

エネルギー原理に基づくトラス構造物の弾塑性履歴挙動の能率性に関する研究

愛媛大学工学部 正 大久保 禎二 宇部興産(株) 正 和多田 康男
愛媛大学大学院 学 ○青野 将也

1. まえがき

著者等はこれまでに、固定荷重を受ける骨組構造物の材料の非線形性を考慮した解析をエネルギー原理および数値計画法の手法を用いて行う研究^{1)~4)}、および弾塑性履歴挙動の解析法に関する基礎的考察⁵⁾を行ってきたが、本研究ではバイリニヤーおよび曲線的な応力度-ひずみ関係を有する材料よりなるトラス構造物の弾塑性履歴挙動の解析について、上記の解析法と変位法との比較を行い、エネルギー原理に基づく解析法の能率性について検討した結果について述べるものである。

2. エネルギー原理に関する一仮定

まず、エネルギー原理にもとづき変動荷重による構造物の挙動の解析法を確立するに先立ち、エネルギー原理に関して次の仮定を設ける。即ち、通常、最小コンプリメンタリーエネルギーの原理における部材 i の断面のコンプリメンタリーエネルギー密度 β_i は、応力度およびひずみが図-1に示す σ_{pi} および ε_{pi} の場合は OAB の面積、また $\sigma_{pi} + \bar{\sigma}_i$ および $\varepsilon_{pi} + \bar{\varepsilon}_i$ の場合は OCD の面積で定義されている。本研究では、「トラス構造物がすでに先行荷重 P により先行応力度 σ_{pi} および先行ひずみ ε_{pi} を受けている場合、新たに載荷される増分荷重 $\bar{P}$ に対して点 B を原点として図-1に示す BED をコンプリメンタリーエネルギー密度 $\bar{\beta}_i$ 、また減少荷重 $-\bar{P}$ に対しては図-2に示す点 B を原点とし、同じく BED をコンプリメンタリーエネルギー密度 $\bar{\beta}_i$ として考慮しても変動荷重 $\bar{P}$ に対して最小コンプリメンタリーエネルギーの原理が成り立つ」と仮定した。

3. 増分あるいは減少荷重 $\bar{P}$ による軸力の変化量 $\bar{N}$ の解析法

2. で述べた仮定および文献1で著者等の提案している材料の非線形性を考慮したトラス構造物の解析法を用いて、変動荷重 $\bar{P}$ によるトラス構造物の各部材の軸力の変化量 $\bar{N}$ を次のコンプリメンタリーエネルギー最小化問題を解くことにより決定する。すなわち、

$$\text{find } \bar{N}, \text{ which minimize } \bar{\Pi}_C(\bar{N}) = \sum_{i=1}^n \bar{\Pi}_{Ci}(\bar{N}_i) \quad (1)$$

$$\text{subject to } g(\bar{N}) = \bar{P} + C\bar{N} = 0 \quad (2)$$

ここに、 $\bar{P} = [\bar{P}_1, \dots, \bar{P}_l]^T$, $g = [g_1(\bar{N}), \dots, g_m(\bar{N})]^T$: 各可動節点における力の釣合条件式、 C : 各部材軸力 $\bar{N}_i$ ($i=1, \dots, n$) の各可動節点変位成分への変換マトリックス、 n : 部材数、 m : 自由度数、 l : 変動荷重の数である。式(1)の $\bar{\Pi}_{Ci}$ は、2. で設定した仮定により、増分荷重の場合は図-1、減少荷重の場合は図-2を参照して次式により計算される。

$$\bar{\beta}_i = \int_{\sigma_{pi}}^{\sigma_{pi} + \bar{\sigma}_i} [\varepsilon_i(\sigma) - \varepsilon_i(\sigma_{pi})] d\sigma \quad (3)$$

$$\bar{\Pi}_{Ci}(\bar{N}_i) = \int_{V_i} \bar{\beta}_i dV = \bar{\beta}_i A_i \ell_i \quad (4)$$

ここに、 V_i , A_i , ℓ_i はそれぞれ部材 i の体積、断面積および部材長である。図-2 減少荷重に対するコンプリメンタリーエネルギー密度

上記の式(1)~(4)のコンプリメンタリーエネルギー最小化問題を、文献1)

