

常・射流が混在する平面2次元流れの数値計算

建設技術研究所(株) 正員 山下 秀基
 徳島大学大学院 学生員 〇天野 裕仁
 徳島大学工学部 正員 岡部 健士

1. まえがき

常・射流混在流れの1数値計算として、一般曲線座標について記述された2次元のSt. Venant浅水流方程式をMacCormackの時間分割・陽的差分法によって数値解析する方法が注目されている。しかし、実際問題への適用という点でいくつかの問題点があり、未だ汎用化の段階には達していない。本文では、a. 物理量の保存則に抵触しない計算アルゴリズム、b. 境界条件の取り扱い、c. 解の精度、に注目し2,3の検討結果を報告する。

2. 基礎式および数値解法

(1)基礎式¹⁾：一般曲線座標について記述されたSt. Venant方程式は次のとおりである。

$$\partial A / \partial t + \partial B / \partial \phi + \partial C / \partial \phi = D_\psi + D_\phi \quad (1)$$

ここに、

$$A = \begin{bmatrix} h/J \\ u^x h/J \\ u^y h/J \end{bmatrix} \quad D_\psi = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J \cdot g h (S_{Hx}^\psi - S_{fx}^\psi) \\ 1/J \cdot g h (S_{Hy}^\psi - S_{fy}^\psi) \end{bmatrix} \quad D_\phi = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J \cdot g h (S_{Hx}^\phi - S_{fx}^\phi) \\ 1/J \cdot g h (S_{Hy}^\phi - S_{fy}^\phi) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} u^\psi h/J \\ 1/J \{ u^x u^\psi h - (\phi_x T_{xx} + \phi_y T_{yx}) \} \\ 1/J \{ u^y u^\psi h - (\phi_x T_{xy} + \phi_y T_{yy}) \} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} u^\phi h/J \\ 1/J \{ u^x u^\phi h - (\phi_x T_{xx} + \phi_y T_{yx}) \} \\ 1/J \{ u^y u^\phi h - (\phi_x T_{xy} + \phi_y T_{yy}) \} \end{bmatrix}$$

ただし、 t = 時間、 h, H = 水深および水位、 u^x, u^y = 物理面上の x および y 方向の流速、 u^ψ, u^ϕ = 流速ベクトルの ψ および ϕ 軸方向の反変成分、 g = 重力加速度、 $(S_{Hx}^\psi, S_{Hx}^\phi, S_{Hy}^\psi, S_{Hy}^\phi)$ 、 $(S_{fx}^\psi, S_{fx}^\phi, S_{fy}^\psi, S_{fy}^\phi)$ 、 $(T_{xx}, T_{xy}, T_{yx}, T_{yy})$ = 一般曲線座標に変換された水位勾配、河床摩擦勾配、乱流せん断応力の水深方向積分値、 J = 座標変換のヤコビアンである。

(2)数値解法：MacCormack スキームによる数値解法では、まず、空間について2次元の方程式が1次の方程式に分割され(phase split)、次に、それぞれが前進および後退差分を組み合わせた2段階の差分式で表される。

本スキームは、例えば横断方向 ϕ 軸上での計算の場合、図-2.1に示すコントロールボリュームの物理量をフラックス $C_1 \sim C_N$ で変化させる。このときに注意すべきことは、 $K=1$ および N のコントロールボリュームが他の $1/2$ となっている点で、次のような差分式の $\Delta \phi$ を $J=1$ および N の点の計算では $\Delta \phi/2$ にする必要がある。

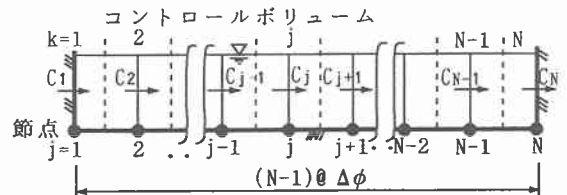


図-2.1 横断方向(ϕ 軸)のコントロールボリューム

$$(A_{i,j})^p = (A_{i,j})^o - \Delta t_\phi / \Delta \phi \{ (C_{i,j})^o - (C_{i,j-1})^o \} + \Delta t_\phi \{ (D_\phi^p)_{i,j} \}^o \quad (2)$$

$$(A_{i,j})^c = 1/2 \{ (A_{i,j})^o + (A_{i,j})^p \} + 1/2 \{ -\Delta t_\phi / \Delta \phi \{ (C_{i,j+1})^p - (C_{i,j})^p \} + \Delta t_\phi \{ (D_\phi^u)_{i,j} \}^p \} \quad (3)$$

