

**静的・動的挙動を考慮したトラス構造物の最適形状・断面寸法・使用材種
および最適部材配置の決定について**

愛媛大学工学部	正会員	大久保 禎二
愛媛大学工学部	正会員	谷 脇 一弘
広島県庁	正会員	○東 克彦
中央コンサルタンツ(株)	正会員	中村 貴光

1. まえがき

愛媛大学構造工学研究室では、これまでにトラス構造物を対象として、応力度および節点変位の制約条件のもとで、各部材要素の断面積および使用材種、構造形状を同時に最適化することができる総合的な最適設計法を開発し、その研究成果を発表してきている。本研究では、既に開発している最適設計法を拡張し、応力度および変位などの構造物の静的な挙動の制約条件のみならず構造物の地震荷重に対する制約条件をも取り扱い、各材種の引張および圧縮許容応力度を一定、最小断面積を小さな値に設定することにより、トラス構造物の最適形状・断面寸法・使用材種のみならず最適部材配置をも決定する方法および設計例について述べるものである。

2. 2段階最適化によるトラス構造物の総合的な最適設計法

(1) 原設計問題 本研究で対象としているトラス構造物の最適設計問題では、形状変数として節点座標 S 、各部材に関する設計変数として断面積 A および使用材種 M を考慮している。この場合、 M は使用可能材種群から離散的に選択するものとしている。また、制約条件 g として次に示す全部材の静荷重および地震荷重による全部材の応力度および節点変位の制約を考慮するものとし、目的関数としてトラス構造物の総製作費 W を最小にする最適設計問題を考える。

$$g_{\sigma_j}(A, S, M) = \frac{|N_{sj}(A, S, M)| + |N_{ej}(A, S, M)|}{A_j} - \sigma_a \leq 0 \quad (j=1, \dots, n) \quad (1)$$

$$g_{\delta_d}(A, S, M) = |\delta_{sd}(A, S, M)| + |\delta_{ed}(A, S, M)| - \delta_a \leq 0 \quad (d=1, \dots, r) \quad (2)$$

ここに、 N_s, δ_s はそれぞれ静荷重による軸力およびたわみ、 N_e, δ_e はそれぞれ地震荷重による軸力およびたわみ、また σ_a および δ_a はそれぞれ許容応力度および許容たわみを示す。

(2) 2段階最適化による A, S, M の決定 上記の最適設計問題を解くために、まず設計変数 A, S, M に関する1次の偏微分係数を求め、その符号により順変数もしくは逆変数を用い、変数分離型の凸近似設計問題を導入する。この場合、目的関数として $W(A, S, M)$ の変化量 $\Delta W(A, S, M^0 + \Delta M)$ を、 M については変化量 $\Delta M = [\Delta M_1, \dots, \Delta M_n]^T$ を新たな設計変数として考慮している。

静荷重による応力度および変位の制約条件の感度係数は、力の釣合方程式を設計変数で偏微分することにより解析的に計算している。また、地震荷重による変位の感度係数は、振動方程式から導入される固有値問題の基礎式を設計変数 $X_i (X = [A_1, \dots, A_n, S_1, \dots, S_p, M_1, \dots, M_n]^T)$ に関して偏微分することにより得られる r 次モードに関する固有値 λ_r および固有ベクトル $\{\phi\}_r$ の感度係数を用いて次式により得ることができる。

$$\frac{\partial u_r}{\partial X_i} = \frac{\partial \{\phi\}_r}{\partial X_i} q_r + \{\phi\}_r \frac{\partial q_r}{\partial X_i} \quad (3)$$

ここに、 q_r は規準座標でありその感度係数は刺激係数 β_r および加速度応答スペクトル S_A を用いて次式により得られる。

$$\frac{\partial q_r}{\partial X_i} = \frac{S_A}{\lambda_r} \frac{\partial \beta_r}{\partial X_i} + \frac{\beta_r}{\lambda_r} \frac{\partial S_A}{\partial X_i} - \frac{\beta_r S_A}{\lambda_r^2} \frac{\partial \lambda_r}{\partial X_i} \quad (4)$$

本研究では、 S_A として図1に示す道路橋示方書に規定されているI種地盤の標準加速度応答スペクトルを用いた。

地震荷重による r 次モードに関する部材力の X_i に関する感度係数の計算は静荷重による制約条件の計算と同様に式(3)で得られた変位の感度係数を用いて解析的に行うことができる。

最大応答変位および部材力の感度係数は r 次モードの変位および部材力の感度係数を用い、各モードの応答値の2乗和平方

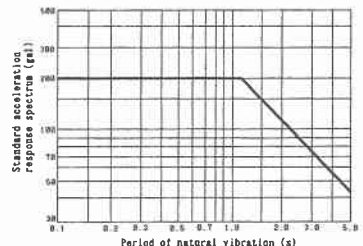


図1 標準加速度応答スペクトル (I種地盤)

根の計算式を X_i で偏微分することにより容易に得ることができる。

上記の凸近似設計問題を双対法により解く過程において、 A および S は連続変数、 ΔM は使用材種群から選択される離散的な変数として取り扱わなければならないが、構造物の応力度およびたわみは EA の関数として表されることから、まず第1段階の最適化として、 M を定数すなわち E を一定とし、 EA を1つの変数 A と考え、 S とともに連続変数として取り扱いその最適解を求める。つぎに第2段階の最適化として、 S を一定値とし、第1段階最適化において決定されたアクティブな制約条件群を満足し、さらに経済的と