で述べている逐次二次計画法および線形計画法とを組み合わせた最適化手法を用いて解く。

4. 解析例および検討

上記の解析法の信頼性および能率性を検討するため、図-3(a), (b)に示す2種類の応力度-ひずみの履歴挙動を示す非線形材料を有する図-4の3部材トラスが、荷重①(下向きに400tf)、荷重②(上向きに400tf)、荷重③(下向きに500tf)、荷重④(上向きに1000tf)の増分荷重および減少荷重の荷重履歴を受ける場合について上記の方法で解析を行い、その解析結果と変位法による解析結果との比較を行った。

図-3(a), (b)の材料を用いた場合の解析結果を表-1および2に、各変動荷重による部材2の応力度-

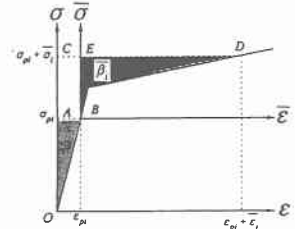


図-1 増分荷重に対するコンプリメンタリーエネルギー密度

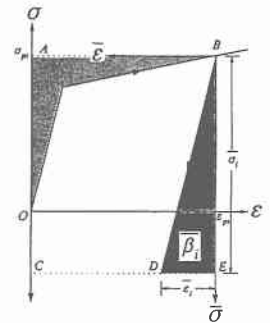


図-2 減少荷重に対するコンプリメンタリーエネルギー密度

ひずみ関係の履歴を図-5および6に示す。図-5において()の中の最初の数字はひずみを、次の数字は応力度を示す。表-1, 2より明らかなように、エネルギー法および変位法により求めた各部材の応力度およびひずみの相対誤差は0.0~0.8%であり完全に同一の解を得ている。また解析に要した計算時間は、エネルギー原理に基づく方法による解析法が変位法に比べて材料(a)のように応力度-ひずみ関係が直線のみの場合は1/1~1/3程度であるが、材料(b)のように応力度-ひずみ関係が曲線を有する場合には1/30~1/70と非常に少ない計算時間で解を得ており、材料の $\sigma-\epsilon$ 関係が複雑になるほどエネルギー法に基づく解法が変位法と比較して極めて能率的に解けることが明らかとなった。

図-4に示す簡単なトラスのみならずより複雑な部材数の多い不静定トラス構造物の解析例においても上記とまったく同様の結果が得られ、最小コンプリメンタリーエネルギーの原理に基づく解析法により、変動荷重を受けるトラス構造物の解析問題を、変位法のように材料の応力度-ひずみ関係の複雑さに影響されることなく、極めて能率的に解けることが明らかとなった。