3. 境界条件

境界には、側壁としての個体境界と上・下流端断面の開境界がある。まず、個体境界には通常slip-

conditionを適用するのが好都合である。この場合、境界条件は $u^d=0$ であるが、上述の計算法では u^d に非ゼロの値を与える。そこで、 $u^d=0$ と修正するが、この修正による運動量の欠損分を他の内部の点に振り分ける必要がある。一方、開境界においては、与えられた流入流量(上流端)あるいは水位(下流端)の条件に対して、断面分割法で流速分布を求めればよい。

4. 実験結果に基づく適合性の検討

上述の計算法の精度を定量的に検討するために、常・射流が混在し、かつ、剥離も生じる流れの計測実験を行った。実験水路の平面・縦断形状を図 4.1、実験結果を図-4.2に示す。

表-1の条件で行った計算結果の1例を図-4.3(a)、(b)に示す。流速ベクトルは、概ねよく再現されている。一方、水位の縦断形状においては、跳水による水面の急上昇の様相が細部まで良好に再現されるには至っていないが、全体としては、実験結果にかなり近いものが得られている。すなわち、本法は、流れが水理学的な不連続性を含んでいる場合に対しても、十分に有用であることが明らかにされた。

表-1 計算条件

河床摩擦勾配の評価	対数則
乱流せん断応力の評価	拡散型構成則
渦動粘性係数 ε	$\varepsilon = u_* h / 15$
時間ステップの設定	C.F.L条件
側壁の摩擦抵抗応力	$\tau_0 = 0.005 \rho V^2$
人工粘性	T.V.D型

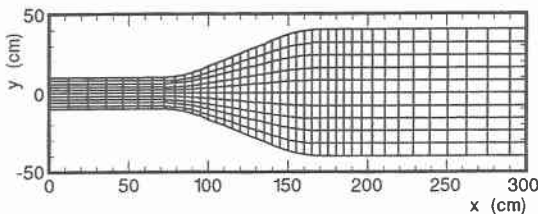


図-4.3(a) 計算メッシュ

〔参考文献〕

1) 清水康行・山下恭正・山下彰司・宗田徳彦：
一般曲線座標を用いた常・射流混在流れの計算、
河川に関する調査・試験・研究報告書、北海道
開発局土木研究所，PP.93-108, 1992

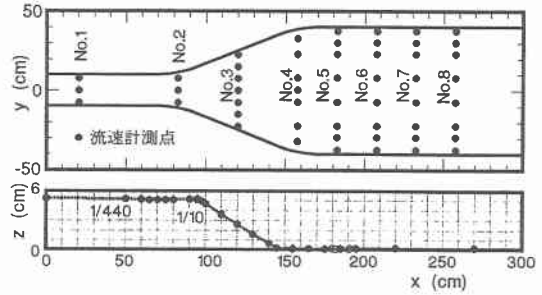


図-4.1 実験水路の平面・縦断形状

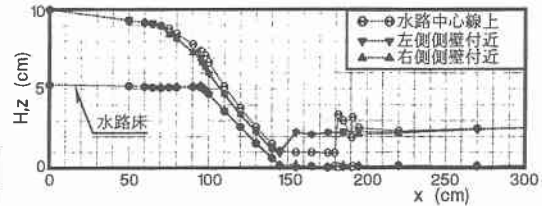
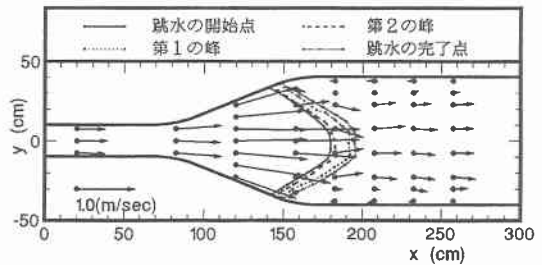


図-4.2 水位の縦断形状，流速ベクトル図
(実験結果)

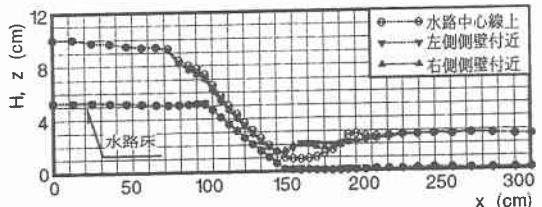
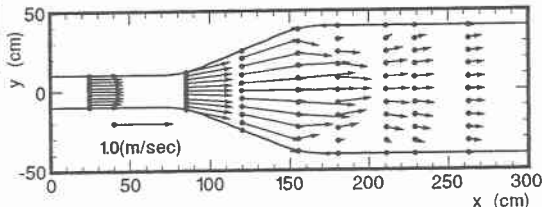


図 4.3(b) 水位の縦断形状，流速ベクトル図
(計算結果)