なる A および ΔM を決定する。すなわち $\rho_{ai}(\Delta M)$ および $E_i(\Delta M)$ を離散的に変化させ、次式の値を各 ΔM_i について比較することにより、最も経済的となる ΔM の値を決定することができる。

$$\bar{L}_i(\bar{A}_i, \Delta M_i) = \omega_{Ai}(M_i^0 + \Delta M_i) \bar{A}_i(M_i^0 + \Delta M_i) \quad (5)$$

本研究では、 ΔM の変化が設計空間に与える影響を考慮し、1回の ΔM の改良において比較する ΔM の範囲を $\Delta M_i = +1, 0, -1$ の3種類のみに制限している。

上記の第2段階の最適化において、応力度の制約条件のみがアクティブな場合は、材種 $M_i^0 + \Delta M_i$ に対する $\bar{A}_i^s(M_i^0 + \Delta M_i)$ は式(6)より、また、変位の制約条件がアクティブとなる場合には、 $E_i A_i$ の値を一定値に保つように材種 $M_i^0 + \Delta M_i$ に対する $\bar{A}_i^s(M_i^0 + \Delta M_i)$ を式(7)により決定することができる。

$$\bar{A}_i^s(M_i^0 + \Delta M_i) = \sigma_i(M_i^0) A_i^s(M_i^0) / (\sigma_{ai}(M_i^0) - m_{ii}) \quad (6)$$

$$\bar{A}_i^s(M_i^0 + \Delta M_i) = E_i(M_i^0) A_i^s(M_i^0) / E_i(M_i^0 + \Delta M_i) \quad (7)$$

ここに、 m_{ii} は応力度の制約条件の M_i に関する感度係数を示す。

上記の2段階最適化過程を繰り返すことにより最終的な最適解を決定することができる。

3. 設計例および考察

上で述べた最適設計法を種々のトラス構造物に適用し最適化を行ったが、ここでは、図2に示す75部材トラスの最適設計例について述べる。この設計問題における形状変数 S として各節点のセンターラインからの水平距離 $X_1 \sim X_8$ 、鉛直距離 $Y_1 \sim Y_4$ を考慮している。図2に示すごとく8つの節点には、一定の集中質量 $m_n = 51.024 \text{ kg/cm}^2/\text{s}^2$ が、また各節点には、設計変数の変化とともに変化する集中質量 $m_i (i=1, \dots, 30)$ が付加されている。設計例に用いた使用可能な5種類の材種の諸性質を表1に示す。また本研究では、最適部材配置を決定することを目的とするため、各部材の最小断面積を 0.1 cm^2 と小さな値に設定している。

最大許容たわみ $\delta_{a, \max}$ および初期使用材種をそれぞれ 30 cm および材種1と設定し、最適解において応力度およびたわみに関する制約条件がアクティブとなる場合の最適解を図3に示す。この図において、部材の太さは最適部材断面積の大きさを示し、また部材の番号は選択された材種を示している。図中の点線は改良過程において断面積が下限値の 0.1 cm^2 となり不必要となった部材を示している。

この設計問題において最適解は42回の反復改良により得られた。最適解において主要な部材の材種は応力的に最も有利な材種5もしくは4が選択されている。一方、点線で示した不必要となる部材の材種の断面積は下限値である 0.1 cm^2 に収束し、最も安価な材種1が選択されている。その他種々の計算例より、本研究で述べた方法によりトラス構造物の最適形状・断面寸法・使用材種のみならず最適部材配置をも決定することができることが明らかとなった。

表1 使用材種群

Material number	σ_u (kg/cm^2)	E (kg/cm^2)	ρ_s (t/cm^3)	ρ_u (kg/cm^3)	σ_u / ρ_u	E / ρ_u
1	1500	2.0×10^4	2.50	0.00785	600	800 000
2	2000	2.0×10^4	3.00	0.00785	667	666 667
3	2500	2.0×10^4	3.50	0.00785	714	571 428
4	3000	2.0×10^4	4.00	0.00785	750	500 000
5	3500	2.0×10^4	4.50	0.00785	778	444 444

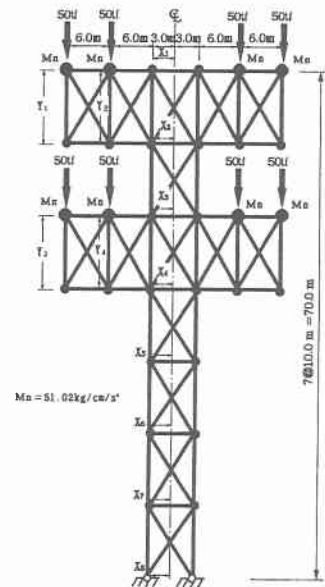


図2 初期75部材トラス

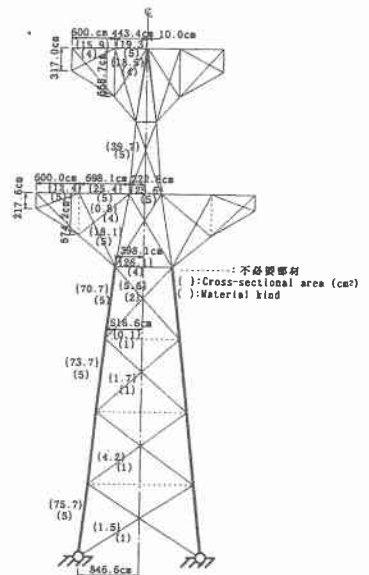


図3 たわみ制限を30cmとした場合の最適解