

設計示方書に基づく静的・動的制約条件を考慮したトラス構造物の総合的最適化について

愛媛大学工学部	正会員	大久保 慎二
愛媛大学工学部	正会員	谷 脇 一弘
中央コンサルタンツ(株)	正会員	○中村 貴光
広島県庁	正会員	東 克彦

1. まえがき

愛媛大学構造工学研究室では、これまでトラス構造物を対象として、応力度および節点変位の制約条件のもとで、各部材要素の最適断面寸法および構造形状、使用材種を同時に最適化することができる総合的最適設計法に関する研究を長年行い、その研究成果を発表してきているが、本研究では、既に開発している最適設計法を拡張し、道路橋示方書に基づく応力度および変位などの構造物の静的な挙動の制約条件のみならず応答スペクトル解析により得られた構造物の動的な挙動の制約条件をも取り扱うことができる総合的最適設計法に関する研究を行い、大規模な不確定トラス構造物の最適設計を行った結果について述べるものである。

2. 静的・動的制約条件を考慮したトラス構造物の総合的最適設計法

(1) 原設計問題

本研究で対象としているトラス構造物の最適設計問題では、断面形状として図1に示す円管を考慮し、設計変数として構造物の節点座標 S 、各部材に関する円管の断面積 A および使用材種 M を考慮している。この場合、 M はSS400(材種1)、SM490(材種2)、SM490Y(材種3)およびSM570(材種4)の4つの材種から離散的に選択するものとしている。円管の板厚 t_j は、断面積 A_j が一定の条件のもとで道路橋示方書に規定されている許容応力度 σ_{aj} を最大とするように実際の設計の観点から離散的な板厚群 $\{2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0\text{mm}\}$ より選択している。制約条件 g_j として次に示す道路橋示方書に規定されている全部材の静荷重および地震荷重による応力度および節点変位の制約を考慮するものとし、目的関数としてトラス構造物の総製作費 W を最小にする最適設計問題を考える。応力度の制約条件 g_j ($j=1, \dots, n$)として以下に示す j 部材に関する3つの制約の中で最も支配的な制約条件を考慮している。

$$g_{o1j}(A, S, M) = |N_{sj}(A, S, M)/A_j| - |\sigma_{aj}(M, t_j)| \leq 0 \quad (1)$$

$$g_{o2j}(A, S, M) = |N_{sj}(A, S, M)/A_j + N_{ej}(A, S, M)/A_j| - 1.5 |\sigma_{aj}(M, t_j)| \leq 0 \quad (2)$$

$$g_{o3j}(A, S, M) = |N_{sj}(A, S, M)/A_j - N_{ej}(A, S, M)/A_j| - 1.5 |\sigma_{aj}(M, t_j)| \leq 0 \quad (3)$$

ここに、 N_{sj} および N_{ej} は静荷重および地震荷重による軸力、 σ_{aj} は引張許容応力度もしくは圧縮許容応力度を示す。

変位の制約条件は次式で与えられる。

$$g_{\delta d}(A, S, M) = |\delta_{sd}(A, S, M)| + |\delta_{ed}(A, S, M)| - |\delta_{ad}| \leq 0 \quad (d=1, \dots, r) \quad (4)$$

ここに、 δ_{sd} および δ_{ed} は静荷重および地震荷重によるたわみ、また δ_{ad} は許容たわみを示す。

部材 i の断面積の下限値 A_i^l は以下の細長比の条件を考慮することにより決定している。

$$\text{圧縮部材の場合} : l_i/r_i(t_i) \leq 120 \quad (5), \quad \text{引張部材の場合} : l_i/r_i(t_i) \leq 200 \quad (6)$$

ここに、 l_i は部材長、 $r_i(t_i)$ は断面二次半径である。

(2) 2段階最適化による最適設計法

上記の最適設計問題を解くために、解析的に得られた設計変数 A, S, M に関する1次の偏微分係数の符号により順変数もしくは逆変数を用い、変数分離型の凸近似設計問題を導入する。この場合、目的関数として $W(A, S, M)$ の変化量 $\Delta W(A, S, M^0 + \Delta M)$ を、 M については変化量 $\Delta M = [\Delta M_1, \dots, \Delta M_n]^T$ を新たな設計変数として考慮している。凸近似設計問題を双対法により解く過程において、まず第1段階の最小化として、 M を定数 $\Delta M = 0$ とし EA を1つの変数と考え、 S とともに連続変数として取り扱いその最適解を求める。次に第2段階の最適化として、 S を一定値とし、第1段階最適化において決定されたアクティブな制約条件群を満足し、さらにラグランジュ関数を最小とする A および ΔM の値を各 ΔM_i について比較することにより、最も経済的となる A の値を決定することができる。上記の第2段階の最適化において、応力度の

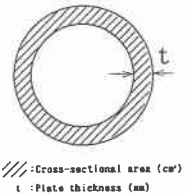


図1 円管の断面図

制約条件のみがアクティブとなる場合、材種 $M_i^0 + \Delta M_i$ に対しても応力度の制約条件がアクティブとなる必要条件是次式により与えられる。

$$g_{\sigma i}(\bar{A}_i^{\sigma}, \Delta M_i) = \frac{\sigma_i A_i(M_i^0)}{\bar{A}_i^{\sigma}(M_i^0 + M_i)} - \sigma_{\max i}(M_i^0 + M_i, \bar{A}_i^{\sigma}) = 0 \quad (7)$$

