

常・射流混在流れによる混合砂礫床の1次元河床変動の数値計算法

徳島大学大学院 学生員○榎本 真二

徳島大学工学部 正 員 岡部 健士

日 本 工 営 正 員 松井 義幸

1. まえがき 山地河川においては、河床勾配や河幅が比較的短い区間内で急激に変化するために、常流と射流が混在する場合が多い。筆者らは、このような条件下における一様砂礫床の1次元河床変動の数値計算法として、不定流の方程式と流砂の連続式を *MacCormack* スキームで数値解析する方法を検討してきた¹⁾。本文では、それを混合砂の場合に拡張した結果を紹介する。

2. 計算モデルの概要 モデルに用いた基礎式は下記の(1)～(4)式である。(4)式の交換層の粒度分布変化の式を離散化すると、(5)式のように表現できるが、ここで Δt 時間後の粒度分布 $P_j(t+\Delta t)$ は(6)、(7)両式の条件を満たしていなければならない。しかし数値計算の過程では、これらの条件が常に満足されるとは限らない。そこで、本モデルでは、以下のような修正法が導入された。

① $P_j(t+\Delta t) < 0$ あるいは $P_j(t+\Delta t) > 1$ の場合

この場合には $P_j(t+\Delta t) = 0$, あるいは $P_j(t+\Delta t) = 1$ を満足するような時間ステップ Δt を求め、これを用いて計算をやり直せばよい。つまり、 $P_j(t+\Delta t) = 0$ すなわち、 $\Delta P_j = -P_j(t)$ のときには(8)式を、また $P_j(t+\Delta t) = 1$ すなわち、 $\Delta P_j = \{1 - P_j(t)\}$ のときには、(9)式を満足するような時間ステップを求めることになる。ここで、両式中の Δz は Δt に対応する河床変動量である。 Δz と Δt の間には(10)式の関係が成立するが、数値計算では既に Δt に対応する Δz が求まっているので、(11)式を用いることで(8)式から $P_j(t+\Delta t) = 0$, あるいは(9)式から $P_j(t+\Delta t) = 1$ となる Δt の値を決定することができる。最後に、(11)式で新たな Δz を求め(5)式を利用して各粒径階級の粒度分布を修正する。

② $\sum P_j(t+\Delta t) \neq 1$ の場合

(5)式を全粒径階級について合計し、 Δz が(10)式から算定されるとして変形すると、(13)式の関係式が得られる。したがって、 $\sum P_j(t) = 1$ と $\sum P_j^* = 1$ の関係が満足されていれば $\sum P_j(t+\Delta t) = 1$ も満足される。

3. 混合砂礫問題への適用 数値計算には、TVD型の人工粘性を付加した *MacCormack* 法による差分解析法が

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\lambda}{1-\lambda} \frac{\partial}{\partial x} (Bq_s) \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) = gA \left(-\frac{\partial H}{\partial x} - I_f \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ z(1-\lambda)B \} + \frac{\partial}{\partial x} (Bq_s) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial t} + \frac{1}{aB(1-\lambda)} \frac{\partial}{\partial x} (Bq_{sj}) + \frac{P_j^*}{a} \frac{\partial z}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\Delta P_j}{\Delta t} + \frac{1}{aB(1-\lambda)} \frac{\Delta(Bq_{sj})}{\Delta x} + \frac{P_j^*}{a} \frac{\Delta z}{\Delta t} = 0 \quad (5)$$

ここに、 $\Delta P_j = P_j(t+\Delta t) - P_j(t)$

A: 流積, Q: 流量, λ : 空隙率, B: 河幅, q_s : 単位幅流砂量, g: 重力加速度, H: 水位, z: 河床位, I_f : 摩擦損失勾配, a: 交換層厚, P_j : 交換層の粒度分布, q_{sj} : 粒径別単位幅流砂量, P_j^* : $\partial z / \partial t \geq 0$ のときは $P_j^* = P_j$, $\partial z / \partial t < 0$ のときは $P_j^* = P_j^0$, ただし P_j^0 : 交換層直下の粒度分布

$$0 \leq P_j(t+\Delta t) \leq 1 \quad (6)$$

$$\sum P_j(t+\Delta t) = 1 \quad (7)$$

$$\frac{-P_j(t)}{\Delta t} + \frac{1}{aB(1-\lambda)} \frac{\Delta(Bq_{sj})}{\Delta x} + \frac{P_j^*}{a} \frac{\Delta z}{\Delta t} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{1-P_j(t)}{\Delta t} + \frac{1}{aB(1-\lambda)} \frac{\Delta(Bq_{sj})}{\Delta x} + \frac{P_j^*}{a} \frac{\Delta z}{\Delta t} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{1}{B(1-\lambda)} \frac{\Delta(Bq_{sj})}{\Delta x} + \frac{\Delta z}{\Delta t} = 0 \quad (10)$$

$$\Delta z / \Delta t = \Delta z / \Delta t \quad (11)$$

$$\frac{(\sum \Delta P_j)}{\Delta t} + \frac{1}{aB(1-\lambda)} \frac{\Delta(B\sum q_{sj})}{\Delta x} + \frac{\sum P_j^*}{a} \frac{\Delta z}{\Delta t} = 0 \quad (12)$$

$$\sum P_j(t+\Delta t) = \sum P_j(t) - \frac{\Delta z}{a} \{ (\sum P_j^*) - 1 \} \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ aB(1-\lambda)P_j \} + \frac{\partial}{\partial x} (Bq_{sj}) = -B(1-\lambda)P_j^* \frac{\partial z}{\partial t} \quad (14)$$

