]^T \quad \textit{which} \\
&\textit{minimize} && W(\mathbf{X})=\sum_{i=1}^{n}\rho A_i l_i && (1)\\
&\textit{subject to} && \sigma_i(\mathbf{X})\le\sigma_a\ (i=1,\cdots,n) && (2)\\
& && \delta_{max}(\mathbf{X})\le\delta_a && (3)\\
& && A_i^L\le A_i\le A_i^U\ (i=1,\cdots,n) && (4)
\end{aligned}$$

ここに、l_iは部材iの部材長、ρは部材の材料の単位体積当りの重量、nは部材数である。また、σ_a、δ_{max}、δ_aはそれぞれ許容応力度、自由節点変位の最大値および許容変位量である。A_i^LおよびA_i^Uは、それぞれA_iの下限値および上限値を示す。

設計変数を離散変数として考慮する場合、設計変数は1，2，…62,63 cm^{2}の中の整数値をとるものと仮定し、各部材断面積（設計変数）を６ビットの２進文字列で表現した。したがって、３部材トラスは$6\times3=18$ビットの２進文字列で表現できる。また設計変数を連続変数として考慮する場合には、設計変数を10進数の実数と仮定し、10進数そのものを遺伝子としてＧＡの操作を行った。

3．ＧＡのアルゴリズム

本研究では、ＧＡのアルゴリズムにおける個体として任意の設計変数からなる一つのトラス構造物、環境として各部材の応力度および自由節点変位に関する制約条件、適応度として環境に適合しているトラス構造物の重量の逆数を設定し、(1)～(4)式で表されるトラス構造物の最適設計問題をＧＡの改良アルゴリズムすなわち(1)集団の生成 (2)適応度の評価 (3)親の選択 (4)交叉 (5)突然変異を用いて解いている。トラス構造物の最適設計問題においては、個体数（サンプル数）を10～80（10刻み）、世代交代の回数限度を10000回として解の改良を行った。

4．交叉と突然変異

３部材トラスにおける交叉と突然変異の例を図１に示す。交叉位置、突然変異の個数と箇所などは一様乱数を用いて決定している。離散変数の場合は一般的な１点交叉と突然変異の操作を適用している。連続変数の場合、図－１の交叉の例において、交叉位置は２番目の遺伝子であり、子１の１番目の遺伝子は親１より、３番目の遺伝子は親２より引き継いでいる。２番目の遺伝子は２つの親の２番目の遺伝子の値の平均値に一

様乱数を乗じて計算された値である。突然変異の例においては突然変異させる遺伝子を一様乱数によって決定している。

交叉の例

離散変数の場合		連続変数の場合	
親１	{1100|10101011010011}	親１	{15.2　25.3　32.8}
親２	{1110|01110111001001}	親２	{40.6　30.7　27.0}
子１	{1100|01110111001001}	子１	{15.2　22.4　27.0}
子２	{1110|10101011010011}	子２	{40.6　22.4　32.8}

突然変異の例

突然変異前：{01101110110111 1001}　　突然変異前：{51.0　20.3　36.8}

突然変異後：{00101111110110 1001}　　突然変異後：{51.0　20.3　10.9}

図１　交叉と突然変異の例

５．最適設計例および考察

上で述べた方法により、図２の３部材トラスの最適設計を行った結果を表１に示す。離散変数を用いたＧＡおよび連続変数を用いたＧＡによる最適解をエネルギー法による最適解と比較すると、誤差率はそれぞれ1.80%および0.013%であり、当然のことながら連続変数を用いたＧＡの最適解の方が良い値を得ている。また、離散変数を用いた GA により得られた解は、真に最適な離散解であることも明らかとなった。しかしながら、ＧＡはエネルギー法と比較してかなり多くの計算時間を要しており、解を決定する場合の能率性が大きな問題となる。

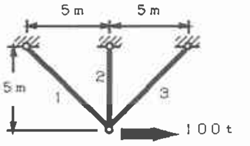

図２　水平荷重を受ける３部材トラス

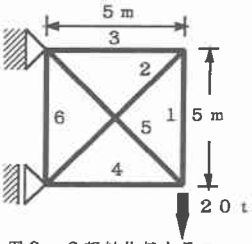

図３　６部材片持トラス

つぎに図３の６部材トラスにおける各世代の最小目的関数値の推移を図４に示す。この図から集団の個体数を多くすることにより最適解に近い値に収束させ得ることがわかる。しかし、世代の交代をくり返すことにより確実に真の最適解に収束していくとは限らず、最適解の近傍で変動をくり返しており、今後この収束性に関して改良が必要である。

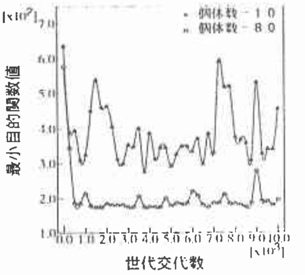

図４　６部材トラスにおける各世代の最小目的関数値の推移

表１　３部材トラスの最適解

解法	ＧＡ[1]（個体数＝10、離散変数）		ＧＡ[2]（個体数＝30、連続変数）		エネルギー法（連続変数）	
変位制限 δ_a (cm)	20.0					
応力制限 σ_a (kgf/cm²)	3000					
部材番号	断面積 (cm²)	応力度 (kgf/cm²)	断面積 (cm²)	応力度 (kgf/cm²)	断面積 (cm²)	応力度 (kgf/cm²)
1	24	2946	23.571	3000	23.570	3000
2	1	-	1.000	-	1.000	-
3	24	2946	23.575	2999	23.570	3000
最適解 (kgf)	270.363		265.626		265.592	
最大変位 δ_{max} (cm)	1.47		1.50		1.50	
CPU TIME[3] (sec.)	42.3		63.1		0.1	
世代交代数[4]	10000		10000		6	
誤差[5] (%)	1.80		0.013		-	
active な制約条件	応力		応力		応力	

1）離散変数を用いたＧＡ　2）連続変数を用いたＧＡ　3）DEC3000/300による計算時間

4）最適解を得るために要した世代交代の回数（エネルギー法の場合は最適解を得るために要した繰り返し回数）

5）エネルギー法との相対誤差の絶対値

６．結　論

(1) トラス構造物の最適設計問題における設計変数を離散型の設計変数として取り扱う場合には、エネルギー法では解くことが不可能であるが、ＧＡでは最適解を求めることができる。故に、ＧＡは離散型の問題を解くことに優れているアルゴリズムであるといえる。

(2) ＧＡは離散型の最適設計問題に優れているだけでなく、連続型の問題にも適用可能なアルゴリズムであることがいえる。

(3) 最適解を決定するために要する計算時間、反復回数はエネルギー法と比較して極めて大きくなる。

(4) 最適解が出現する世代交代数がランダムであり、いつ発生するか不明である。