上式において最大許容応力度 $\sigma_{\max i}$ は、 $\bar{A}_i^{\sigma}$ もしくは板厚の変化により変化することとなる。そのため上式を満足する正確な $\bar{A}_i^{\sigma}$ および板厚を求めるためにはくり返し計算が必要となる。そのため本研究では、つぎの近似式をくり返し解くことにより材種 $M_i^0 + \Delta M_i$ に対する $\bar{A}_i^{\sigma}$ および板厚を決定している。

$$\bar{g}_{\sigma i}(\bar{A}_i^{\sigma}, \Delta M_i) = g_{\sigma i}(\bar{A}_{i0}^{\sigma}, \Delta M_i) + \frac{\partial g_{\sigma i}}{\partial \bar{A}_i^{\sigma}}(\bar{A}_i^{\sigma} - \bar{A}_{i0}^{\sigma}) = 0 \quad (8)$$

$$\text{ただし、} A_i^l(M_i^0 + \Delta M_i) \leq \bar{A}_i^{\sigma} \leq A_i^u(M_i^0 + \Delta M_i)$$

変位の制約条件がアクティブとなる場合には、 $E_i A_i$ の値を一定に保つことにより材種 $M_i^0 + \Delta M_i$ に対する $\bar{A}_i^{\sigma}$ を決定することができる。

上記の2段階最適化過程を繰り返すことにより最終的な最適解を決定することができる。

3. 設計例および考察

上で述べた最適設計法を種々のトラス構造物に適用し最適化を行ったが、ここでは図2に示す163部材トラスの設計例について述べる。センターラインに対して構造系が対称となる様に、163部材のうち85部材の部材断面面積および使用材種 A, M を考慮し、形状変数 S として X_1, X_2, Y_1, Y_2 および Y_3 を考慮している。材種1,2,3,4の単位体積当たりのコストをそれぞれ1.6円/cm³、2.0円/cm³、2.1円/cm³、2.5円/cm³とした。また、図2に示したごとく、構造物には鉛直荷重による一定の集中質量 $M_{n1} - M_{n7}$ および設計変数の変化とともに変化する集中質量 $m_i (i=1, \dots, 78)$ が各節点に載荷されている。設計に用いた応答スペクトルは、構造物の減衰定数を考慮し、道路橋示方書に規定されているI種地盤の標準加速度応答スペクトルの1.5倍とした。

たわみ制限を30cm、すべての部材の初期部材断面面積および初期材種を100cm²および材種1と設定した場合の最適解を図3に示す。最適解は23回の反復改良により能率的に得られており、最適解におけるアクティブな制約条件は応力度およびたわみの制約条件であった。応力度の制約条件のアクティブ性は、支点位置より35m～70mに位置する主要な部材は、静荷重のみによる応力度もしくは地震荷重をも考慮した応力度の制約条件のいずれか一方の制約条件がアクティブとなり、35m以下に位置する主要な部材は静荷重のみおよび地震荷重をも考慮した応力度の制約条件の2つの制約条件が同時にアクティブとなっている。主要な部材の使用材種は4、3、1が選択され、応力度およびたわみの制約条件がアクティブとなる場合のきわめて妥当な最適解が得られている。また、小さな断面面積を有する部材は、細長比の制約条件から決定される最小断面面積となっており、最も安価な材種1が選択されている。

その他種々の計算例により、設計示方書に基づく静的・動的制約条件を考慮した場合においてもトラス構造物の最適断面寸法・構造形状・使用材種を能率的に決定できることが明らかとなった。

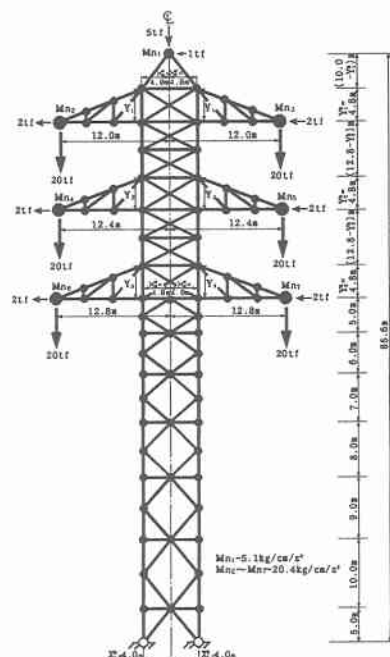


図2 初期163部材

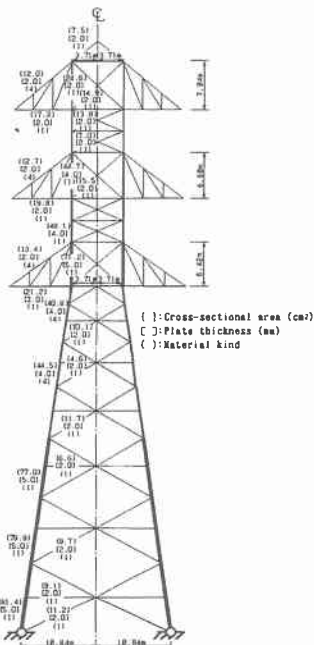


図3 たわみ制限を30cm、初期材種を1とした場合の最適解