有効である。また、流砂量式には芦田・道上式、平均粒径の無次元移動限界掃流力に岩垣式を、粒径別無次元移動限界掃流力には尾崎式を用いる。さらに MacCormack 法を適用する際には、(4)式を(14)式のような保存形に書き換えておく必要がある。

次に、山地溪流部を念頭においたモデル実験の結果を利用して、本計算モデルの適合性を検討した。実験ではまず、川幅が10cm~40cmの範囲で変化する直線水路に図2に示すような粒度分布の混合砂礫を図1に示す縦断形状に敷き詰めて砂層モデルを作った。そして、これに流量4.4l/sの水を下流端水深を15cmに固定する条件で通水し、その後の縦断形状と河床表層の粒度変化を計測した。

実験値と計算値の比較を図1に示す。全体的に見て、両者の適合性は概ね良好である。ただし、細かく見ると、30分において6~16mの区間で水位・河床位共に不一致が著しい。これは、砂のマウンド（初期河床において12m点にピークをもつもの）がデルタを形成しながら急速に侵食される現象を浅水流の仮定に基づいて計算することの限界を示しているものと言える。また、下流のプールを進行するデルタ肩の付近で不自然な水面計算結果が見られる。人工粘性の付加方法について再検討する必要がある。60分においては、2~7mの区間で水位が実験値より若干高く計算されている。これは、4~6mの区間の過剰に堆積した土砂を下流に掃流させることによって改善できると考えられる。240分においては、的確に実験値を再現できていることが確認できる。

図2は計算における交換層の粒度分布と実験において2層にわけて採取した河床表層材料の粒度分布を比較したものである。両者は定性的にほぼ一致した傾向を示している。

4.あとがき 以上、常・射流混在流れによる混合砂礫床の1次元河床変動の数値計算モデルを提示した。また、実験を通して本モデルの有用性を検討した。

【参考文献】 1)岡部・山下・松井：不侵食床の露出を伴う1次元河床変動の数値計算法、第46回中四支部研究発表会、PP154-155, 1994.

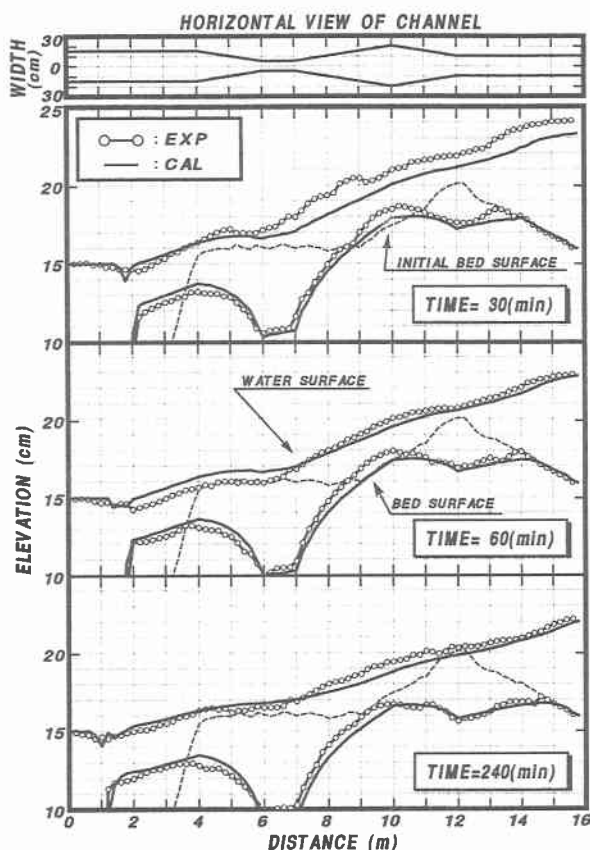


図1 河床位と水位の縦断形状

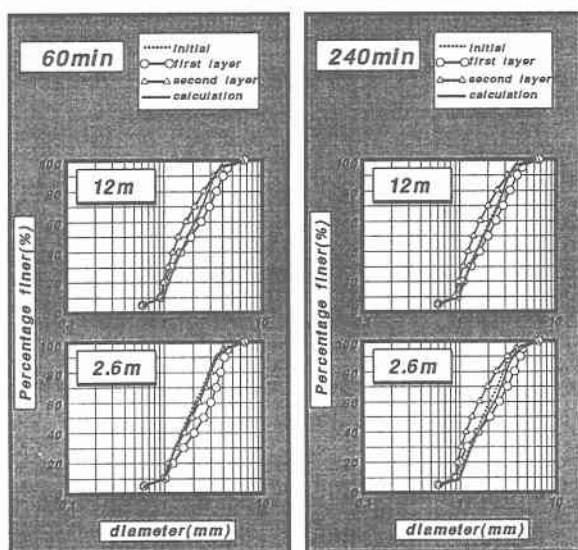


図2 交換層の粒度分布