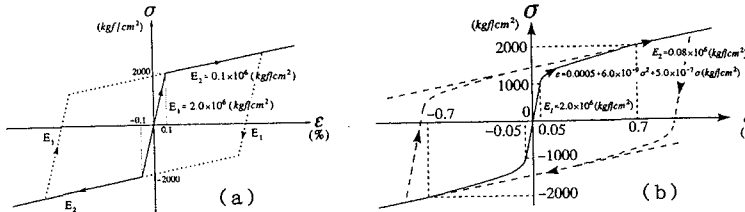


図-3 材料の応力度-ひずみ履歴挙動

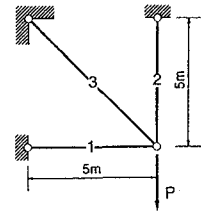


図-4 3部材トラス

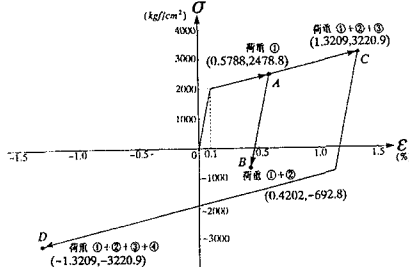


図-5 部材2の応力度-ひずみ履歴（材料(a)）

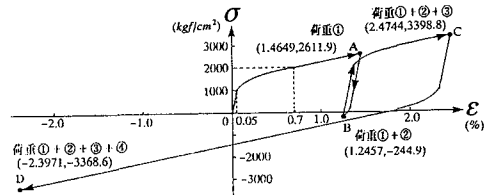


図-6 部材2の応力度-ひずみ履歴（材料(b)）

表-1 本研究の方法および変位法による結果の比較（材料(a)） 表-2 本研究の方法および変位法による結果の比較（材料(b)）

			部材 1	部材 2	部材 3	
荷重 (t f)		解析法	CPU TIME ¹⁾ (秒)	応力変数 (kg / c m ²) ひずり (%)		
荷重 P = 400 ①	荷重①	本論文の方法	0.1	-1521.2	2478.8	2151.4
				-0.0761	0.5788	0.251
	変位法	0.3	-1521.0	2479.3	2150.7	
			-0.0761	0.5793	0.2507	
	相対誤差 ²⁾ (%)			0.0131	0.0202	0.0325
				0.0000	0.0863	0.2792
荷重 P = -400 ②	荷重②	本論文の方法	0.1	-692.8	-692.8	979.8
				-0.0346	0.4202	0.1928
	変位法	0.1	-692.6	-692.7	978.7	
			-0.0346	0.4207	0.1921	
	相対誤差 ²⁾ (%)			0.0289	0.0144	0.1124
				0.0000	0.1188	0.3644
荷重 P = 500 ③	荷重③	本論文の方法	0.1	-1779.1	3220.9	2516.0
				-0.0890	1.3209	0.6160
	変位法	0.2	-1778.8	3221.5	2515.3	
			-0.0889	1.3215	0.6153	
	相対誤差 ²⁾ (%)			0.0169	0.0186	0.0278
				0.1124	0.0454	0.1138
荷重 P = -1000 ④	荷重④	本論文の方法	0.1	1779.1	-3220.9	-2516.0
				0.0890	-1.3209	-0.6160
	変位法	0.3	1779.9	-3219.9	-2516.7	
			0.0890	-1.3199	-0.6167	
	相対誤差 ²⁾ (%)			0.0449	0.0311	0.0278
				0.0000	0.0758	0.1135

1) CPU TIME は DEC3000/300 による計算時間を表す。

2) 本論文の方法および変位法による相対誤差の絶対値

3) 荷重の方向は下向きを正、上向きを負として表示している。

			部材1	部材2	部材3	
荷重 (tf)	解析法	CPU TIME ¹⁾ (秒)	応力度 (kgf/cm ²) ひずみ (%)			
荷重① P=400 ①	本論文の方法	0.1	-1388.1	2611.9	1963.0	
			-0.1598	1.4649	0.6546	
	変位法	7.2	-1387.3	2612.7	1961.9	
			-0.1594	1.4659	0.6533	
	相対誤差 ²⁾ (%)			0.0576	0.0306	0.0560
荷重② P=-400 ①②	本論文の方法	0.1	-244.8	-244.9	346.3	
			-0.1026	1.2457	0.5737	
	変位法	2.9	-243.5	-243.5	344.5	
			-0.1022	1.2469	0.5724	
	相対誤差 ²⁾ (%)			0.5338	0.5749	0.5224
荷重③ P=500 ①②③	本論文の方法	0.1	-1601.2	3398.8	2264.4	
			-0.3364	2.4744	1.0544	
	変位法	4.7	-1602.1	3397.9	2265.6	
			-0.3367	2.4543	1.0553	
	相対誤差 ²⁾ (%)			0.0561	0.0264	0.0529
荷重④ P=-1000 ①②③④	本論文の方法	0.1	1631.3	-3368.6	-2307.1	
			0.2537	-2.3971	-1.0839	
	変位法	7.0	1629.6	-3369.4	-2305.6	
			0.2516	-2.4129	-1.0807	
	相対誤差 ²⁾ (%)			0.1043	0.0237	0.0650
				0.8346	0.6548	0.2961

1) CPU TIME は DEC3000/300 による計算時間を表す。

2) 本論文の方法および変位法による相対誤差の絶対値

3) 荷重の方向は下向きを正、上向きを負として表示している。

[参考文献] 1) 大久保 他, 土・学・論, 第374号 2) Ohkubo, S. et al., Computers & structures, Vol. 27, No. 1
3) 大久保 他, 土・学・論, 第398号 4) 大久保 他, 土・学・論, 第416号 5) 大久保 他, 第45回年譜